

Damian MAZUR, Marek GOŁĘBIEWSKIPOLITECHNIKA RZESZOWSKA, WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI I INFORMATYKI,
ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów**Trójstanowy model Markowa prognozowania wydajności turbiny wiatrowej**

Dr inż. Damian MAZUR

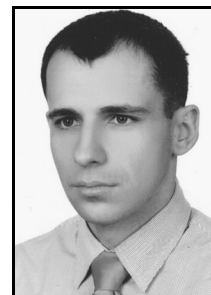
Dr inż. Damian Mazur pracuje w Katedrze Elektrotechniki i Podstaw Informatyki Politechniki Rzeszowskiej na stanowisku adiunkta. W pracy dydaktycznej zajmuje się diagnostyką urządzeń elektromechanicznych (obliczeniami i pomiarami maszyn elektrycznych), metodami numerycznymi (metodą elementów skończonych, brzegowych), programowaniem obiektowym i bazami danych.



e-mail: mazur@prz.edu.pl

Dr inż. Marek GOŁĘBIEWSKI

Urodził się w Rzeszowie, gdzie w 2002 roku ukończył Politechnikę Rzeszowską na kierunku Automatyka z Informatyką. W roku 2010 uzyskał tytuł doktora nauk technicznych w zakresie dyscypliny "elektrotechnika". Pracuje w Katedrze Elektrotechniki i Podstaw Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Jego zainteresowania naukowe obejmują: Obliczenia polowe z wykorzystaniem metody elementów skończonych, maszyny elektryczne i ich sterowanie, układy energoelektroniczne oraz metody numeryczne w technice.



e-mail: yegolebi@prz.edu.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiona została metoda prognozowania wydajności pracy turbiny oparta na niejawnych łańcuchach Markowa. Niejawne łańcuchy Markowa znajdują zastosowanie w rozpoznawaniu mowy, ale mogą być także wykorzystane do prognozowania przyszłych wartości szeregu czasowego. Zaproponowane w pracy podejście oparte jest na dwóch znanych twierdzeniach związanych z algorytmem przód-tył oraz algorytmem Bauma-Welcha. Przy pomocy modelu trójstanowego możliwe jest opisanie bardziej złożonych właściwości ciągu stanów, w którym pracuje turbina wiatrowa zależna od wiejącego wiatru.

Słowa kluczowe: turbina wiatrowa, modele Markowa, prognozowanie.

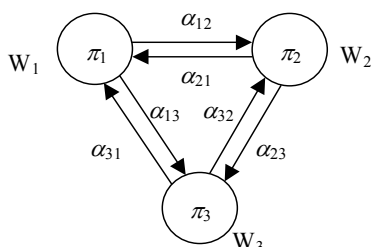
Three state Markov model of wind turbine efficiency prediction**Abstract**

This paper presents the wind turbine efficiency prediction model based on implicit Markov chains. As the share of wind generated energy in total energy production constantly increases, the precise prediction of the wind turbine efficiency has become an important issue. Markov chains are used in speech recognition, but can also be used for the future values of the time series prediction. The quality of three state model is investigated, also the methodology of creating such a model is presented. The proposed approach is based on two, well known, algorithms. The forward-backward and Baum-Welch algorithms are used. The use of the three state model allows description of more complex properties of the state sequence in which the wind turbine operates depending on the wind conditions. The investigated method is an alternative to a commonly used method based on the wind velocity and direction measurements and the Weibull distribution of wind speed. Since these measurements are taken at the altitude of 10m this method is inaccurate.

Keywords: wind turbine, Markov model, prediction.

1. Wstęp

Poniżej zostanie przedstawiony trójstanowy model Markowa, który można wykorzystać do prognozowania stanu pracy turbiny [4]. Model jest przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Model strumienia z trzema typami zgłoszeń (źródło [4])
Fig. 1. Stream model with three types of notification (source [4])

Zachodzą następujące zależności:

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1 \quad (1)$$

oraz

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ij} &\geq 0; \quad i, j = 1, 2, 3 \\ \alpha_{12} + \alpha_{13} &\leq 1 \\ \alpha_{21} + \alpha_{23} &\leq 1 \\ \alpha_{31} + \alpha_{32} &\leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Można wykazać, że

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{12} &= \tilde{\alpha}_{12} \pi_2 \pi_3, & \alpha_{13} &= \tilde{\alpha}_{13} \pi_2 \pi_3 \\ \alpha_{21} &= \tilde{\alpha}_{21} \pi_1 \pi_3, & \alpha_{23} &= \tilde{\alpha}_{23} \pi_1 \pi_3 \\ \alpha_{31} &= \tilde{\alpha}_{31} \pi_1 \pi_2, & \alpha_{32} &= \tilde{\alpha}_{32} \pi_1 \pi_2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

gdzie

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\alpha}_{12} &= A + R_p, & \tilde{\alpha}_{21} &= A + R_L \\ \tilde{\alpha}_{23} &= B + R_p, & \tilde{\alpha}_{32} &= B + R_L \\ \tilde{\alpha}_{31} &= C + R_p, & \tilde{\alpha}_{13} &= C + R_L \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Występujące powyżej parametry muszą spełniać następujące nierówności

$$A, B, C, R_p, R_L \geq 0 \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} R_p + R_L + A + C &\leq \frac{1}{\pi_2 \pi_3} \\ R_p + R_L + A + B &\leq \frac{1}{\pi_1 \pi_3} \\ R_p + R_L + B + C &\leq \frac{1}{\pi_1 \pi_2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Jeżeli parametry A, B, C są bliskie jedności to odpowiednio przejścia pomiędzy węzłami $W_1-W_2, W_2-W_3, W_3-W_1$ są bardziej prawdopodobne. Jeżeli R_p, R_L jest duże to następują z dużym prawdopodobieństwem cykle odpowiednio $W_1-W_2-W_3-W_1, \dots, W_1-W_3-W_2-W_1, \dots$. Jeżeli sumy po lewych stronach nierówności układu (6) są duże to po stanie typu W_i z dużym prawdopodobieństwem pojawi się zgłoszenie różne od W_i .

Poniżej zostały wyznaczone prawdopodobieństwa przejść α_{ij} dla których kolejne stany pracy turbiny pojawiają się w sposób niezależny. Aby pojawienie się stanu W_1 było niezależne od stanu wcześniejszego musi zachodzić

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11} &= p(W_1^{n+1} / W_3^n) = p(W_1^{n+1}) = \pi_1 \\ \alpha_{21} &= p(W_1^{n+1} / W_3^n) = p(W_1^{n+1}) = \pi_1 \\ \alpha_{31} &= p(W_1^{n+1} / W_3^n) = p(W_1^{n+1}) = \pi_1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Tak samo jest dla stanów W_2 oraz W_3 . Istnieje więc tylko jeden układ wartości prawdopodobieństw przejść α_{ij} , przy ustalonych prawdopodobieństwach π_1, π_2, π_3 , dla których zgłoszenia różnych typów przychodzą w sposób niezależny. Wartości te wynoszą

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11} &= \alpha_{21} = \alpha_{31} = \pi_1 \\ \alpha_{12} &= \alpha_{22} = \alpha_{32} = \pi_2 \\ \alpha_{13} &= \alpha_{23} = \alpha_{33} = \pi_3 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

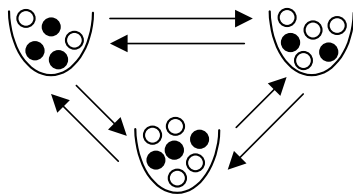
Dla trójstanowego modelu Markowa stany pracy turbiny następują po sobie w różny sposób w zależności od parametrów A, B, C, R_p, R_L .

Identyfikacja parametrów modelu oraz prognozowanie przyszłego stanu przeprowadza się w sposób analogiczny jak dla modelu dwustanowego.

2. Niejawne łańcuchy Markowa

Bardziej złożone modele stanów pracy turbiny można oprzeć na niejawnym łańcuchu Markowa [2]. Niejawny łańcuch Markowa jest generowany przez system, który może znajdować się w jednym z N stanów. Gdy następuje zmiana stanu, wtedy losowana jest jedna wartość V_i ($i=1, 2, \dots, K$). Obserwator widzi jedynie losowane wartości V_i , które są nazywane niejawnym łańcuchem Markowa.

Na rysunku 2 został przedstawiony system trzy stanowy. Obserwowane wartości V_i są reprezentowane przez kolory piłeczek.



Rys. 2. Graf stanów niejawnego łańcucha Markowa z trzema stanami (źródło [4])
Fig. 2. States diagram of rough Markov chain with three states (source [4])

Do zdefiniowania systemu konieczne jest określenie:

1. Stanów, w których może znajdować się system:

$$\{S_1, S_2, \dots, S_N\} \quad (9)$$

2. Możliwych do zaobserwowania symboli:

$$\{V_1, V_2, \dots, V_K\} \quad (10)$$

3. Macierz prawdopodobieństw zmian stanów systemu:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \quad (11)$$

gdzie $a_{ij} = p(S(t+1) = S_j / S(t) = S_i)$.

Wartość a_{ij} jest prawdopodobieństwem tego, że w kroku $t+1$ system znajdzie się w stanie S_j , przy założeniu, że w kroku t system znajdował się w stanie S_i .

4. Macierz B prawdopodobieństw zaobserwowania symbolu w danym stanie:

$$B = \begin{bmatrix} b_1(1) & b_1(2) & \dots & b_1(K) \\ b_2(1) & b_2(2) & \dots & b_2(K) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_N(1) & b_N(2) & \dots & b_N(K) \end{bmatrix} \quad (12)$$

gdzie $b_i(k) = p(V_k / S_i)$.

5. Wektora stanów początkowych $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$, którego składowe są prawdopodobieństwami z jakimi w pierwszym kroku, system znajdował się w odpowiednim stanie,

$$\pi_i = p(S(1) = S_i) \quad (13)$$

System taki oznacza się trójką (A, B, π) .

Gdy system pracuje generuje ciąg T symboli O_1, O_2, \dots, O_T , gdzie $O_i \in \{V_1, V_2, \dots, V_K\}$. Przyjmijmy oznaczenie

$$O = (O_1, O_2, \dots, O_T) \quad (14)$$

3. Wyniki analizy niejawnych łańcuchów Markowa

Dla systemu z rysunku 2 zostały rozwiązane liczne zagadnienia [2]. Dla prognozowania przyszłych stanów pracy turbiny ważne są dwa z nich:

Zagadnienie 1. Dany jest system (A, B, π) oraz sekwencja obserwacji $O=(O_1, O_2, \dots, O_T)$. Znaleźć prawdopodobieństwa przebywania systemu w czasie T w stanie S_i ($S(T)=S_i$), dla $i=1, 2, 3, \dots, N$.

Zagadnienie 2. Dana jest sekwencja obserwacji $O=(O_1, O_2, \dots, O_T)$. Dobrać parametry modelu (A, B, π) tak, aby maksymalizować prawdopodobieństwo zaobserwowania danej sekwencji.

Ad. 1.

Prawdopodobieństwa

$$\alpha_i(i) := p(O_1 O_2 \dots O_t, S(t) = S_i) \quad (15)$$

$$\beta_t(i) := p(O_{t+1} O_{t+2} \dots O_T / S(t) = S_i) \quad (16)$$

można wyznaczyć przy pomocy algorytmu przód-tył (forward-backward) o złożoności $N^2 T$:

$$\begin{cases} \alpha_1(i) = \pi_i \cdot b_i(O_1), & 1 \leq i \leq N \\ \alpha_{t+1}(i) = \left[\sum_{j=1}^N \alpha_t(j) \cdot a_{ji} \right] \cdot b_i(O_{t+1}), & 1 \leq i \leq N, \quad t = 1, 2, \dots, T-1 \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \beta_T(i) = 1, & 1 \leq i \leq N \\ \beta_t(i) = \sum_{j=1}^N [a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)], & 1 \leq i \leq N, \quad t = 1, 2, \dots, T-1 \end{cases} \quad (18)$$

Prawdopodobieństwo przebywania systemu w stanie $S(t)$ przy założeniu, że wygenerował on zadany ciąg Markowa, wynosi

$$\begin{aligned} \gamma_t(i) &:= p(S(t) = S_i / O) = \frac{p(S(t) = S_i, O)}{p(O)} = \\ &= \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i)} \end{aligned} \quad (19)$$

dla $i=1, \dots, N$ oraz $t=1, 2, \dots, T$, gdzie \hat{t} jest dowolną z liczb $1, 2, \dots, T$.

Stąd dla potrzeb prognozowania przyszłego stanu pracy wyznaczamy

$$\begin{aligned} \gamma_T(i) &:= p(S(T) = S_i / O) = \frac{p(S(T) = S_i, O)}{p(O)} = \\ &= \frac{\alpha_T(i)}{\sum_{i=1}^N \alpha_T(i)} \end{aligned} \quad (20)$$

dla $i=1, \dots, N$.

Powyższa zależność pozwala na obliczenie dla danego systemu oraz danego ciągu obserwacji, prawdopodobieństw z jakimi system będzie przybywał w ostatnim kroku (czas T) w poszczególnych stanach.

Ad. 2.

Do wyznaczenia parametrów systemu dla zadanego ciągu obserwacji wykorzystuje się rekurencyjny algorytm Bauma-Welcha

$$\begin{aligned} \xi_t(i, j) &:= p(S(t) = S_i, S(t+1) = S_j / O) = \\ &= \frac{p(S(t) = S_i, S(t+1) = S_j, O)}{p(O)} \end{aligned} \quad (21)$$

Stąd:

$$\xi_t(i, j) = \frac{\alpha_t(i)a_{ij}b_j(O_{t+1})\beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i)} \quad (22)$$

Wielkości $\gamma_t(i)$ oraz $\xi_t(i, j)$ są powiązane zależnością:

$$\begin{aligned} \gamma_t(i) &= \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i)} = \frac{\alpha_t(i) \cdot \sum_{j=1}^N [a_{ij}b_j(O_{t+1})\beta_{t+1}(j)]}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i)} = \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{\alpha_t(i)a_{ij}b_j(O_{t+1})\beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i)} = \sum_{j=1}^N \xi_t(i, j) \end{aligned} \quad (23)$$

Należy zauważyć, że parametry systemu wyrażają się zależnościami (24).

Zależności (24) pozwalają na wyznaczenie nowego systemu (A, B, π) . Ponieważ wykazano, że uzyskany w ten sposób nowy system z nie mniejszym prawdopodobieństwem generuje daną sekwencję obserwacji (za [2]), więc wielokrotne powtórzenie tego algorytmu pozwala na znalezienie optymalnego lokalnie systemu (A, B, π) .

$$\left\{ \begin{aligned} a'_{ij} &= \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)} \\ \pi'_i &= \gamma_1(i) \\ b'_i(k) &= \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)} \end{aligned} \right. \quad (24)$$

4. Wnioski

Przedstawiony system może być wykorzystany do prognozowania przyszłych stanów pracy turbiny lub systemu turbin. Należy w tym celu przeprowadzić następujące kroki:

Krok 1. Na podstawie obserwacji pracy turbiny notowany jest ciąg stanów w których pracowała turbina. Ciąg stanów pracy turbiny traktujemy jak niejawną łańcuch Markowa $O=(O_1, O_2, \dots, O_T)$.

Krok 2. Ustalamy liczbę stanów modelu, który będziemy wyznaczali dla łańcucha $O=(O_1, O_2, \dots, O_T)$. Niestety nie są znane metody pozwalające określić jaka liczba stanów modelu jest najlepsza. Można więc przeprowadzić obliczenia dla modeli o różnej liczbie stanów oraz wybrać model, który najlepiej będzie sprawdził się w praktyce.

Następnie wyznaczamy optymalny model (A, B, π) , metodą przedstawioną w zagadnieniu 2. Otrzymujemy w ten sposób model mogący wygenerować zaobserwowany ciąg stanów z maksymalnym prawdopodobieństwem.

Krok 3. W czasie normalnej pracy turbiny rejestrujemy stany jej pracy $O^*=(O^*_1, O^*_2, \dots, O^*_{T^*})$.

Krok 4. Metodą przedstawioną w zagadnieniu 1 obliczamy prawdopodobieństwa przebywania modelu wyznaczonego w kroku 2, w poszczególnych stanach w czasie T^* .

Krok 5. Na podstawie prawdopodobieństw otrzymanych w kroku 4 obliczamy prawdopodobieństwa pracy turbiny w poszczególnych sanach w czasie T^*+1 z zależności

$$g_k = p(O^*(T^*+1) = V_k / O^*) = \sum_{i=1}^N \gamma_T(i) \cdot \sum_{j=1}^N a_{ij} \cdot b_j(k) \quad (25)$$

dla $k=1, \dots, K$.

Ostatecznie można wybrać stan pracy turbiny, dla której prawdopodobieństwo jest maksymalne. Czyli prognozowany stan

$$q = \arg \max_{1 \leq k \leq K} [p(O^*(T^*+1) = V_k / O^*)] \quad (26)$$

5. Literatura

- [1] Filipowicz B.: Modele stochastyczne w badaniach operacyjnych, Warszawa, WNT (1996).
- [2] Shomali M., Kapusta M., Gajer M.: Zastosowanie niejawnych modeli Markowa w systemach automatycznego rozpoznawania mowy, Elektrotechnika i Elektronika, Tom 18, Zeszyt 3, Uczelniane Wydawnictwo Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków, (1999), 89-98.
- [3] Szostek R.: Systemy kolejkowe z niewykładniczym węzłem obsługi, Półrocznik AGH Elektrotechnika i Elektronika, Kraków, t. 19, z. 1, (2000), 1-8.
- [4] Szostek R., Szostek K.: Analiza systemów kolejkowych ze strumieniami zgłoszeń zawierającymi różne typy zgłoszeń, Półrocznik AGH Elektrotechnika i Elektronika, Kraków, t. 22, z. 2, (2003), 106-113.