

**POSTĘPY W INŻYNIERII MECHANICZNEJ  
DEVELOPMENTS IN MECHANICAL ENGINEERING**

9(5)/2017, 45-52

Czasopismo naukowo-techniczne – Scientific-Technical Journal

---

Emil SMYK, Dariusz MROZIK, Łukasz OLSZEWSKI

**SYMULACJA STRAT MIEJSCOWYCH W ŁUKU  
O PRZEKROJU OKRĄGŁYM**

**Streszczenie:** Współczynnik strat miejscowych  $\zeta$  wyznaczany jest doświadczalnie dla różnego rodzaju kształtek. Jest to czasochłonny oraz kosztowny proces. W związku z tym należy poszukiwać metod, które pozwolą zminimalizować nakłady z tym związane. Jest to szczególnie ważne w przypadku projektowania nowego rodzaju kształtek lub przekrojów kanałów. Z tego powodu w pracy przedstawiono numeryczną metodę wyznaczania współczynnika strat miejscowych na przykładzie łuków o przekroju okrągłym.

**Słowa kluczowe:** modelowane numeryczne, współczynnik strat miejscowych, kształtki

## 1. WSTĘP

Układy pneumatyczne, hydrauliczne lub wentylacyjne to tylko parę przykładów instalacji, w których wykorzystuje się różnego rodzaju kształtki. Jako kształtki rozumie się gotowe elementy instalacji o różnych przekrojach oraz kształtach. Przykładami kształtek są: kolano/łuk, dyfuzor, konfuzor, trójnik, nagłe zwężenie lub rozszerzenie przewodu, wylot oraz zasuwa [10]. Jednym z najważniejszych parametrów kształtki, w czasie projektowania układu, jest jej współczynnik strat miejscowych  $\zeta$ .

Współczynnik strat miejscowych  $\zeta$  może być wyznaczany w sposób doświadczalny [7, 11] lub numerycznie [2, 4, 6]. Metody doświadczalne są czasochłonne i wymagają budowy specjalnego stanowiska. Współczynnik strat  $\zeta$  zależy nie tylko od rodzaju kształtki, ale również od liczby Reynoldsa oraz średnicy rury [5]. Z tego powodu projektowanie oraz stosowanie w praktyce nowego rodzaju kształtek, np. o innym kształcie przekroju pola poprzecznego, jest trudne i bardzo wymagające ze względu na konieczność wyznaczenia współczynnika strat miejscowych  $\zeta$ . W związku z tym, należałoby znaleźć sposób na numeryczne wyznaczanie strat miejscowych dla różnego rodzaju kształtek, co pozwoliłoby na zmniejszenie ilości badań doświadczalnych.

---

mgr inż. Emil SMYK, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,  
Wydział Inżynierii Mechanicznej, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz,  
e-mail: emil.smyk@utp.edu.pl

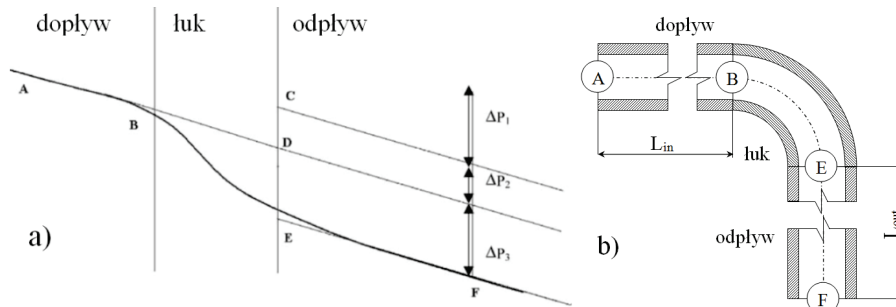
Dariusz MROZIK, e-mail: dariuszmrozik1@gmail.com

mgr inż. Łukasz OLSZEWSKI, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy,  
Wydział Inżynierii Mechanicznej, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz,  
e-mail: lukasz.olszewski@utp.edu.pl

W pracy przedstawiono sposób numerycznego wyznaczania strat miejscowych w łukach na przykładzie łuków o przekroju okrągłym. Wybór tego rodzaju kształtki jest spowodowany faktem, iż łuki oraz kolana są najczęściej stosowanymi typami kształtek. Należy również zaznaczyć, że autorom nie udało się znaleźć żadnych artykułów poświęconych numerycznemu wyznaczaniu współczynnika strat miejscowych  $\xi$  w kolanach bądź łukach.

### 1.1. Współczynnik strat miejscowych w łuku – sposób wyznaczania

Wyznaczenie współczynnika strat miejscowych  $\xi$  w łuku odbywa się poprzez pomiar strat ciśnienia na odcinku rurociągu z zamontowanym łukiem (rys. 1b). Jak widać, różnica ciśnień w punktach pomiarowych A oraz F obejmuje straty ciśnienia spowodowane stratami liniowymi na dopływie oraz odpływie  $\Delta p_1$ , tarcieniem płynu o ściankę łuku  $\Delta p_2$  oraz straty spowodowane samym łukiem  $\Delta p_3$  (rys. 1a).



Rys. 1. a) Schematyczna zmienność ciśnienia w linii środkowej kanału z łukiem z przedstawieniem poszczególnych spadków ciśnień [6], b) model układu pomiarowego  
 Fig. 1. a) Schematic variation of center-line pressure in duct with identification of various pressure drop components [6], b) model of measurement system

Ponieważ straty liniowe na dopływie i odpływie  $\Delta p_1$  są znane i mogą zostać obliczone na podstawie pomiaru różnicy ciśnień w punktach pomiarowych A oraz F można obliczyć współczynnik strat ciśnienia  $K_b$ . Współczynnik ten obliczamy ze wzoru [6]:

$$K_b = \frac{2(\Delta p_2 + \Delta p_3)}{\rho v^2} \quad (1)$$

gdzie:  $\rho$  – gęstość płynu roboczego,  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  
 $v$  – prędkość średnia płynu roboczego,  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Współczynnik strat miejscowych  $\xi$  obliczamy poprzez pomniejszenie współczynnika  $K_b$  o straty spowodowane tarcieniem płynu o ściany kształtki. Współczynnik  $\xi$  dla łuków obliczamy ze wzoru [6]:

$$\xi = K_b - \lambda C \theta \quad (2)$$

gdzie:  $\lambda$  – współczynnik strat liniowych,  
 $C$  – krzywizna krzywej,  $C = 1/R$ ,  
 $\theta$  – kąt łuku wyrażony w radianach.

Należy podkreślić, że wzory (1) oraz (2) odnoszą się do przepływów laminarnych. Autorzy nie znaleźli w literaturze odpowiednich wzorów dla przepływów turbulentnych, dlatego w pracy zostały użyte wzory dla przepływów laminarnych.

## 2. MODELOWANIE NUMERYCZNE

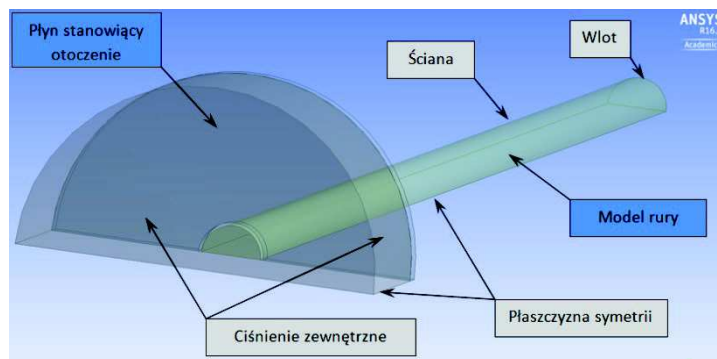
Modelowanie numeryczne zostało wykonane z użyciem programu Ansys Fluent. Pierwszym etapem badań było zasymulowanie przepływu w prostym odcinku rury. Miało to na celu weryfikację dobranej symulacji poprzez porównanie obliczonych współczynników strat liniowych ze współczynnikami obliczonymi z literatury. Kolejnym etapem było wyznaczenie współczynnika strat miejscowych dla łuków o wybranych parametrach.

Wszystkie przedstawione symulacje zostały przeprowadzone dla powietrza z pominięciem jego ściśliwości oraz z użyciem modelu symulacji Spalart-Allmaras [12]. W związku z niewielkimi prędkościami oraz ciśnieniem pominięcie ściśliwości powietrza powoduje niewielki błąd ( $< 3\%$  dla prędkości poniżej  $100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) [1, 8].

Model turbulencji Spalart-Allmaras jest modelem najlepiej symulującym warstwę przyścienną. Zastosowanie go powinno umożliwić dokładne zasymulowanie współczynnika strat liniowych  $\lambda$ , co powinno również przełożyć się na dokładność obliczonego współczynnika strat miejscowych  $\zeta$  (wzór (2)).

### 2.1. Badania wstępne

Model wraz z warunkami brzegowymi użyty w czasie badań wstępnych przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Model rury z warunkami brzegowymi

Fig. 2. Pipe model with boundary conditions

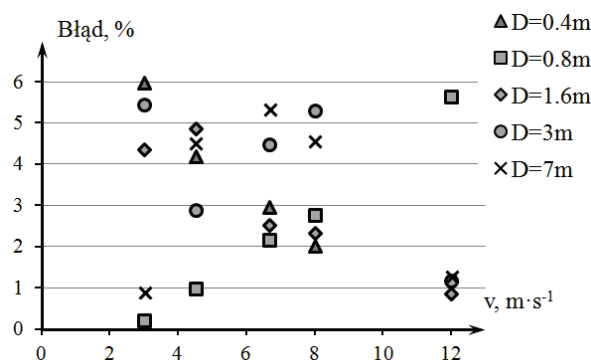
W czasie symulacji użyto różnych wartości średnicy  $D$  oraz prędkości  $v$ . Przedstawiony model został wykonany z użyciem płaszczyzny symetrii, tak aby ograniczyć liczbę użytych elementów. Zastosowano elementy sześciokątne (ang. *hexahedron*) oraz model turbulencji Spalart-Allmaras [12].

Weryfikację dobranej symulacji przeprowadzono poprzez porównanie współczynników strat liniowych  $\lambda$  otrzymanych z wyników symulacji

ze współczynnikami obliczonymi z literatury [5]. Ponieważ badane rury można traktować jako rury hydraulicznie gładkie, symulacje przeprowadzono dla przy przyjęciu chropowatości bezwzględnej kanałów  $k = 0,1$  mm, współczynnik strat liniowych  $\lambda$  został obliczony z formuły Blasiusa:

$$\lambda = 0,3164 \cdot \text{Re}^{-0,25} \quad (3)$$

W czasie symulacji strata ciśnienia na odcinku liniowym była mierzona na długości  $L = 5$  m. Odcinek ten poprzedzony był kanałem o długości  $L_1 = 10$  m. Dzięki takiemu zabiegowi przepływ na odcinku pomiarowym był w pełni ustalony i charakteryzował się takim samym profilem prędkości w każdej płaszczyźnie przekroju. Błąd względny obliczonego współczynnika strat liniowych  $\lambda$  względem współczynnika teoretycznego przedstawiono na rysunku 3.



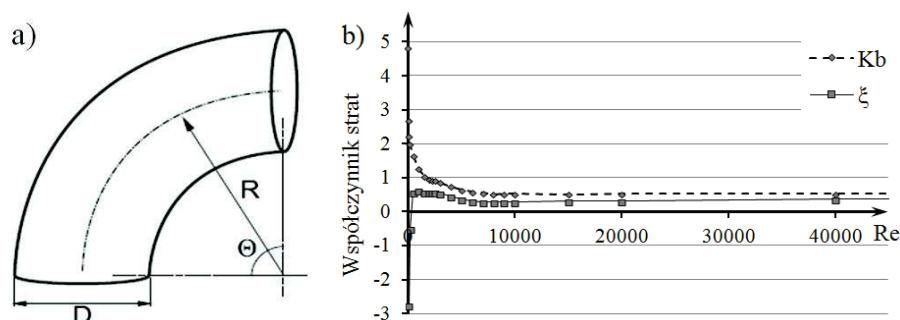
Rys. 3. Błąd względny współczynnika  $\lambda$  dla różnych parametrów symulacji  
Fig. 3. The relative error of ratio  $\lambda$  for different simulations parameters

Jak widać, błąd współczynnika  $\lambda$  otrzymanego z symulacji względem współczynnika obliczonego z literatury jest niewielki. Na 25 przeprowadzonych symulacji, gdzie każda charakteryzuje się inną liczbą Reynoldsa, maksymalny błąd wyniósł niecałe 6%. Jest to wynik bardzo dobry i potwierdza trafność wybranego modelu symulacji. Należy podkreślić, że wszystkie obliczenia były prowadzone dla pięciu różnych średnic ( $D = 0,4\div 7$  m) oraz prędkości ( $v = 3\div 12$  m·s<sup>-1</sup>). Podejście takie pozwoliło uzyskać dużą rozpiętość liczby Reynoldsa ( $Re = 8000\div 6 \cdot 10^6$ ) dla przeprowadzonych symulacji. Należy nadmienić, że przyjęcie średnicy rurociągu  $D = 7$  m miało za zadanie zweryfikować, czy przyjęty model turbulencji jest podatny na zmianę średnicy.

## 2.2. Wyznaczanie współczynnika strat miejscowych

Wyznaczenie współczynników strat miejscowych  $\zeta$  wykonano z zastosowaniem modelu symulacji wzorowanego na rysunku 1b. Średnicę rurociągu  $D = 400$  mm dobrano w ten sposób, aby miała jak najmniejszy wpływ na współczynnik strat miejscowych  $\zeta$  (w [5] wykazano, że dla średnic rurociągu mniejszych niż 300 mm współczynnik strat miejscowych  $\zeta$  nie jest stały i jest silnie zależny od średnicy). Pierwszym etapem badań było wyznaczenie współczynnika strat ciśnienia  $K_b$  oraz strat miejscowych  $\zeta$  dla kolana o współczynniku  $R/D = 1$  (rys. 4a). Wyznaczone współczynniki przedstawiono na rysunku 4.

Jak widać, na rysunku 4b przedstawiono współczynniki strat  $K_b$  oraz  $\zeta$  dla łuku  $R/D = 1$ . Współczynniki strat są początkowo bardzo różne co jest związane z wysokimi wartościami współczynnika strat liniowych  $\lambda$ . Ich wartości stabilizują się dla  $Re > 10000$ , odpowiednio  $K_b \approx 0,48$  oraz  $\zeta \approx 0,28$ .



Rys. 4. a) Parametry łuku, b) współczynniki strat dla łuku  $R/D = 1$

Fig. 4. a) Bend parameters, b) loss ratio for bend  $R/D = 1$

Tablicowa wartość współczynnika strat miejscowych  $\zeta$  dla kolana o  $R/D = 1$  oraz  $\theta = 90^\circ$  wynosi w zależności od źródła  $\zeta = 0,22$  [3] lub  $\zeta = 0,29$  [8]. Otrzymany współczynnik jest zbliżony do współczynników, które można znaleźć w literaturze (błąd względny względem [3] wynosi  $\delta = 21\%$ , natomiast względem [9] wynosi  $\delta = 3\%$ ). Wynik ten jest zadowalający.

Kolejnym etapem badań było wyznaczenie współczynnika strat miejscowych  $\zeta$  dla łuków o innych kątach  $\theta$  oraz parametrze  $R/D$ . W tym celu wykonano odpowiednie modele i przeprowadzono obliczenia współczynnika strat miejscowych  $\zeta$  dla wybranych łuków. Współczynniki strat  $\zeta$  obliczone na podstawie symulacji przedstawiono w tabeli 1, natomiast współczynniki zaczerpnięte z literatury przedstawiono w tabeli 2, gdzie pierwsza liczba oznacza współczynnik z [3], natomiast druga oznacza współczynnik z [9].

Tabela 1. Współczynnik strat miejscowych  $\zeta$  dla łuków o przekroju okrągłym, na podstawie symulacji

Table 1. Minor loss coefficient  $\zeta$  for bend with circular cross-section, on the basis of simulation

$R/D$	$\theta$					
	20	30	45	60	75	90
0,5	0,10	0,08	0,18	0,36	0,58	0,81
0,75	0,09	0,10	0,16	0,25	0,38	0,49
1	0,09	0,12	0,16	0,19	0,25	0,28
1,5	0,09	0,12	0,16	0,16	0,19	0,18
2	0,09	0,11	0,14	0,15	0,15	0,16
2,5	0,08	0,11	0,14	0,15	0,15	0,16

Tabela 2. Współczynnik strat miejscowych  $\zeta$  dla łuków o przekroju okrągłym, na podstawie literatury [3, 9]

Table 2. Minor loss coefficient  $\zeta$  for bend with circular cross-section, on the basis of literature [3, 9]

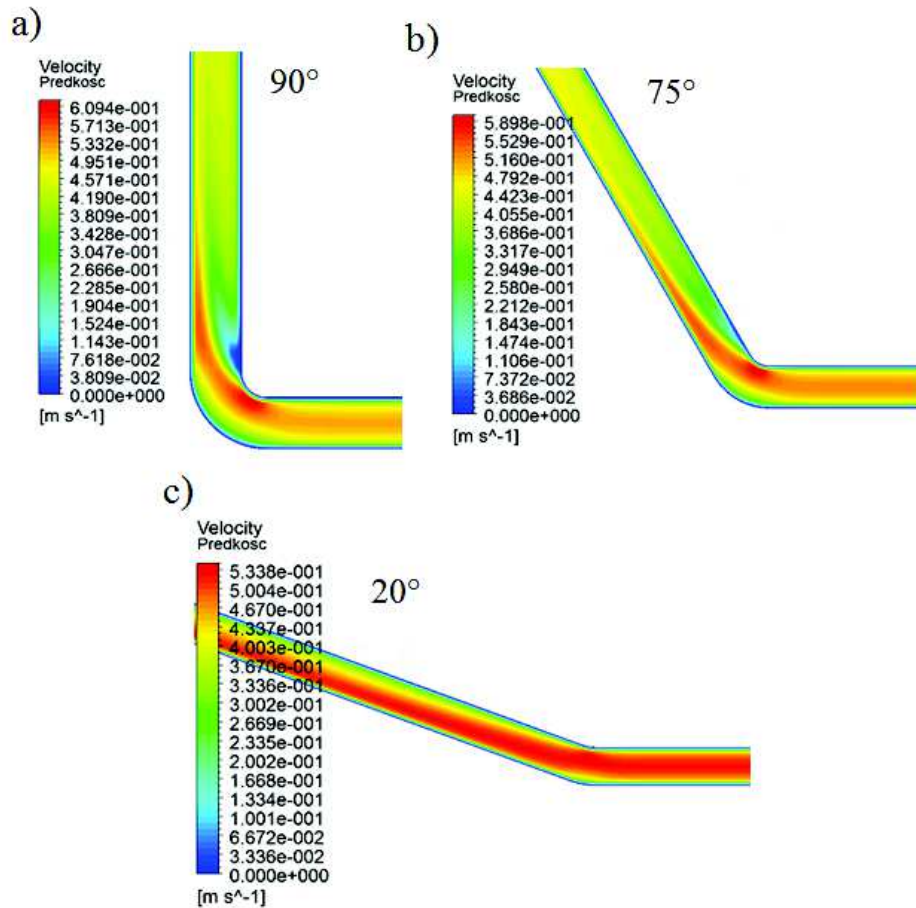
$R/D$	$\theta$					
	20	30	45	60	75	90
0,5	0,22 / 0,44	0,32 / 0,66	0,43 / 0,99	0,55 / 1,32	0,64 / 1,65	0,71 / 1,98
0,75	0,10 / 0,13	0,15 / 0,19	0,20 / 0,29	0,26 / 0,39	0,30 / 0,48	0,33 / 0,58
1	0,07 / 0,07	0,10 / 0,10	0,13 / 0,15	0,17 / 0,20	0,20 / 0,25	0,22 / 0,29
1,5	0,05 / 0,04	0,07 / 0,06	0,09 / 0,09	0,12 / 0,11	0,14 / 0,14	0,15 / 0,17
2	0,04 / 0,03	0,06 / 0,05	0,08 / 0,07	0,10 / 0,10	0,10 / 0,12	0,13 / 0,15
2,5	0,03 / 0,03	0,05 / 0,05	0,07 / 0,07	0,09 / 0,09	0,11 / 0,11	0,12 / 0,14

Jak widać w tabeli 2, dane literaturowe znacznie różnią się od siebie nawzajem. Niestety autorzy nie znaleźli żadnej obowiązującej normy, która opisywałaby współczynniki strat miejscowych  $\zeta$  (norma [9] nie jest normą obowiązującą). Pomimo że publikacja [3] jest pracą stosunkowo nową, to dane w niej przedstawione zostały zebrane z literatury anglosaskiej oraz amerykańskiej z lat 70. i 80. Różnice między [3] oraz [9] mogą wynikać z odmiennego podejścia oraz zastosowanej metodyki.

Wyniki symulacji nie różnią się znacznie od wyników literaturowych jedynie dla kątów łuku  $\theta = 90^\circ$  oraz  $\theta = 75^\circ$  dla stosunku  $R/D \geq 1$ . W tych przypadkach wartości współczynników strat miejscowych  $\zeta$  uzyskane podczas symulacji mieszczą się pomiędzy wartościami z literatury [11, 12]. Największe różnice uzyskano dla małych kątów ( $\theta = 20^\circ$  oraz  $\theta = 30^\circ$ ). W tych przypadkach wyniki symulacji są praktycznie niezależne od stosunku  $R/D$ , a błędy bardzo duże (względem literatury).

Na rysunku 5 przedstawiono rozkłady prędkości w płaszczyźnie symetrii kanałów wentylacyjnych z kolanem o stosunku  $R/D = 1$  i różnych kątach  $\theta$ . Różnice w miejscu oderwania się strumienia oraz sposób, w jaki profil prędkości strumienia stabilizuje się (staje się znowu osiowosymetryczny) za kolanem, są głównymi przyczynami różnic w wartościach współczynnika strat miejscowych  $\zeta$  dla kolan o różnym kącie łuku  $\theta$  i stosunku  $R/D$ .

Omawiany efekt jest szczególnie widoczny w przypadku łuku o kącie  $\theta = 90^\circ$  (rys. 5a), gdzie pęd strumienia medium roboczego rozpraszany jest poprzez uderzenie o ścianę kanału, natomiast za łukiem wytwarzany jest obszar podciśnienia o niskiej wartości prędkości (obszar niebieski na rys. 5a). W łuku o kącie  $\theta = 75^\circ$  (rys. 5b) obszar niskiej prędkości (niebieskie pole na rys. 5b) jest mniejszy, a rozproszenie energii strumienia w skutek uderzenie o ścianę kanału nie jest tak gwałtowne. Przekłada się na zmniejszenie wartości strat miejscowych. W przypadku łuku o kącie  $\theta = 20^\circ$  (rys. 5c) opisywane zjawiska prawie nie występują, a łuk ten charakteryzuje się najmniejszą wartością współczynnika strat miejscowych  $\zeta$ .



Rys. 5. Przykładowe rozkłady prędkości w płaszczyźnie symetrii kanału z kolaniem o współczynniku  $R/D = 1$  i kącie a)  $\theta = 90^\circ$ , b)  $\theta = 75^\circ$  oraz c)  $\theta = 20^\circ$

Fig. 5. Examples of velocity distributions in the symmetry plane of the duct with elbow with the coefficient  $R/D = 1$  and angle a)  $\theta = 90^\circ$ , b)  $\theta = 75^\circ$  and c)  $\theta = 20^\circ$

### 3. WNIOSKI

Zastosowanie modelu Spalart-Allmaras pozwoliło na bardzo dokładne wyznaczenie współczynników strat liniowych  $\lambda$  (błąd  $< 6\%$ ). Jednakże ten model turbulencji okazał się niewystarczający w przypadku obliczania współczynników strat miejscowych  $\zeta$ . Uzyskane współczynniki znacząco różnią się od danych literaturowych. Błąd względny pomiędzy danymi literaturowymi [3] a współczynnikami obliczonym na podstawie symulacji jest mniejszy niż 10% jedynie dla łuków o kącie  $\theta \geq 45^\circ$  i stosunku  $R/D = 1$  oraz dla łuków o kącie  $\theta = 90^\circ$  i stosunku  $R/D = 1,5$  lub  $R/D = 2$ . W pozostałych przypadkach błąd jest większy niż 10%, a otrzymane wyniki nie mogą zostać uznane za prawidłowe.

Dodatkowo przedstawiono przykładowe rozkłady prędkości w płaszczyźnie symetrii kanałów z łukiem o stosunku  $R/D = 1$ .

W pracy wykazano, że metoda turbulencji Spalart-Allmaras może być wykorzystywana do obliczeń współczynników strat liniowych  $\lambda$  oraz, w szczególnych przypadkach, do obliczeń współczynników strat miejscowych  $\zeta$  ( $R/D = 1$  oraz  $\theta \geq 45^\circ$ ).

## LITERATURA

- [1] CENGEL Y.A., CIMBALA J.M.: Fluid Mechanics: fundamentals and applications. The McGraw-Hill Company, New York, 2006.
- [2] GAN G., RIFFAT S.B.: Measurement and computational fluid dynamics prediction of diffuser pressure-loss coefficient. Applied Energy 54(2), 1996, 181-195.
- [3] HENDIGER J., ZIĘTEK P., CHLIDZINSKA M.: Wentylacja i klimatyzacja. Materiały pomocnicze do projektowania. Venture Industries Sp. z.o.o., Warszawa, 2013.
- [4] KHEIREDDINE A.S., SANDA M.H., CHATURVEDI S.K., MOHIELDIN T.O.: Numerical prediction of pressure loss coefficient and induced mass flux for laminar natural convective flow in a vertical channel. Energy 22(4), 1997, 413-423.
- [5] KLINKE T.: Wentylacja, tablice do obliczeń strat ciśnienia. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2007.
- [6] MAHARUDRAYYA S., JAYANTI S., DESHPANDE A.P.: Pressure losses in laminar flow through serpentine channels in fuel cell stacks. Journal of Power Sources 138(1-2), 2004, 1-13.
- [7] MIKA Ł.: Badania współczynnika strat miejscowych podczas przepływu zawiesiny lodowej przez nagłe zwężenie rury. Inżynieria i Aparatura Chemiczna 49(1), 2010, 73-74.
- [8] MITOSEK M.: Mechanika płynów w inżynierii i ochronie środowiska. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2007.
- [9] Norma PN-76 M-34034.
- [10] PELECH A.: Wentylacja i klimatyzacja – podstawy. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2008.
- [11] STRZELECKA K., JEŻOWIECKA-KABSCH K.: Rzeczywiste wartości współczynników oporów miejscowych podczas przepływu wody przez skokowe rozszerzenie rury. Ochrona środowiska 30(2), 2008, 29-33.
- [12] User's Guide, ANSYS FLUENT 12, Release 14.0., Ansys Inc.

## SIMULATION OF MINOR LOSS COEFFICIENT IN BEND WITH CIRCULAR CROSS-SECTION

**Summary:** Minor loss coefficient  $\zeta$  is determined experimentally for different typer of fittings. It is time-consuming and expensive process, therefore we should be sought methods to minimize the expenses associated with it. It is particularly necessary in the case of design a new type of fittings or cross-section shapes of channels. With this reason, the paper proposes a numerical method for determining the minor loss coefficient on the example of bend with circular cross-section.

**Key words:** numerical modeling, minor loss coefficient, fittings