

WPLYW WŁAŚCIWOŚCI MECHANICZNYCH OKŁADZIN I RDZENIA NA STATECZNOŚĆ BELEK TRÓJWARSTWOWYCH PODDANYCH ZGINANIU TRÓJPUNKTOWEMU

THE INFLUENCE OF MECHANICAL PROPERTIES OF THE FACES AND THE CORE ON THE STABILITY OF THREE-LAYERED BEAMS SUBJECTED TO THREE-POINT BENDING

Iwona Wstawska

Politechnika Poznańska
Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji
ul. Jana Pawła II 24, Budynek A5,
60-965 Poznań
e-mail: iwona.wstawska@put.poznan.pl

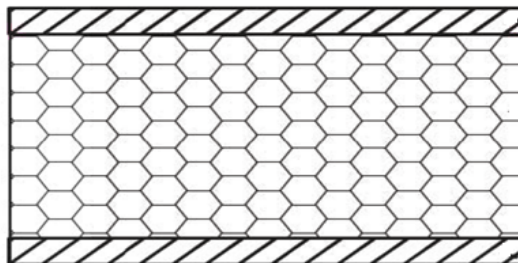
Abstract: The objective of this work is the numerical analysis of the stability of three-layered beams with a metal foam core. The beams were subjected to three-point bending. The analysis of the local buckling and the influence of material properties of the faces and the core on critical loads and buckling shape was performed. The calculations were made in elastic range on a family of beams with different mechanical properties of the faces and the core. Calculations of critical loads and buckling shape were performed. The analysis of the finite element model (FEM) of three-layered beam has been performed with the use of ANSYS software. The upper and the lower face have been retreated from the core by half of the thickness. Tie constrains have been applied between the core and the faces. Due to symmetry of the model only a quarter of the beam has been modelled with proper boundary conditions on the symmetry planes.

Keywords: stability, buckling, three-layered beam, three-point bending, critical load, FEM model.

Wprowadzenie

Przykładowe konstrukcje warstwowe najczęściej składają się z rdzenia oraz dwóch okładzin o identycznej grubości, wykonanych z tego samego materiału (rys. 1). W szczególnych przypadkach, okładziny mogą się

różnić co do grubości, materiału, orientacji włókien lub kombinacji tych trzech cech. Może to być spowodowane tym, że jedna z nich w większym stopniu przenosi obciążenia, małe wartości temperatury, podczas gdy druga musi przeciwstawić się dużym wartościom temperatur, korozji, itp.



Rys. 1. Schemat konstrukcji warstwowej [8].

Większość struktur warstwowych cechuje się symetryczną budową, a ich odmiany są ściśle związane z kształtem i właściwościami rdzenia. Rdzeń może być

zbudowany z dowolnego materiału, jednakże przyjęło się ich klasyfikację ze względu na cztery typy: rdzenie piankowe lub w stanie stałym, rdzenie o strukturze

plastra miodu, rdzenie sieciowe oraz rdzenie w postaci blachy falistej. Bardzo ważnym aspektem w powyższych konstrukcjach jest adhezja okładzin i rdzenia, wpływająca na rozkład obciążeń oraz funkcjonalność struktury jako całości [14].

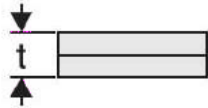
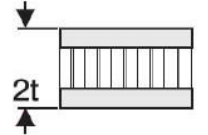
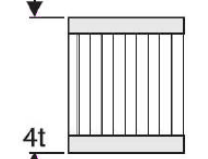
Podstawowym założeniem w konstrukcjach warstwowych jest fakt, że okładziny przenoszą obciążenia zginające, a rdzeń – ścinające. Okładziny posiadają większą wytrzymałość i sztywność, jeżeli chodzi o rozciąganie i ściskanie, w porównaniu do materiału rdzenia o małej gęstości. Głównym zadaniem rdzenia jest oddzielenie od siebie dwóch okładzin, aby uzyskać lepsze właściwości (duża wartość momentu bezwładności) [14]. Materiał rdzenia ma stosunkowo małą gęstość (np. rdzenie piankowe lub o strukturze plastra miodu), co powoduje wystąpieniem unikalnych właściwości, tj. duża wytrzymałość na zginanie oraz sztywność (w porównaniu do całkowitej gęstości struktury).

Coraz szersze zastosowanie struktur warstwowych związane jest z ich bardzo dobrymi właściwościami, takimi jak: dobra odporność na zginanie w porównaniu do cienkich struktur ortotropowych, duża odporność na ude-

rzenia, zmniejszenie wysokości konstrukcji (w porównaniu do usztywnianych płyt), duża dokładność wymiarowa, a także zmniejszenie czasu montażu ze względu na zastosowanie podejścia modułowego. Uproszczoną analizę zalet konstrukcji trójwarstwowych przedstawiono w Tabeli 1.

Tak jak inne struktury, konstrukcje trójwarstwowe mają wady. Do najważniejszych wad zaliczyć można: podatność konstrukcji na utratę stateczności, spowodowaną cienkościennością okładzin oraz występowaniem imperfekcji, skomplikowany model matematyczny opisujący zjawisko utraty stateczności, który wymusza stosowanie uproszczeń oraz analizę wpływu tych uproszczeń na wyniki, brak wiarygodnych (niepotwierdzonych doświadczalnie) związków matematycznych opisujących rozkład naprężeń, odkształceń i przemieszczeń konstrukcji trójwarstwowych, trudna i kosztowna technologia wykonania, mała odporność konstrukcji na obciążenia o charakterze skupionym, a także wrażliwość konstrukcji na zmiany temperatury (różne współczynniki wydłużeń termicznych poszczególnych warstw mogą prowadzić do ich rozwarstwiania) [7].

Tabela 1. Porównanie cech konstrukcji warstwowej dla różnej grubości rdzenia [2].

Opis płyty	Szkic płyty	Sztywność	Wytrzymałość	Masa
Płyta lita: grubość okładzin t		1	1	1
Rdzeń grubość $+1t$		7	3,5	1,03
Rdzeń grubość $+3t$		37	9,2	1,06

Teoria dotycząca struktur warstwowych była rozwijana i uzupełniana przez wiele lat. Niemniej jednak, inżynierowie do dzisiaj nie posiadają dokładnej wiedzy dotyczącej takich zjawisk jak wyboczenie płyt warstwowych, marszczenie okładzin, a także wpływu właściwości mechanicznych materiału rdzenia na właściwości struktury. Cały czas rozwijane są również modele matematyczne opisujące rozkład naprężeń, odkształceń i przemieszczeń konstrukcji warstwowych. Niestety jednak ich rozwiązania często nie są potwierdzone doświadczalnie.

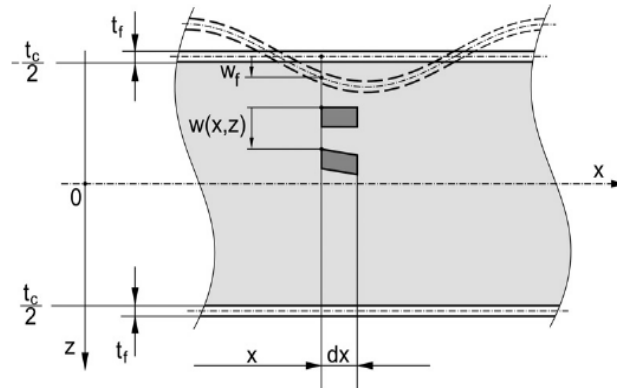
Konstrukcje warstwowe powinny być zaprojektowane w taki sposób, aby spełniały podstawowe kryteria strukturalne. Okładziny powinny być wystarczająco grube, aby wytrzymać działające na nie naprężenia

rozciągające, ściskające i ścinające. Rdzeń natomiast powinien cechować się dużą wytrzymałością, aby przeciwdziałać naprężeniom ścinającym, wywołanym przez obciążenia konstrukcji. Siły adhezyjne muszą mieć odpowiednią wartość, aby przenosić naprężenia ścinające pomiędzy rdzeniem a okładzinami. Rdzeń również powinien posiadać odpowiednią grubość celem zapobiegania wyboczeniu konstrukcji. Komórki rdzenia powinny być na tyle małe, aby uniemożliwić ich zagłębianie się w materiał okładzin.

Belka o długości L i szerokości b składa się z dwóch metalowych okładzin o grubości t_f oraz rdzenia o grubości t_c wykonanego np. z pianki metalowej. Wyboczenie miejscowe zginanej belki trójwarstwowej objawia się zmarszczeniem okładziny ściskanej.

Modelowanie tego zjawiska sprowadzono do problemu wybożenia cienkiego pasma płyty prostokątnej na podłożu sprężystym. W belce trójwarstwowej rdzeń pełni funkcję podłoża sprężystego o skończonych wymiarach [3].

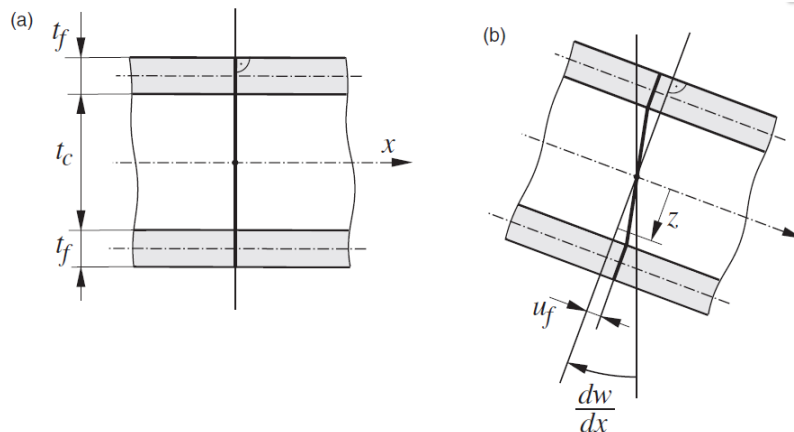
Na rys. 2 przedstawiono schemat przemieszczenia poprzecznego w rdzeniu i ugięcia okładziny. Problemy wybożenia ogólnego oraz miejscowego konstrukcji trójwarstwowych, a także rozwiązania analityczne i numeryczne MES tego zjawiska przedstawiono m.in. w pracach [1, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17].



Rys. 2. Schemat przemieszczenia poprzecznego w rdzeniu i ugięcia okładziny [3].

Klasyczny model konstrukcji trójwarstwowej opierał się na przyjęciu pewnych założeń upraszczających. Wszystkie te założenia można określić krótko jako tzw. hipotezę linii łamanej (broken line hypothesis), pozwalającą na określenie zależności geometrycznych pomiędzy składowymi stanu przemieszczenia dowolnego

punktu powłoki, a przemieszczeniami punktów leżących na powierzchniach środkowych poszczególnych warstw. Hipotezę linii łamanej przedstawiono na rys. 3. Stanowi ona krok naprzód w porównaniu z tzw. hipotezą Donella, zakładającą zastośowanie hipotezy Kirchoffa-Love'a dla całej konstrukcji trójwarstwowej [7].



Rys. 3. Schemat deformacji przekroju poprzecznego belki [6]: a) stan przed odkształceniem, b) stan odkształcony.

Material i metody

Model MES belki trójwarstwowej opracowano w systemie ANSYS. Okładziny dyskretyzowano prostokątnymi elementami powłokowymi, rdzeń natomiast sześciannymi elementami bryłowymi (rys. 4). Górną i dolną okładzinę odsunięto od rdzenia o połowę ich grubości. W ten sposób uzyskano model w pełni odpo-

wiadający trójwarstwowemu modelowi rzeczywistemu. Pomiędzy okładzinami i rdzeniem zadano warunki powiązania. Model belki został podparty w taki sposób, aby zablokować przemieszczenia węzłów okładzin i rdzenia w płaszczyźnie prostopadłej do osi belki. Z uwagi na symetrię układu zamodelowano jedynie ćwiartkę belki, zadając w dwóch płaszczyznach symetrii odpowiednie warunki brzegowe.



Rys. 4. Model MES belki trójwarstwowej [3].

Analizę MES przeprowadzono dla zmiennych właściwości materiału rdzenia i okładzin. W tabelach 2 i 3 podano wartości modułów Younga dla poszczególnych warstw. Badanie polegało na wyznaczeniu wartości naprężeń krytycznych oraz postaci wybożenia. Przeprowadzono analizę numeryczną zjawiska wybożenia lokalnego, analizę wpływu właściwości materiału

rdzenia oraz okładzin na obciążenie krytyczne i postać wybożenia. Badania zostały przeprowadzone w zakresie sprężystym na rodzinie belek o różnych właściwościach mechanicznych rdzenia. Obliczono wartości obciążeń krytycznych oraz wyznaczono postacie wybożenia.

Tabela 2. Wartości modułu Younga rdzenia.

Moduł Younga E_c rdzenia [MPa]									
200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000

Tabela 3. Wartości modułu Younga okładzin.

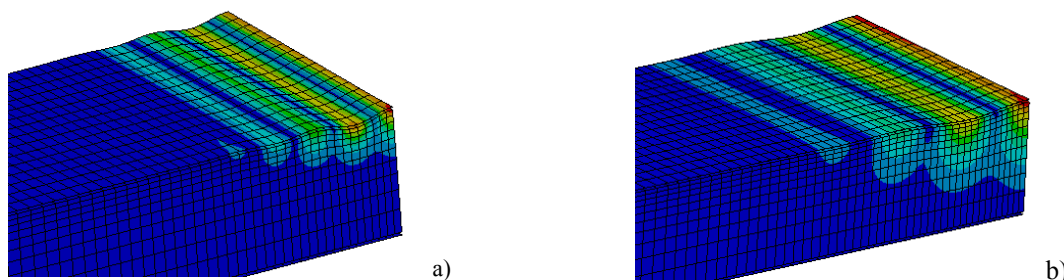
Moduł Younga E_f okładziny [MPa]						
30000	60000	90000	120000	150000	180000	210000

Wyniki

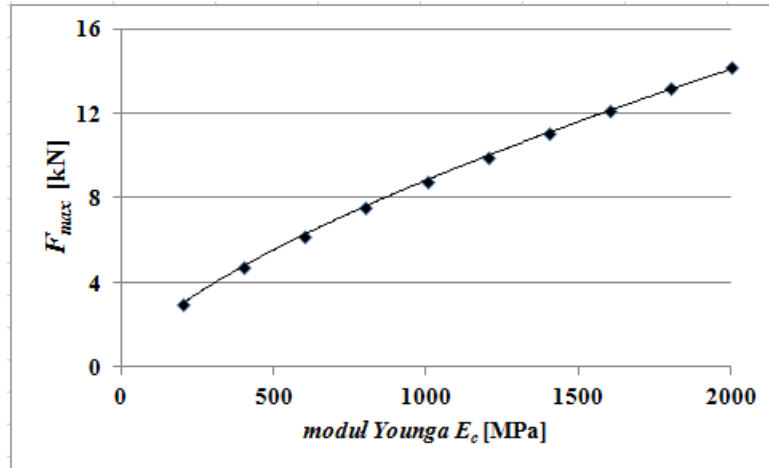
Pierwszy etap badań polegał na wyznaczeniu postaci wybożenia oraz wartości obciążeń krytycznych dla modelu belki trójwarstwowej posiadającej różne właściwości rdzenia (zmienna wartość modułu Younga). Założono, że w stanie krytycznym górna okładzina jest ściszana – ulega marszczeniu (wybożeniu), natomiast górna rozciągana pozostanie płaska. Na rysunku poniżej (rys. 5) przedstawiono postacie wybożenia dla dwóch przykładowych belek poddanych zginaniu trójpunkto-

wemu. Z badań wynika, że postacie wybożenia zarówno dla rdzenia o wartości $E_c=200$ MPa oraz $E_c=2000$ MPa są takie same. Zmianie uległy natomiast wartości obciążeń krytycznych.

Dla zmiennych właściwości materiału rdzenia określono wartości siły krytycznej (rys. 6). Wartość ta dla $E_c=200$ MPa wyniosła 3,02 kN, podczas gdy dla $E_c=2000$ MPa wzrosła do wartości 14,21 kN. Przy dziesięciokrotnym zwiększeniu wartości modułu Younga wartość siły krytycznej wzrosła prawie pięciokrotnie.



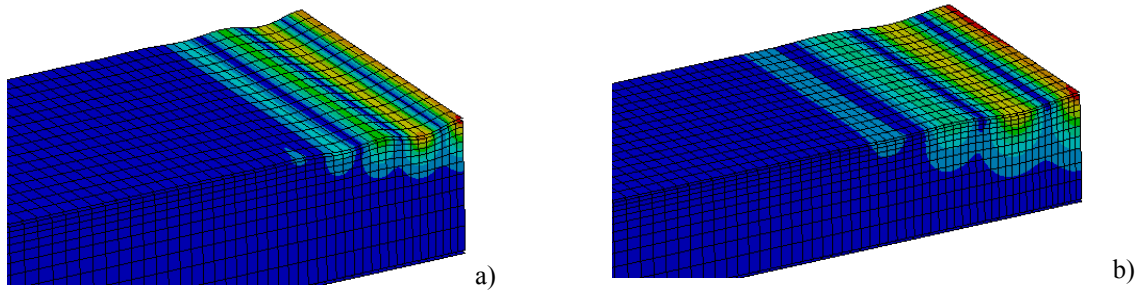
Rys. 5. Postacie wybożenia belki trójwarstwowej dla różnych właściwości rdzenia: a) $E_c=200$ MPa, b) $E_c=2000$ MPa.



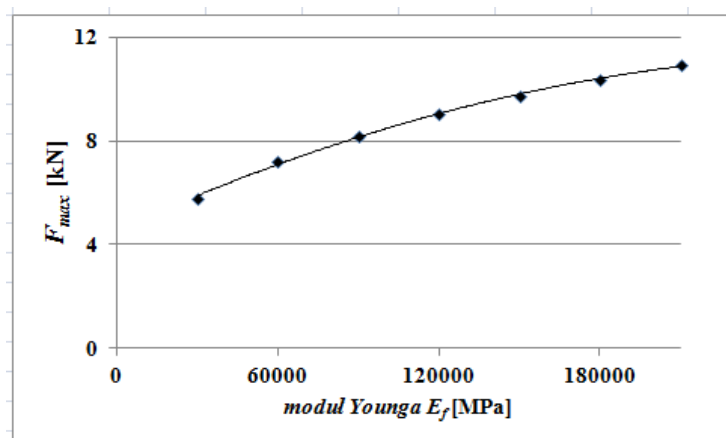
Rys. 6. Wartości siły krytycznej dla różnych właściwości rdzenia: a) $E_c=200$ MPa, b) $E_c=2000$ MPa.

Drugi etap badań również polegał na wyznaczeniu postaci wyboczenia oraz wartości naprężeń krytycznych dla modelu belki trójwarstwowej posiadającej w tym przypadku różne właściwości okładzin (zmienna wartość modułu Younga). Na rysunkach 7 i 8 przedstawiono postacie wyboczenia dla dwóch przykładowych belek

poddanych zginaniu trójpunktowemu. Wynika z niego, tak jak w przypadku rdzenia, że zmiana właściwości mechanicznych materiału okładziny nie wpływa na postać wyboczenia (rys. 7) tylko na wartości naprężeń krytycznych (rys. 8).



Rys. 7. Postacie wyboczenia belki trójwarstwowej dla różnych właściwości okładziny: a) $E_f=30000$ MPa, b) $E_f=210000$ MPa.



Rys. 8. Wartości siły krytycznej dla różnych właściwości okładziny: a) $E_f=30000$ MPa, b) $E_f=210000$ MPa.

Podsumowanie

Konstrukcje mostów, kadłubów statków, budynków itp. są zazwyczaj zbudowane jako zespoły elementów konstrukcyjnych, które są narażone na różne rodzaje obciążeń. Zachowanie się danego elementu zależy od charakteru działających na niego obciążeń, a także rodzaju konstrukcji. Bardzo ważnym aspektem jest podział danych obciążeń na statyczne i dynamiczne. Reakcja struktury na obciążenia dynamiczne jest zależna od czasu. Ponadto, właściwości materiału są zazwyczaj zależne od szybkości odkształcenia co jeszcze bardziej zwiększa złożoność danego zjawiska.

Belki trójwarstwowe należą do elementów konstrukcyjnych o bardzo szerokim zastosowaniu. Mechanizm ich odkształcenia jest bardzo skomplikowany. Ich analiza wymaga zastosowania złożonego aparatu matematycznego, a także weryfikacji otrzymanych wyników w sposób numeryczny i doświadczalny.

Wyboczenie miejscowe zginanej belki trójwarstwowej objawia się zmarszczeniem okładziny ściskanej.

W pracy przedstawiono model numeryczny MES opisujący wyboczenie-marszczenie ściskanej okładziny belki trójwarstwowej poddanej zginaniu trójpunktowemu. Zaproponowany model pozwolił wyznaczyć wartości obciążeń krytycznych. Badanie polegało na wyznaczeniu wartości obciążeń krytycznych oraz postaci wyboczenia. Niezależnie od właściwości materiału rdzenia i okładzin, postać wyboczenia była taka sama. Zmianie ulegały tylko wartości obciążeń krytycznych. W przypadku zmiany właściwości rdzenia, wartości obciążeń krytycznych uległy niemal pięciokrotnemu wzrostowi, podczas gdy dla zmiennych właściwości okładzin, nie następował już tak szybki wzrost wartości. Praca stanowi punkt wyjścia do dalszych badań, w tym analitycznych, nad zjawiskiem lokalnej utraty stateczności belek trójwarstwowych z rdzeniem w postaci stalowej pianki.

Literatura

1. Hadi, B.K., Wrinkling of sandwich column: comparison between finite element analysis and analytical solutions, *Composite Structures*, 2001, 53, pp. 477-482.
2. HEXCEL Composites, Honeycomb Attributes and Properties. A comprehensive guide to standard Hexcel honeycomb materials, configurations and mechanical properties, 1999.
3. Jasion, P., Magnucki, K., Wyboczenie-zmarszczenie okładziny belki trójwarstwowej przy czystym zginaniu. *Modelowanie Inżynierskie*, 2011, 41, pp. 151-156.
4. Koissin, V., Shipsha, A., Skvortsov, V., Effect of physical nonlinearity on local buckling in sandwich beams, *Journal of Sandwich structures and materials*, 2010, 12, pp. 477-494.
5. Magnucka-Blandzi, E., Magnucki, K., Effective design of a sandwich beam with a metal foam core, *Thin-Walled Structures*, 2007, 45, pp. 432-438.
6. Magnucki, K., Strength and buckling of sandwich beams-columns, *Modelowanie Inżynierskie*, 2011, 42, pp. 249-258.
7. Magnucki, K., Szyc, W., Wytrzymałość i stateczność belek i płyt trójwarstwowych z rdzeniem z pianki aluminiowej, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2012.
8. Nogowczyk, R., Zastosowanie programowania symbolicznego do analizy stateczności i drgań struktur sandwichowych, Rozprawa doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków, 2009.
9. Phan, C.N., Bailey, N.W., Kardomateas, G.A. et al., Wrinkling of sandwich wide panels/beams based on the extended high-order sandwich panel theory: formulation, comparison with elasticity and experiments, *Archives of Applied Mechanics*, 2012, 82, pp. 1585-1599.
10. Smith, B.H., Szyniszewski, S., Hajjar, J.F. et al., Steel foam for structures: a review of applications, manufacturing and material properties, *Journal of Constructional Steel Research*, 2012, 71, pp. 1-10.
11. Steeves, C.A., Fleck, N.A., Collapse mechanisms of sandwich beams with composite faces and a foam core, loaded in three-point bending. Part I: analytical models and minimum weight design, *International Journal of Mechanical Sciences*, 2004, 46, pp. 561-583.
12. Stiftinger, M.A., Rammerstorfer, F.G., Face layer wrinkling in sandwich shells – Theoretical and experimental investigations, *Thin-Walled Structures*, 1997, 29, pp. 113-127.
13. Tonelli, D., Bardella, L., Minelli, M., A critical evaluation of mechanical models for sandwich beams, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 2012, 14, pp. 629-654.
14. Vinson, J.R., Sandwich structures, *Mechanical Engineering*, 2001, 54(3), pp. 201-214.
15. Webber, J.P.H., Kyriakides, S., Lee, C.T., On the wrinkling of anisotropic sandwich column with laminated cross-ply faces, *Aeronaut Quarterly*, 1976, pp. 264-272.
16. Woźniak, M., Interaction of a plate with elastic foundation. PWN, Warszawa, 2001.
17. Życzkowski, M., Stability of bars and system bars, PWN, Warszawa, 1988.