



PRZEMYSŁAW NOWAK

STRABAG Infrastruktura
Południe Sp. z o. o.
przemyslaw.nowak02@
strabag.com

Zastosowanie algorytmów przybliżonych do wyznaczania tras przejazdu w obszarze miejskim

Rozwój motoryzacji stanowi bezpośrednią przyczynę wzrostu liczby podróżujących pojazdami samochodowymi. Wbrew staraniom wielu samorządów, transport zbiorowy cieszy się ciągle zdecydowanie mniejszą popularnością aniżeli transport indywidualny. Sytuacja ta powoduje przeciążanie arterii komunikacyjnych, zwłaszcza w dużych aglomeracjach miejskich. Ograniczenie praktycznych możliwości rozbudowy tras komunikacyjnych stanowi przyczynę występowania spiężeń ruchu na drogach i w efekcie wzrost zatłoczenia na ulicach miast oraz poważnych utrudnień w ruchu [9].

W ostatnim czasie coraz większą rolę w optymalizacji przemieszczania się po sieci dróg miejskich stanowią systemy nawigacji. Pozwalają one kierowcy na wybór trasy, która doprowadzi go do celu podróży. System nawigacji określa przede wszystkim najkrótszą trasę. Często jednak bywa tak, że trasa o minimalnej długości nie oznacza minimalnego czasu dotarcia do punktu docelowego. Spowodowane jest to faktem, że na czas przejazdu przez dany odcinek trasy, wpływ mają również inne czynniki takie jak: obciążenie ruchem, prawdopodobieństwo wystąpienia zatorów (korków), wypadki, czy warunki pogodowe.

Niezwykle trudne jest więc dokładne ustalenie przedziału czasowego, w którym możliwe jest przebycie danej trasy. Wynika to z niepewności danych określających czasy pokonania jej poszczególnych odcinków.

Opór ruchu w sieci drogowej

W przypadku sieci komunikacyjnych stosowane są głównie trzy kryteria odległości: fizyczne, czasowe i kosztowe. W sytuacji, gdy wykorzystanie ścieżek komunikacyjnych jest niewielkie, przedstawione kryteria sprowadzają się do identycznego, najprostszego rozwiązania odnalezienia drogi, będącej najkrótszą fizycznie. Wskaźniki, które najczęściej wpływają na wybór trasy to:

- potencjalny czas przebycia danego połączenia [min],
- długość trasy [km],
- wysokość opłat drogowych [PLN].

W szczegółowych modelach uwzględnia się dodatkowo inne czynniki, jak np. zamożność mieszkańców, znajomość trasy przez użytkowników itp. Przy przewidywaniu kosztów, zazwyczaj brane są pod uwagę dwa czynniki: koszty materialne [PLN] tj. koszt paliwa, opłaty eksploatacyjne oraz czas [min] przemieszczania się pomiędzy dwoma punktami w sieci. W warunkach miejskich koszty przejazdu są w dużym stopniu uzależnione od panujących warunków ruchu.

Składowe oporów danej trasy to [1]:

- opór podłączenia,
- opór odcinków, z których składa się trasa,
- opór relacji skrajnych (najczęściej pod postacią kar czasowych).

Dynamiczny rozwój numerycznych metod obliczeniowych umożliwił stosowanie bardziej złożonych funkcji (dawniej prostych zależności liniowych), znacznie lepiej modelujących rzeczywistość. Przykładową funkcją oporu ruchu jest wykładnicza funkcja Overgaarda:

$$t = t_0 \cdot \alpha \left(\frac{q}{Q_c} \right)^\beta \quad (1)$$

w której:

- t – czas przebycia odcinka o długości jednostkowej [min],
- t_0 – czas przebycia odcinka o długości jednostkowej przy (ruch swobodny) [min],
- q – potok na danym odcinku [P/min],
- Q_c – przepustowość na poziomie swobody ruchu C (praktyczny) [P/min],
- α, β – parametry modelu.

Więcej funkcji opisujących opór ruchu w sieci miejskiej przedstawiono w opracowaniu [1].

Model problemu wyboru trasy

Problem wyznaczenia najkrótszej trasy jest jednym z najczęściej analizowanych zagadnień optymalizacyjnych. W artykule analizowana jest sytuacja, której dane reprezentujące czasy przejazdu przez każdy z odcinków przedstawione są za pomocą liczb rozmytych i interwałów. Problem jest zdefiniowany na grafie skierowanym [2]:

$$G = G(A, V) \quad (2)$$

w którym:

- V – zbiór wierzchołków,
- A – zbiór łuków.

Z każdym łukiem poziomym trasy powiązany jest interwał, który wyrażony jest przez zależność:

$$c_{ij} = [l_{ij}, \bar{l}_{ij}] \quad (3)$$

$$0 < l_{ij} < \bar{l}_{ij} \quad (4)$$

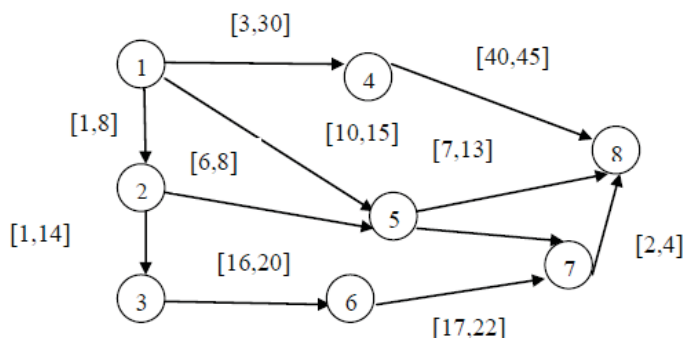
$$i, j \in A \quad (5)$$

w której:

- \bar{l}_{ij} – górny interwał pomiędzy dwoma punktami [min],

l_{ij} – dolny interwał pomiędzy dwoma punktami [min],
 c_{ij} – reprezentacja kosztu danego łuku [min].

Waga każdego z łuków, będąca odpowiednikiem czasu przebycia odcinka trasy, zawiera się w interwale przypisanym do danego łuku [3].



Rys. 1. Przykładowy graf reprezentujący miasto [opracowanie własne]

Badany jest wpływ szerokości przedziałów na otrzymywane wyniki, a poszukiwana jest trasa najbardziej niezawodna. Zakłada się, że przebycie przez dany łuk możliwe jest do zrealizowania przy różnych kosztach, gdzie koszt przejazdu zmienia się pod względem szeregu czynników takich jak jakość, bezpieczeństwo, obciążenie ruchem. Możliwe jest łączne określenie tych czynników terminem niezawodności. Z tego wypływa wniosek, że minimalny koszt pokonania łuku jest powiązany z wyższym kosztem, a także z większą niezawodnością do momentu, aż dotrze do górnej granicy, gdzie zwiększany koszt nie podnosi już niezawodności. Niezawodność, pewność trasy, prezentowana jest więc za pomocą liczby rozmytej o następującej funkcji przynależności [4]:

$$u_{ij}(c_{ij}) = \begin{cases} 1, & c_{ij} \geq \beta_{ij} \\ \frac{(c_{ij} - \alpha_{ij})}{(\beta_{ij} - \alpha_{ij})}, & \alpha_{ij} \leq c_{ij} \leq \beta_{ij} \\ 0, & c_{ij} \leq \alpha_{ij} \end{cases} \quad (6)$$

w której:

α_{ij} – początek interwału $[l_{ij}, \bar{l}_{ij}]$ opisujących czas przejazdu przez dany odcinek trasy,

β_{ij} – koniec interwału $[l_{ij}, \bar{l}_{ij}]$ opisujących czas przejazdu przez dany odcinek trasy.

W niniejszym artykule przeprowadzono modelowanie, określając koszt przebycia przez dany łuk za pomocą funkcji czasu średniego przebycia przez łuk oraz długości przedziału, który był z nim powiązany i uzależnione od parametru przyjmującego wartości z zakresu [0,1].

$$c = \alpha \cdot t_{sr} + (1 - \alpha) \cdot d \quad (7)$$

w którym:

t_{sr} – koszt przebycia danego odcinka trasy [min],

d – długość przedziału reprezentującego czas przebycia trasy [km],

α – parametr dostosowania.

Algorytm ewolucyjny

Termin algorytm ewolucyjny określa przybliżony algorytm optymalizacyjny, stosujący mechanizmy reprodukcji, mutacji i selekcji, które są inspirowane przez procesy ewolucyjne występujące wśród organizmów żywych [5]. Algorytmy ewolucyjne to nazwa ogólna, obejmująca m.in. następujące metody [8]:

- algorytmy genetyczne,
- programowanie genetyczne,
- strategie ewolucyjne.

Ich cechą wspólną jest wykorzystanie schematu działania wzorowanego na teorii doboru naturalnego i ewolucji.

Idea algorytmu genetycznego została zaczerpnięta z nauk przyrodniczych opisujących zjawiska doboru naturalnego i dziedziczenia. W pewnym uproszczeniu można przyjąć, że algorytmy genetyczne służą do optymalizacji pewnych funkcji (zwanymi funkcjami przystosowania). Klasa ich zastosowań jest dużo szersza: algorytmy genetyczne możemy stosować przy dowolnych problemach, w przypadku których uda się skonstruować funkcję oceniającą rozwiązania (funkcja celu). W tym ujęciu wiele problemów można przeformułować w ten sposób, aby stały się zadaniami optymalizacyjnymi. [6]

Algorytmy genetyczne korzystają z określeń zapożyczonych z genetyki. Mówi się np. o populacji osobników, a podstawowymi pojęciami są: gen, chromosom, genotyp, fenotyp.

W zastosowanym (klasycznym) algorytmie genetycznym można wyróżnić następujące kroki:

- reprezentacja problemu,
- zatrzymanie działania algorytmu,
- tworzenie pierwszej populacji,
- ocena populacji,
- krzyżowanie,
- mutacja,
- modelowanie niepewności.

Algorytm genetyczny wykorzystywany jest jako algorytm optymalizacji w oprogramowaniu – do wyznaczenia optymalnej trasy przejazdu.

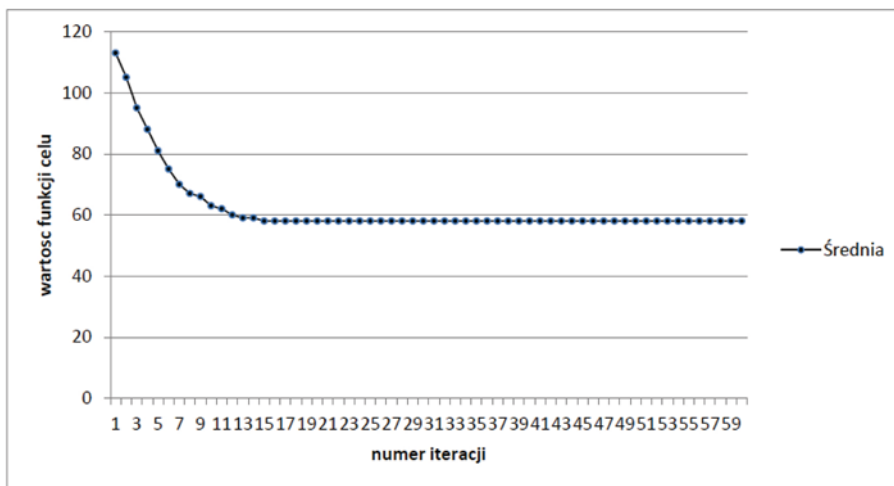
Badania programu z algorytmem genetycznym

Minimalne wartości czasu [min] przejazdu przez dany łuk zostały wylosowane z zakresu [1,80]. Wartości maksymalne czasu [min] mogą osiągać wartości z zakresu [1,120]. Ilość iteracji w programie wynosiła 60, a prawdopodobieństwo mutacji 20%. Węzeł z którego wystartowano to węzeł nr 1, a końcowy to nr 40. Rozmiar populacji założono na poziomie 30.

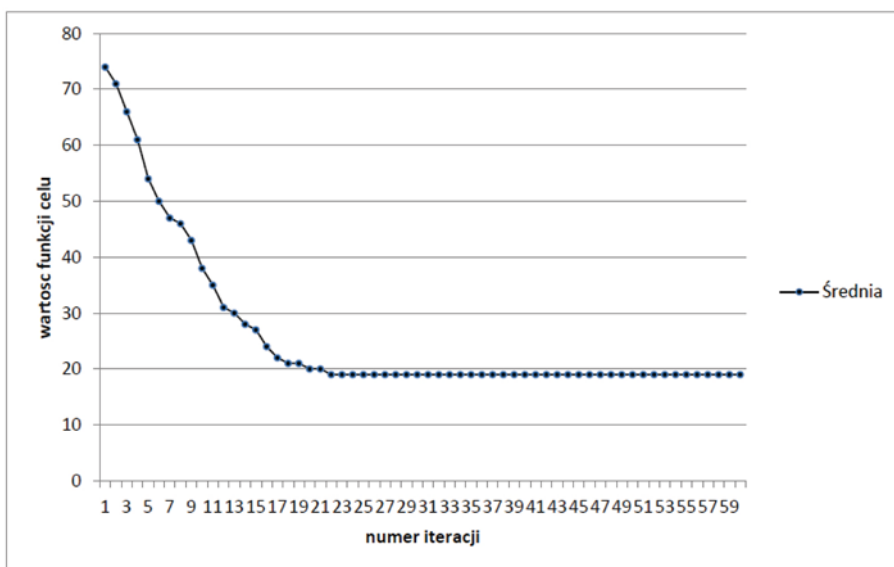
Do budowy programu wspomagano się literaturą przywołaną w powyższym artykule oraz dodatkowo [7], [10], [11], [12].

Testy w terenie miejskim o niewielkiej liczbie węzłów

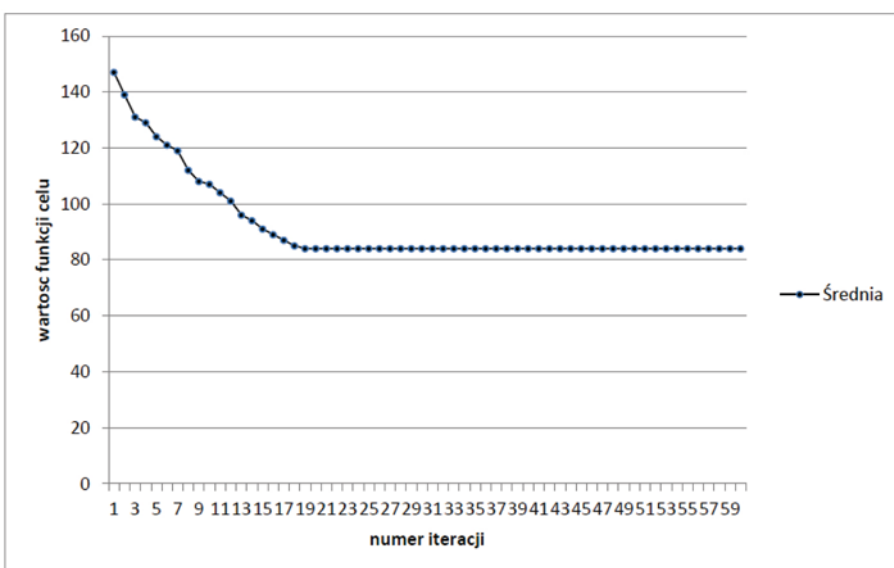
Przeprowadzono testy dla przykładowego miasta o liczbie węzłów 50 (rys. 2). Jako pierwszy badany był przypadek, w którym wybrana zostaje trasa z uwzględnieniem jedynie



Rys. 2. Średnie wartości funkcji celu, uwzględniany średni czas przejazdu (opracowanie własne)



Rys. 3. Średnie wartości funkcji celu, uwzględniane minimalne czasy przejazdu (opracowanie własne)



Rys. 4. Średnie wartości funkcji celu, uwzględniane maksymalne czasy przejazdu (opracowanie własne)

średniego czasu przejazdu przez każdy z odcinków. Uzyskana trasa to: 1->15->27->40. Czas przejazdu – bazując na średnich czasach przebycia każdego odcinka wynosi 58 [min]. Przedział reprezentujący możliwe czasy przebycia trasy: [34, 84] [min].

Uruchomiona z takimi samymi parametrami symulacja (rys. 3 oraz rys. 4), bazująca jednak na minimalnych wartościach przedziałów określających czas przejazdu, jako najlepszą wskazała następującą trasę: 1->15->30->44->40. Czas przejazdu to 19 [min], a przedział reprezentujący możliwe czasy przebycia trasy: [19, 102] [min].

W dalszej kolejności pod uwagę brane były tylko górne granice przedziałów. Wybrano najlepszą następującą trasę: 1-15-27-40. Czas przejazdu 84 [min], a przedział reprezentujący możliwe czasy przebycia trasy: [34, 84] [min].

Zbiorcze zestawienie wyników z uwzględnieniem kosztu przedstawiono w tabeli 1 i 2.

Przytoczony powyżej koszt rozumiany jest jako czas przejazdu przez daną trasę, który możemy przetransponować na realne koszty zużycia paliwa. Koszty zużycia paliwa można wyliczyć opierając się na znanej długości trasy, średnim spalaniu pojazdu przy danej prędkości jazdy oraz ceny paliwa. Niniejsze opracowanie nie opierało się na dokładnym wyliczeniu powyższych kosztów w złotych.

Wyszukiwane były odcinki trasy oceniane zarówno z uwzględnieniem średniego czasu przejazdu przez każdy z odcinków, jak i pod względem rozmiaru przedziału czasu, który je charakteryzuje. W celu uwzględnienia obydwu tych czynników, koszt przejazdu przez odcinek obliczany był za pomocą następującego wzoru:

$$(1 - \alpha) \cdot t_{sr} + (\text{szerokość przedziału}) \cdot \alpha \quad (8)$$

w którym:

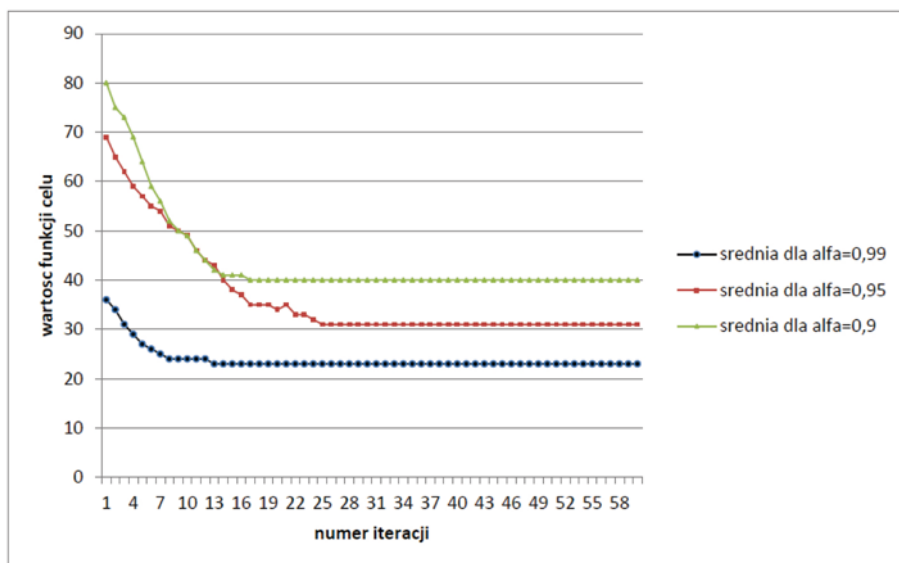
t_{sr} – koszt przebycia danego odcinka trasy,

α – parametr dostosowania.

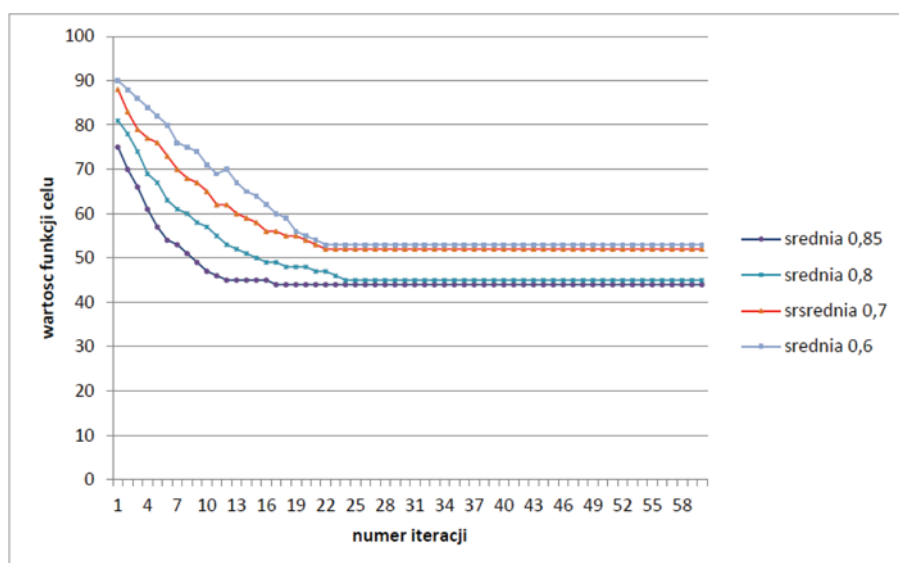
Uwzględniając rozmiar przedziału jesteśmy w stanie wyznaczyć drogę, która zmienia się w mniejszym stopniu bez względu na fluktuacje ruchu w całej sieci. Koszt w poniższych przykładach (rys. 5 oraz rys. 6) wyliczany był za pomocą wyżej zaprezentowanego wzoru nr (8).

Tabela 1. Wyniki na podstawie, średnich, minimalnych i maksymalnych czasów przejazdu (opracowanie własne)

Koszt wyliczony na podstawie:	Minimalny czas przejazdu trasy [min]	Maksymalny czas przejazdu trasy [min]	Szerokość przedziału reprezentującego czas przejazdu trasy [min]	Średni czas przejazdu trasy [min]
Średniego czasu przejazdu przez odcinek [min]	34	84	50	59
Minimalnego czasu przejazdu przez odcinek [min]	19	102	83	60,5
Maksymalnego czasu przejazdu przez odcinek [min]	34	84	50	59



Rys. 5. Średnie wartości funkcji celu, $\alpha = 0,99; 0,95; 0,90$ (opracowanie własne)



Rys. 6. Średnie wartości funkcji celu, $\alpha = 0,85; 0,8; 0,7; 0,6$ (opracowanie własne)

Tabela 2. Przebieg trasy na podstawie obliczeń z użyciem parametru dostosowania (opracowanie własne)

Parametr	Minimalny koszt przejścia trasy [min]	Najlepsze przejście reprezentuje drogę
0,99	31	1 -> 14 -> 13 -> 26 -> 40
0,95	31	1 -> 3 -> 13 -> 26 -> 40
0,90	23	1 -> 12 -> 26 -> 40
0,85	44	1 -> 16 -> 13 -> 26 -> 40
0,80	45,8	1 -> 15 -> 27 -> 34 -> 45 -> 40
0,70	52,4	1 -> 15 -> 27 -> 40
0,60	53,2	1 -> 15 -> 27 -> 40
0,50	54	1 -> 15 -> 27 -> 40

Tabela 3. Wyniki na podstawie obliczeń z użyciem parametru dostosowania (opracowanie własne)

Parametr	Minimalny czas przejazdu trasy [min]	Maksymalny czas przejazdu trasy [min]	Szerokość przedziału [min]	Średni czas przejazdu trasy [min]
0,99	139	162	23	150,5
0,95	158	184	26	171
0,90	164	190	26	177
0,85	137	165	28	151
0,80	55	94	39	74,5
0,70	34	84	50	59
0,60	34	84	50	59
0,50	34	84	50	59

Analiza wyników trasy w mieście o niewielkiej liczbie węzłów

Najmniej narażona na zmiany droga prowadząca od węzła 1 do 40 jest trasa najdłuższa, uwzględnienie wartości średniej prowadzi natomiast do dużej poprawy trasy. Jest ona jednak narażona na duże zmiany ze względu na fluktuacje ruchu. Najlepszą trasą jest ta, która charakteryzuje się niewielką rozpiętością przedziału i małą długością czasu. Najkrótsza z możliwych tras wyznaczona na podstawie minimalnych czasów przejazdów przez odcinki sieci narażona jest również na duże zmiany w zakresie czasu trwania przejazdu. W przypadku współczynnika $\alpha = 0,7$ oraz przy niższych wartościach tego współczynnika otrzymano identyczną trasę jak przy wykorzystaniu jedynie średnich czasów przejazdu przez od-

cinki. Jest to trasa stosunkowo krótka i nie jest narażona na duże zmiany.

Testy na terenie miejskim o znaczącej liczbie węzłów

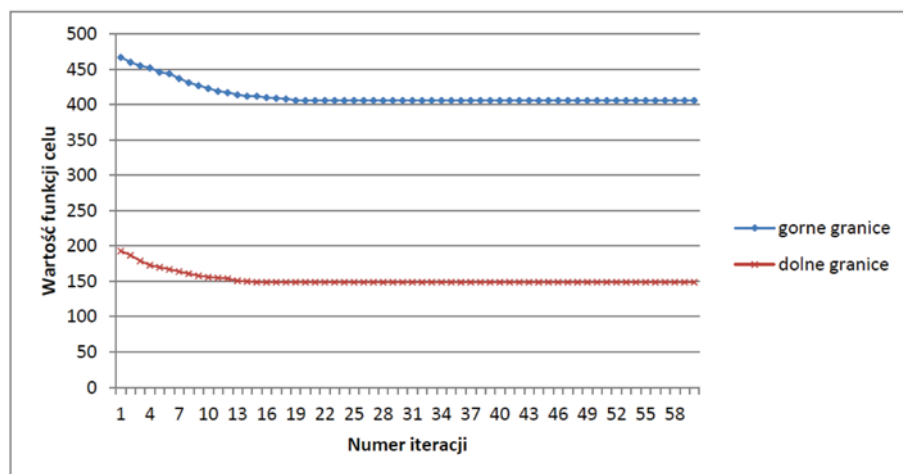
Przeprowadzono testy na przykładowym mieście o liczbie węzłów 200, a prawdopodobieństwo mutacji przyjęto na poziomie 60 %. Węzeł, z którego wystartowano to węzeł nr 1, a końcowy to nr 199. Rozmiar populacji założono na poziomie 40. Do testów miasta o znacznej liczbie węzłów wykonano też same analizy jak w przypadku miasta o małej liczbie węzłów, których wyniki przedstawiono w tabeli nr 4, tabeli 5 oraz rys. 7.

Tabela 4. Wyniki na podstawie średnich, minimalnych i maksymalnych czasów przejazdu (opracowanie własne)

Koszt wyliczany na podstawie:	Minimalny czas przejazdu trasy [min]	Maksymalny czas przejazdu trasy [min]	Szerokość przedziału reprezentującego czas przejazdu trasy [min]	Średni czas przejazdu trasy [min]
Średniego czasu przejazdu przez odcinek [min]	182	428	246	305
Minimalnego czasu przejazdu przez odcinek [min]	149	503	345	326
Maksymalnego czasu przejazdu przez odcinek [min]	253	406	153	329,5

Tabela 5. Wyniki na podstawie uwzględnienia różnych parametrów przejazdu (opracowanie własne)

Parametry	Minimalny koszt przejścia trasy	Najlepsze przejście reprezentuje drogę
Z uwzględnieniem jedynie średnich czasów przejazdu przez każdy z odcinków trasy	301	1->5->7->22->37->51->58->73->88->92->106->110->113->123->137->151->166->179->194->196->199
Z uwzględnieniem jedynie dolnej granicy interwału	149	1->5->7->22->37->51->58->73->84->88->92->106->110->125->130->145->159->172->179->194->196->199
Z uwzględnieniem jedynie górnej granicy interwałów	406	1->5->7->18->29->39->51->58->73->84->96->110->113->123->137->151->166->175->184->196->199



Rys. 7. Średnie wartości funkcji celu, uwzględniane maksymalne oraz minimalne czasy przejazdów (opracowanie własne)

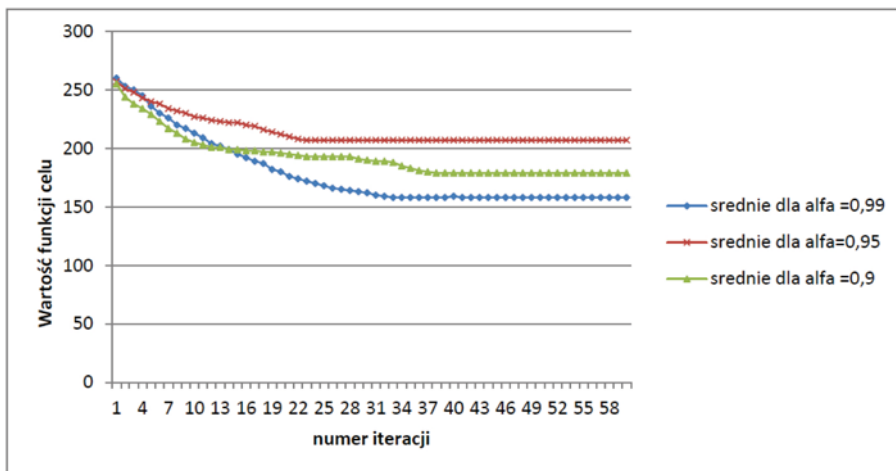
Podobnie jak w przypadku testów na terenie miejskim o niewielkiej liczbie węzłów, koszt rozumiany jest jako czas przejazdu przez daną trasę, który możemy przetransponować na realne koszty zużycia paliwa. Niniejsze opracowanie również nie opierało się na dokładnym wyliczeniu powyższych kosztów w złotych.

Trasa uzyskana na podstawie średnich długości interwałów charakteryzuje się znaczną szerokością przedziału. Jest ona większa od szerokości każdej z tras wyznaczonych z uwzględnieniem zarówno szerokości, jak i średnich wartości przedziałów opisujących odcinki sieci. Analiza szerokości przedziałów czasowych reprezentujących odcinki w połączeniu z ich średnimi pozwala na wyznaczenie tras, których przebycie wymaga stosunkowo niewielkiego czasu i są one narażone jedynie na niewielkie wahania czasów ich przebycia.

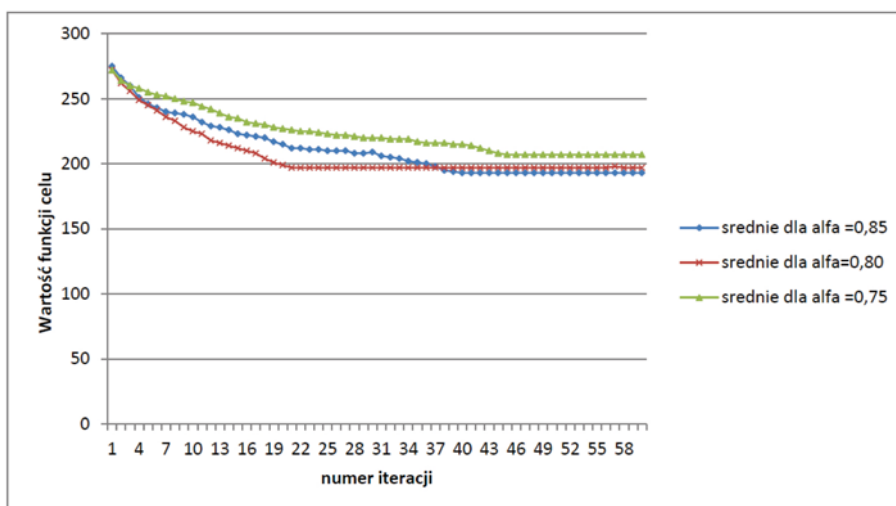
W przypadku miasta o znacznej liczbie węzłów również wykonano analizy (rys. 8-11 oraz tabele 6-7) przy pomocy wyrażenia nr (8).

Tabela 6. Przebieg trasy na podstawie obliczeń z użyciem parametru dostosowania (opracowanie własne)

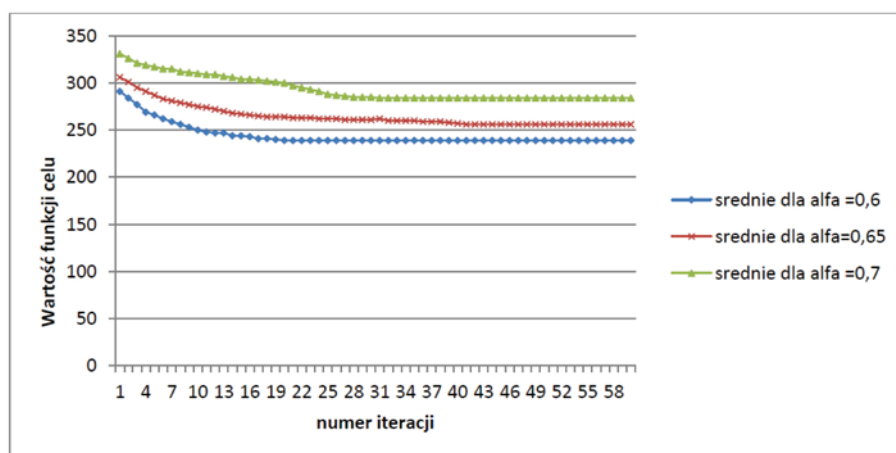
Parametr	Minimalny koszt przejścia trasy [min]	Najlepsze przejście reprezentuje drogę
1	137	1->5->7->18->29->39->51->58->73->88->92->106->104->116->130->145->155->167->175->184->196->199
0,99	158,09	1->14->28->35->40->50->56->62->66->81->95->104->116->130->145->155->167->182->194->196->199
0,95	207,07	1->3->9->18->29->39->51->58->73->84->96->110->113->123->137->151->166->194->196->199
0,9	179,8	1->3->9->18->29->39->51->58->73->88->92->106->104->116->130->145->155->167->182->194->196->199
0,85	193,55	1->14->28->35->40->50->56->62->66->81->95->108->120->135->141->145->155->170->177->184->196->199
0,8	197,2	1->5->7->18->29->39->51->58->73->84->96->110->113->123->137->151->166->175->184->196->199



Rys. 8. Średnie wartości funkcji celu, $\alpha = 0,99; 0,95; 0,90$ (opracowanie własne)



Rys. 9. Średnie wartości funkcji celu, $\alpha = 0,85; 0,8; 0,75$ (opracowanie własne)



Rys. 10. Średnie wartości funkcji celu, $\alpha = 0,7; 0,65; 0,6$ (opracowanie własne)

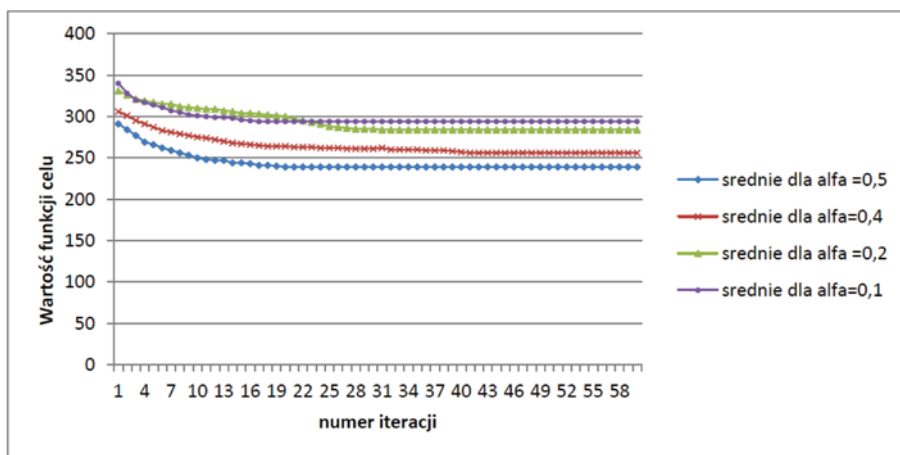
Tabela 6. Przebieg trasy na podstawie obliczeń z użyciem parametru dostosowania (opracowanie własne) (c.d.)

Parametr	Minimalny koszt przejazdu trasy [min]	Najlepsze przejście reprezentuje drogę
0,75	207,5	1->14->28->29->39->51->58->73->88->92->106->104->116->130->145->159->163->171->175->184->196->199
0,7	215	1->14->28->29->39->51->58->73->81->95->104->116->130->145->155->170->177->184->196->199
0,65	211,3	1->14->28->29->39->51->58->73->84->96->110->113->123->137->151->166->175->184->196->199
0,6	232,6	1->7->18->29->39->51->58->73->88->92->106->104->116->130->145->155->170->177->184->196->199
0,5	239	1->5->7->18->29->39->51->58->73->84->96->110->113->123->137->151->166->175->184->196->199
0,4	256,2	1->5->7->18->29->39->51->58->73->84->96->110->113->123->137->151->166->175->184->196->199
0,2	284,6	1->5->7->18->29->39->51->58->73->88->92->106->110->113->123->137->151->166->179->194->196->199
0,1	494,3	1->5->7->18->29->39->51->58->73->88->92->106->110->113->123->137->151->166->179->194->196->199

Analiza wyników trasy na terenie miejskim o znaczącej liczbie węzłów

W przypadku różnych wartości przyjętego współczynnika α otrzymujemy odmienne wyniki. Trasa uzyskana przy niskich wartościach parametru $\alpha = 0,1$ oraz $\alpha = 0,2$ cechuje się niewielkim czasem jej przebycia oraz niewielką szerokością przedziału opisującego czas jej przebycia.

Wybranie trasy na podstawie dolnych oraz średnich wartości interwałów nie



Rys. 11. Średnie wartości funkcji celu, $\alpha = 0,5; 0,4; 0,2; 0,1$ (opracowanie własne)

Tabela 7. Wyniki na podstawie obliczeń z użyciem parametru dostosowania (opracowanie własne)

Parametr	Minimalny czas przejazdu trasy [min]	Maksymalny czas przejazdu trasy [min]	Szerokość przedziału [min]	Średni czas przejazdu trasy [min]
1	272	409	137	340,5
0,99	294	450	156	372
0,95	220	422	202	321
0,9	265	427	162	346
0,85	286	450	164	368
0,8	239	406	167	322,5
0,75	259	424	165	341,5
0,7	275	433	158	354
0,65	274	416	142	345
0,6	262	425	163	343,5
0,5	253	406	153	329,5
0,4	253	406	153	329,5
0,2	205	412	207	308,5
0,1	205	412	207	308,5

gwarantuje nam szybkiego dotarcia do celu, gdyż trasy te są narażone na zmiany w obciążeniach ruchu determinujących czas przebycia wyznaczonych tras. Uwzględnienie w obliczeniach zarówno szerokości przedziałów czasowych opisujących odcinki tras, jak i średnich czasów ich przebycia, pozwala na wyznaczenie tras pewnych i jednocześnie cechujących się relatywnie niskim średnim czasem przejazdu.

du. Testy wykazały, że w badanych przypadkach niska wartość współczynnika α w przyjętej funkcji pozwala na uzyskanie satysfakcjonujących wyników.

Podsumowanie

Zastosowanie algorytmu genetycznego pozwoliło na wyznaczenie ścieżek przejazdów daną trasą z uwzględnieniem długości czasów przejazdu oraz szerokości przedziałów reprezentujących odcinki tras. W warunkach, gdy dane reprezentujące czasy przemieszczania się z punktu wyjściowego do punktu końcowego obciążone są niepewnością, właściwa interpretacja średnich czasów przejazdu i szerokości przedziałów reprezentujących te czasy pozwala na wybór odpowiedniej ścieżki. W wyniku implementacji algorytmu genetycznego do wyznaczenia optymalnej trasy w warunkach miejskich nie otrzymuje się najkorzystniejszego rozwiązania, jednak zbliżonego do optymalnego.

Bibliografia

- [1] Żochowska R. – Modelowanie wyboru trasy w gęstych sieciach miejskich, www.polsl.pl/Wydzialy/RT/ZN_T/pelne_teksty/z71/097_ZN71_Zochowska.pdf
- [2] Karasan O. E., Mustafa C., Yaman P. H. – The Robust Shortest Path Problem with Interval Data, www.hyaman.bilkent.edu.tr/RobustSP.pdf
- [3] Paweł Zieliński – The computational complexity of the relative robust shortest path problem with interval data, www.prac.im.pwr.wroc.pl/~pzziel/publications/papers/ejor3.pdf
- [4] Keshavarz E., Khorram E. – A fuzzy shortest path with the highest reliability, www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042708005992
- [5] Figielska E. – Algorytmy Ewolucyjne i ich zastosowania, www.zeszyty-naukowe.wysi.edu.pl/zeszyty/zeszyt1/Algorytmy_Ewolucyjne_I_Ich_Zastosowania.pdf
- [6] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L. (1997): Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte, Wydawnictwo Naukowe PWN
- [7] Zbigniew Michalewicz (Tłumaczenie: Zbigniew Nahorski), Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2003
- [8] Wojciech Mroźkiewicz – Algorytmy ewolucyjne, Rozdział 1
- [9] Datka S., Suchozrewski W., Tracz M. – Inżynieria Ruchu (wydanie drugie – rozszerzone i aktualnione), WKŁ Warszawa 1997.
- [10] Steenbrink P. – Optymalizacja sieci transportowych. WKiŁ, Warszawa 1978.
- [11] Jadcak Radosław – Rozwiązywanie zagadnień układania tras pojazdów z wykorzystaniem algorytmów ewolucyjnych www.or-duser.pwr.wroc.pl/DownloadFile.aspx?aid=37
- [12] Kumar A., Kaur P. – A New Method for Fuzzy Critical Path Analysis in Project Networks with a New Representation of Triangular Fuzzy Numbers [www.pvamu.edu/include/Math/\(08\)%20Kumar%20AAM-R280-AK-063010%20Sent%2012-27-10\(R\).pdf](http://www.pvamu.edu/include/Math/(08)%20Kumar%20AAM-R280-AK-063010%20Sent%2012-27-10(R).pdf)