

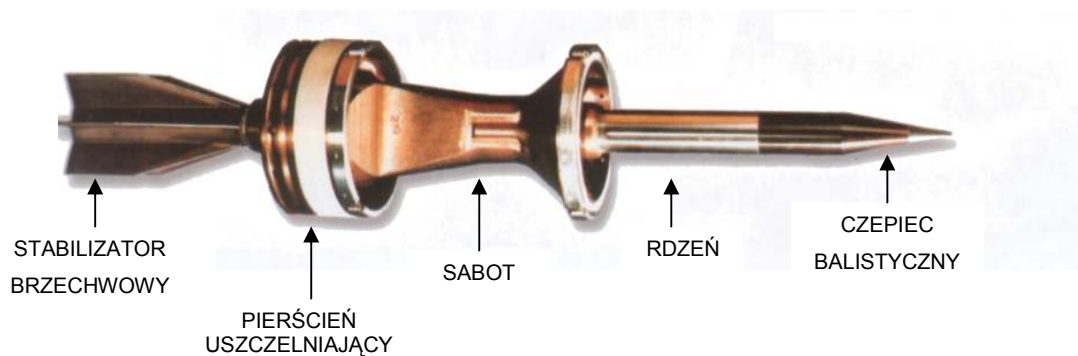
prof. dr hab. inż. Edward WŁODARCZYK *
mjr dr inż. Jacek JANISZEWSKI *
kpt. dr inż. Mariusz MAGIER **
* Wojskowa Akademia Techniczna
** Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia

DYNAMIKA TYLNEJ CZĘŚCI RDZENIA WYDŁUŻONEGO POCISKU PODKALIBROWEGO PODCZAS STRZAŁU cz. I

W pracy rozwiązano w zamkniętej postaci, za pomocą metody falowej (d'Alamberta), problem niestacjonarnych drgań tylnej części rdzenia wydłużonego pocisku podkalibrowego, obciążonego ciśnieniem produktów spalania prochu artyleryjskiego. Wyprowadzono analityczne, rekurencyjne wzory określające pola wzdłużnego naprężenia w rdzeniu i prędkości masowej jego elementów w funkcji zmiennych x i t . Zdaniem autorów jest to nowe rozwiązanie badanego problemu.

1. Wstęp

Jednym ze skutecznych środków rażenia obiektów opancerzonych są wydłużone pociski przeciwpancerne podkalibrowe z odrzucanym sabotem, stabilizowane brzechwami. W literaturze anglojęzycznej oznaczane są one skrótem APFSDS (ang. *armour piercing fin stabilized discarding sabot*). Widok przykładowego pocisku APFSDS pokazano na rys.1. Składa się on z sabotu, rdzenia, usterzenia i czepeca balistycznego. Sabot wykonuje się z lekkiego, o możliwie dużej wytrzymałości materiału (np. duralu lub specjalnych kompozytów), natomiast rdzeń – z wysokowytrzymałego stopu ciężkiego (spieki z osnową wolframową - $\rho \approx 17500 \text{ kg/m}^3$, uran zubożony - $\rho \approx 19000 \text{ kg/m}^3$). Rolą sabotu jest przekazanie ciśnienia produktów spalania prochu artyleryjskiego na rdzeń w celu rozpędzenia go w lufie do dużej prędkości (większej od 1500 m/s).



Rys. 1. Części składowe przeciwpancernego pocisku podkalibrowego APFSDS

Po opuszczeniu lufy przez pocisk, siły oporu aerodynamicznego oddzielają sabot od rdzenia (rys. 2), a na torze lotu przemieszcza się sam rdzeń z usterzeniem i czepcem balistycznym. Rdzeń z wymienionymi elementami nazywa się pociskiem zasadniczym (rys. 3).



Rys. 2. Pocisk podkalibrowy w fazie rozcalania sabotu po wylocie z lufy



Rys. 3. Pocisk zasadniczy na torze lotu

Przekrój naboju typu APFSDS z sabotem siodłowym pokazano na rys. 4. Jak widać, tylna część rdzenia obciążona jest podczas strzału w sposób dynamiczny ciśnieniem produktów spalania prochu artyleryjskiego. Ta część rdzenia znajduje się podczas strzału w ekstremalnych warunkach obciążeniowych i temperaturowych. Mając na uwadze fakt, że pocisk opuszcza lufę w ciągu kilku milisekund ($\sim 0,006$ s), wpływ temperatury na wytrzymałość rdzenia można pominąć. Zatem głównym czynnikiem limitującym maksymalne obciążenie tylnej części rdzenia jest ciśnienie produktów spalania prochu i dynamiczność jego działania.



Rys. 4. Przekrój naboju typu APFSDS z sabotem siodłowym

Quasistatyczne stany naprężeń radialnych i wzdłużnych w rdzeniu pocisku podkalibrowego typu APFSDS, generowane podczas strzału, oszacowano za pomocą analitycznych rozwiązań w pracach [1-2]. Próby badania w sposób numeryczny stanu naprężenia w rdzeniu pocisku podkalibrowego, wymuszonego dynamicznie działającym ciśnieniem produktów spalania prochu $p(t)$ podjęto w

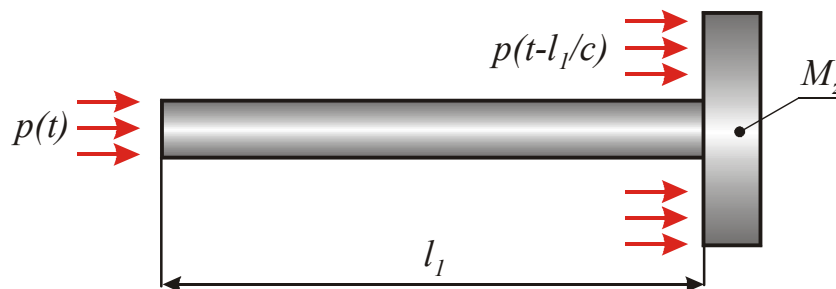
pracach [3-4]. Uzyskane w nich wyniki są słabo udokumentowane i mają charakter dyskusyjny.

W niniejszej pracy, posługując się teorią mechaniki falowej, wyprowadzimy rekurencyjne zamknięte wzory analityczne określające jednoznacznie pola wzdłużnego naprężenia w tylnej części rdzenia pocisku podkalibrowego i prędkości masowej jego elementów. Uzyskane w ten sposób wyniki są adekwatne do przebiegających w rdzeniu zjawisk podczas strzału.

2. Sformułowanie problemu

Rozważony zostanie ruch falowy tylnej części rdzenia o długości l_1 pocisku podkalibrowego. Masy sabotu i pozostałej części rdzenia zastąpimy skupioną masą zredukowaną M_z umieszczoną w przekroju $z = l_1$ (rys. 5). Sposób określania masy M_z będzie podany w oddzielnym opracowaniu.

Schemat badanego układu pokazany jest na rys. 5. Jak widać, tylna część rdzenia obciążona jest w kierunku osiowym ciśnieniem produktów spalania $p(t)$, które działa na końcowy przekrój rdzenia i z pewnym opóźnieniem na tylną powierzchnię sabotu (rys. 5). Algorytm aproksymacji ciśnienia $p(t)$ podano w punkcie 3.1.



Rys. 5. Schemat obciążenia wzdłużnego tylnej części rdzenia

Problem rozwiązano w ramach liniowej teorii sprężystości [5] zgodnie, z którą jednowymiarowy podłużny ruch liniowo-sprężystego pręta o stałym przekroju poprzecznym opisany jest równaniem [6]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad c^2 = \frac{E}{\rho}, \quad (2.1)$$

gdzie symbole u , c , E i ρ odpowiednio oznaczają: przemieszczenie przekroju pręta, prędkość propagacji fali podłużnej w pręcie, moduł Younga i gęstość materiału pręta; z jest współrzędną przestrzenną a t oznacza czas.

Charakterystyki równania (2.1) są liniami prostymi w płaszczyźnie (z, t) , tj.:

$$\begin{aligned} z - ct &= \text{const}, \\ z + ct &= \text{const}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Rozwiązanie ogólne równania (2.1) jest superpozycją dwóch fal propagujących się wzdłuż osi pręta w przeciwnych kierunkach:

$$u(z, t) = \varphi(z - ct) + \psi(z + ct). \quad (2.3)$$

Postać funkcji φ i ψ determinują warunki graniczne danego zagadnienia.

Równanie falowe (2.1) można zastąpić ekwiwalentnym układem równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego:

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial z}, \\ \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial \sigma}{\partial t},\end{aligned}\tag{2.4}$$

gdzie v jest prędkością masową elementu pręta, a σ oznacza naprężenie osiowe w pręcie.

Po scałkowaniu równań (2.4) wzdłuż charakterystyk (2.2) otrzymuje się następujące związki między naprężeniem $\sigma(z,t)$ i prędkością $v(z,t)$:

$$\sigma(z,t) = \rho c v(z,t) + C^+ \quad \text{dla } z - ct = \text{const},\tag{2.5}$$

$$\sigma(z,t) = -\rho c v(z,t) + C^- \quad \text{dla } z + ct = \text{const},\tag{2.6}$$

gdzie C^+ i C^- są stałymi wielkościami (niezmiennikami) wzdłuż odpowiednich charakterystyk, które identyfikujemy za pomocą warunków brzegowych danego zagadnienia.

Warunki brzegowe w rozpatrywanym zagadnieniu mają postać:

$$\sigma(0,t) = -p(t) \quad \text{dla } z = 0,\tag{2.7}$$

$$\sigma(l_1,t) = sp(t - \Delta t) - m_z \frac{dv(l_1,t)}{dt} \quad \text{dla } z = l_1,\tag{2.8}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}s &= \beta^2 - 1, & \beta &= D/d, \\ m_z &= \frac{M_z}{S_r} = \frac{4M_z}{\pi d^2}, & \Delta t &= \frac{l_1}{c}.\end{aligned}\tag{2.9}$$

D jest średnicą przewodu lufy (kaliber), a d i S_r oznaczają odpowiednio średnicę początkową i pole poprzecznego przekroju rdzenia.

Zakładamy jednorodne warunki początkowe, tj.;

$$v(z,0) \equiv 0 \quad \text{i} \quad \sigma(z,0) \equiv 0.\tag{2.10}$$

Tym samym problem został sformułowany. Przejdziemy obecnie do konstrukcji jego rozwiązania.

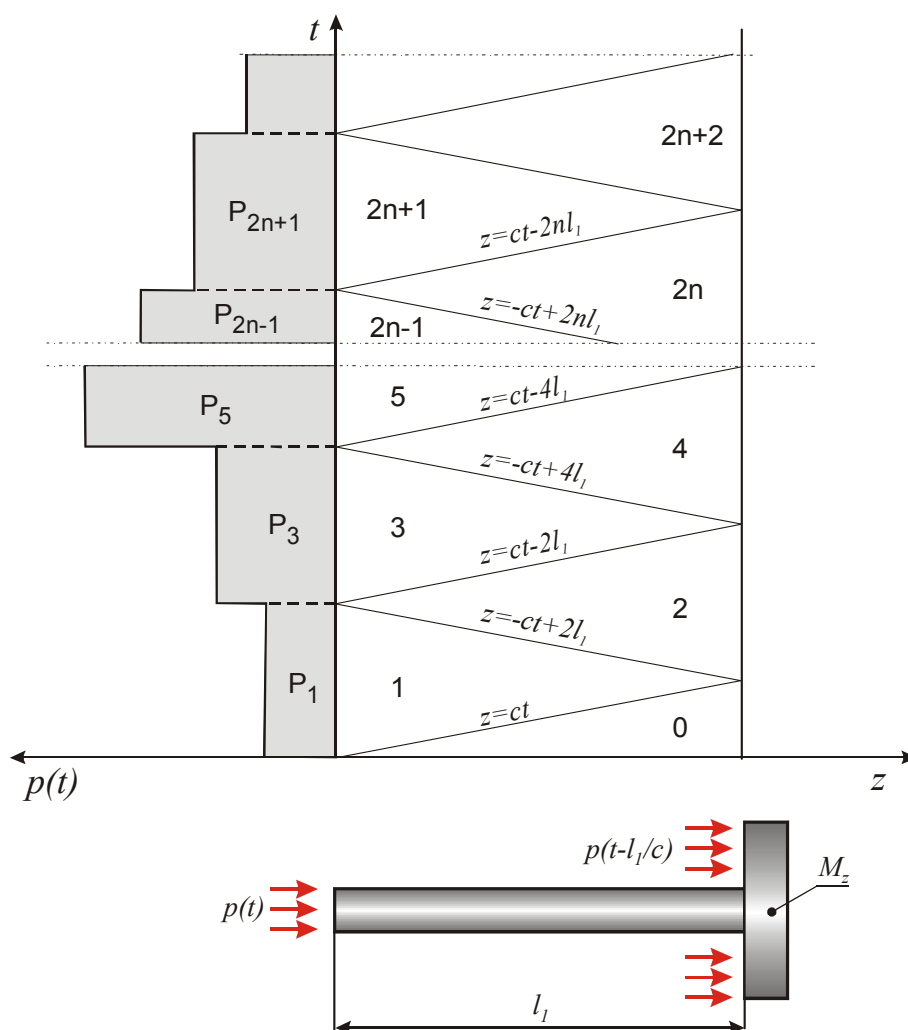
3. Konstrukcja rozwiązania problemu

3.1. Założenia

Jak już wspomniano we wstępie, problem rozwiązano za pomocą liniowej teorii sprężystości [5]. Zakłada się, że ciśnienie produktów spalania prochu działa wzdłuż osi pocisku na końcowy przekrój rdzenia i na tylną półkę sabotu (rys.5). Początek

wzdłużnego działania ciśnienia na koniec rdzenia zaczyna się w chwili $t = 0$, natomiast na powierzchnię sabotu w chwili $t = l_1/c$. Opóźnienie działania ciśnienia na tylną powierzchnię sabotu wynika z czasu spalania się prochu na odcinku l_1 naboju (rys. 4). Ponieważ brak jest danych eksperymentalnych o prędkości spalania się prochu na odcinku l_1 w warunkach strzału, zatem w pierwszym przybliżeniu czas opóźnienia Δt można aproksymować czasem przejścia fali naprężeń sprężystych przez odcinek l_1 tj.: $\Delta t = l_1/c$ lub jego wielokrotnością. Wpływ czasu opóźnienia na dynamikę rdzenia będzie zbadany w oddzielnym opracowaniu.

Przebieg ciśnienia $p(t)$ działającego na pocisk otrzymany eksperymentalnie lub obliczony metodą gazodynamiczną balistyki wewnętrznej [7] aproksymujemy krzywą schodkową (rys. 6). W celu redukcji ilości obszarów na płaszczyźnie (z, t) , w których rozwiązuje się zagadnienie Picarda dla równania (2.1) lub układu równań (2.4) z odpowiednimi warunkami granicznymi, przyjmuje się stały krok czasowy $\Delta t = 2l_1/c$, po upływie którego następuje skokowa zmiana ciśnienia $p(t)$ (rys. 6). Wartość skoku jest limitowana przez krok czasowy $\Delta t = 2l_1/c$ i przebieg ciśnienia w czasie. Ze względu na małą wartość kroku czasowego Δt (rzędu 4×10^{-5} s), zaproponowana aproksymacja ciśnienia $p(t)$ zapewnia wystarczającą dokładność dla celów praktyki inżynierskiej.

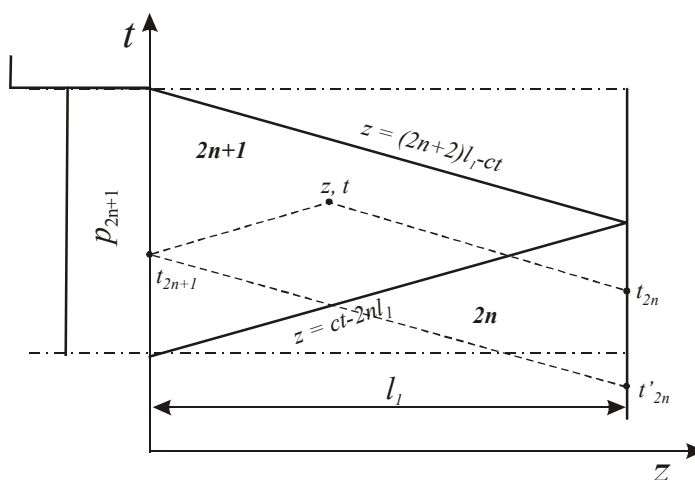


Rys. 6. Schemat rozmieszczenia obszarów określonych granicznymi charakterystykami na płaszczyźnie (z, t) i aproksymacji schodkowej ciśnienia $p(t)$

Zgodnie z przyjętymi założeniami, płaszczyzna (z, t) jest podzielona przez charakterystyki graniczne na szereg obszarów (rys. 6). W obszarach tych rozwiązano za pomocą metody charakterystyk zagadnienie Picarda dla układu równań (2.5) i (2.6) z warunkami granicznymi (2.7) i (2.8) oraz (2.10).

3.2. Rozwiązanie problemu w obszarach o numerach nieparzystych $2n + 1$; $n = 0, 1, 2, \dots$

Do konstrukcji rozwiązania w obszarze $2n+1$ wykorzystano związki na charakterystykach (2.5) i (2.6) pokazanych na rys.7 i warunek brzegowy (2.7).



Rys. 7. Układ charakterystyk w obszarze $2n+1$

Wzdłuż ujemnej charakterystyki przechodzącej przez punkty (l_1, t'_{2n}) i $(0, t_{2n+1})$, zgodnie z (2.6) mamy:

$$\sigma_{2n+1}(0, t_{2n+1}) = -\rho c v_{2n+1}(0, t_{2n+1}) + C_{2n}^-(t'_{2n}), \quad (3.1)$$

gdzie

$$\begin{aligned} C_{2n}^-(t'_{2n}) &= \sigma_{2n}(l_1, t_{2n}) + \rho c v_{2n}(l_1, t_{2n}) \\ t'_{2n} &= t_{2n+1} - \frac{l_1}{c}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Z warunku brzegowego (2.7) wynika, że:

$$\sigma_{2n+1}(0, t_{2n+1}) = -p_{2n+1}, \quad (3.3)$$

zatem prędkość $v_{2n+1}(0, t_{2n+1})$, zgodnie z (3.1) i (3.3) wynosi:

$$v_{2n+1}(0, t_{2n+1}) = [p_{2n+1} + C_{2n}^-(t'_{2n})] / \rho c. \quad (3.4)$$

Z kolei, wzdłuż dodatniej charakterystyki przechodzącej przez punkty $(0, t_{2n+1})$ i (z, t) położonej w obszarze $2n + 1$ (rys.7) mamy:

$$\sigma_{2n+1}(z, t) = \rho c v_{2n+1}(z, t) + C_{2n+1}^+(t_{2n+1}), \quad (3.5)$$

gdzie

$$C_{2n+1}^+(t_{2n+1}) = \sigma_{2n+1}(0, t_{2n+1}) - \rho c v_{2n+1}(0, t_{2n+1}),$$

a po wykorzystaniu zależności (3.3) i (3.4) otrzymuje się:

$$C_{2n+1}^+(t_{2n+1}) = -2p_{2n+1} - C_{2n}^-(t'_{2n}). \quad (3.6)$$

Następnie, wzdłuż ujemnej charakterystyki, przechodzącej przez punkty (z, t) i (l_1, t_{2n}) (rys.7), zgodnie z (2.6) jest:

$$\sigma_{2n+1}(z, t) = -\rho c v_{2n+1}(z, t) + C_{2n}^-(t'_{2n}), \quad (3.7)$$

gdzie

$$C_{2n}^-(t'_{2n}) = \sigma_{2n}(l_1, t_{2n}) + \rho c v_{2n}(l_1, t_{2n}) \quad (3.8)$$

Po rozwiązaniu równań (3.5) i (3.7) oraz wykorzystaniu zależności (3.2), (3.6) i (3.8), otrzymuje się rekurencyjne wzory na pola naprężenia i prędkości masowej w obszarze $2n + 1$ w postaci:

$$\begin{aligned} \sigma_{2n+1}(z, t) &= \frac{1}{2} [C_{2n+1}^+(t_{2n+1}) + C_{2n}^-(t'_{2n})] = \\ &= -p_{2n+1} + \frac{1}{2} [\sigma_{2n}(l_1, t_{2n}) - \sigma_{2n}(l_1, t'_{2n})] + \frac{\rho c}{2} [v_{2n}(l_1, t_{2n}) - v_{2n}(l_1, t'_{2n})], \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} v_{2n+1}(z, t) &= \frac{1}{2\rho c} [C_{2n}^-(t'_{2n}) - C_{2n+1}^+(t_{2n+1})] = \\ &= \frac{p_{2n+1}}{\rho c} + \frac{1}{2\rho c} [\sigma_{2n}(l_1, t_{2n}) + \sigma_{2n}(l_1, t'_{2n})] + \frac{1}{2} [v_{2n}(l_1, t_{2n}) + v_{2n}(l_1, t'_{2n})] \end{aligned} \quad (3.10)$$

gdzie czasy t_{2n} i t'_{2n} i t_{2n+1} związane są z punktem (z, t) (rys. 7) w następujący sposób:

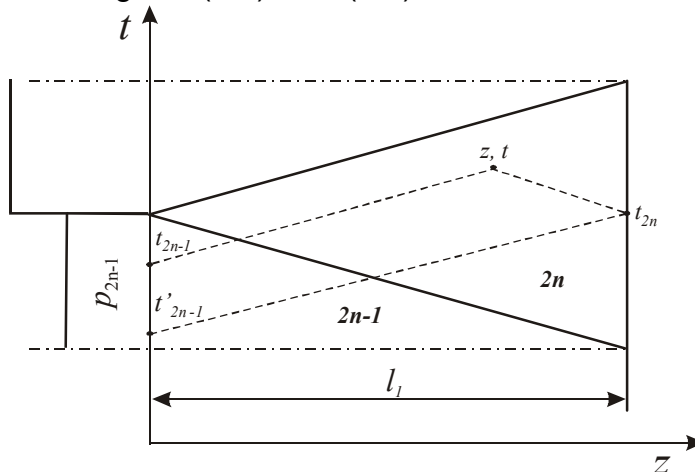
$$t_{2n} = \frac{z + ct}{c} - \frac{l_1}{c}, \quad t_{2n+1} = -\frac{z - ct}{c}, \quad (3.11)$$

$$t'_{2n} = t_{2n+1} - \frac{l_1}{c} = -\left(\frac{z - ct}{c} + \frac{l_1}{c}\right).$$

Jak widać, do określenia pól naprężenia $\sigma_{2n+1}(z, t)$ i prędkości masowej $v_{2n+1}(z, t)$ w obszarze $2n + 1$, niezbędna jest znajomość tych wielkości w obszarze $2n$. Określono je w następnym punkcie pracy.

3.3. Rozwiązania problemu w obszarach o numerach parzystych $2n$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Podobnie jak poprzednio, do konstrukcji rozwiązania w obszarze $2n$ wykorzystujemy związki na charakterystykach pokazanych na rys. 8 (linie przerywane) i warunki brzegowe (2.7) oraz (2.8).



Rys. 8. Układ charakterystyk w obszarze $2n$

Związki wzdłuż charakterystyk przechodzących przez punkt (z, t) położony w obszarze $2n$ (rys. 8) mają postać;

$$\sigma_{2n}(z, t) = \rho c v_{2n}(z, t) + C_{2n-1}^+(t_{2n-1}), \quad (3.12)$$

$$\sigma_{2n}(z, t) = -\rho c v_{2n}(z, t) + C_{2n}^-(t_{2n}),$$

gdzie zależności

$$t_{2n-1} = -\frac{z - ct}{c}, \quad t_{2n} = \frac{z + ct}{c} - \frac{l_1}{c}, \quad (3.13)$$

są równaniami charakterystyk, odpowiednio dodatniej i ujemnej przechodzącymi przez punkty: $(0, t_{2n-1}) - (z, t)$ oraz $(l_1, t_{2n}) - (z, t)$ (rys. 8).

Stałą $C_{2n-1}^+(t_{2n-1})$ determinują wartości naprężenia i prędkości w punkcie $(0, t_{2n-1})$, a mianowicie:

$$C_{2n-1}^+(t_{2n-1}) = \sigma_{2n-1}(0, t_{2n-1}) - \rho c v_{2n-1}(0, t_{2n-1}) = -p_{2n-1} - \rho c v_{2n-1}(0, t_{2n-1}). \quad (3.14)$$

Z kolei stałą $C_{2n}^-(t_{2n})$ określają wartości σ_{2n} i v_{2n} w punkcie (l_1, t_{2n}) . Z (3.12)₂ bezpośrednio wynika, że:

$$C_{2n}^-(t_{2n}) = \sigma_{2n}(l_1, t_{2n}) + \rho c v_{2n}(l_1, t_{2n}). \quad (3.15)$$

W celu określenia wielkości $\sigma_{2n}(l_1, t_{2n})$ i $v_{2n}(l_1, t_{2n})$ wykorzystuje się warunek brzegowy (2.8) w postaci:

$$\sigma_{2n}(l_1, t_{2n}) = sp_{2n-1} - m_z \frac{d v_{2n}(l_1, t_{2n})}{d t_{2n}} \quad (3.16)$$

oraz związek wzdłuż dodatniej charakterystyki biorącej początek w punkcie $(0, t'_{2n-1})$ (rys. 8):

$$\sigma_{2n}(l_1, t_{2n}) = \rho c v_{2n}(l_1, t_{2n}) + C_{2n-1}^+(t'_{2n-1}), \quad (3.17)$$

gdzie:

$$t'_{2n-1} = t_{2n} - \frac{l_1}{c}. \quad (3.18)$$

Z relacji (3.14) ÷ (3.18), po przekształceniach, otrzymuje się:

$$\frac{d v_{2n}(l_1, t_{2n})}{d t_{2n}} + P v_{2n}(l_1, t_{2n}) = Q_{2n}(t_{2n}), \quad (3.19)$$

gdzie:

$$P = \frac{\rho c}{m_z}, \quad Q_{2n}(t_{2n}) = \frac{s+1}{m_z} p_{2n-1} + \frac{\rho c}{m_z} v_{2n-1}\left(0, t_{2n} - \frac{l_1}{c}\right). \quad (3.20)$$

Ogólne rozwiązanie równania (3.19) ma postać:

$$v_{2n}(l_1, t_{2n}) = e^{-Pt_{2n}} \left[\int Q_{2n}(t_{2n}) e^{Pt_{2n}} dt_{2n} + C_{2n} \right]. \quad (3.21)$$

Stałą C_{2n} określa się z warunku ciągłości prędkości przemieszczania się masy zredukowanej M_z . Oznacza to, że w chwili $t_{2n} = (2n-1)l_1/c$ otrzymuje się:

$$v_{2n}[l_1, (2n-1)l_1/c] = v_{2n-2}[l_1, (2n-1)l_1/c], \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.22)$$

Dalej z relacji (3.16), (3.19) i (3.20) wynika, że

$$\sigma_{2n}(l_1, t_{2n}) = -p_{2n-1} + \rho c [v_{2n}(l_1, t_{2n}) - v_{2n-1}(0, t_{2n} - l_1/c)]. \quad (3.23)$$

Ze związków (3.12), po przekształceniach otrzymuje się następujące zależności:

$$\sigma_{2n}(z, t) = \frac{1}{2} [C_{2n-1}^+(t_{2n-1}) + C_{2n}^-(t_{2n})], \quad (3.24)$$

$$v_{2n}(z, t) = \frac{1}{2\rho c} [C_{2n}^-(t_{2n}) - C_{2n-1}^+(t_{2n-1})].$$

Po podstawieniu wyrażeń (3.13) ÷ (3.15) i (3.23) do wzorów (3.24) i przekształceniach otrzymuje się rekurencyjne relacje na naprężenie $\sigma_{2n}(z, t)$ i prędkość $v_{2n}(z, t)$ w postaci:

$$\sigma_{2n}(z, t) = -p_{2n-1} - \frac{\rho c}{2} \left\{ v_{2n-1}[0, t_{2n-1}(z, t)] + v_{2n-1} \left[0, t_{2n}(z, t) - \frac{l_1}{c} \right] \right\} + \rho c v_{2n}[l_1, t_{2n}(z, t)], \quad (3.25)$$

$$v_{2n}(z, t) = v_{2n}[l_1, t_{2n}(z, t)] + \frac{1}{2} \left\{ v_{2n-1}[0, t_{2n-1}(z, t)] - v_{2n-1} \left[0, t_{2n}(z, t) - \frac{l_1}{c} \right] \right\}. \quad (3.26)$$

W ten sposób skonstruowano ogólne rozwiązanie problemu. Szczegółową realizację wyprowadzonych w punktach 3.2 i 3.3 wzorów rekurencyjnych przedstawiono w oddzielnym opracowaniu (cz. II).

W artykule przedstawiono wyniki badań naukowych realizowanych w ramach projektu badawczego Nr OT00B 02826 finansowanego przez Mnił w latach 2004-2005.

Literatura:

- [1] E. Włodarczyk, M. Magier, *Quasistatyczne stany osiowego przemieszczenia i naprężenia w rdzeniu pocisku podkalibrowego APDS-FS podczas strzału*, Biul. WAT, vol. LII, nr 5-6 (2003).
- [2] E. Włodarczyk, M. Magier, *Quasistatyczna metoda szacowania wyężenia materiału rdzenia pocisku podkalibrowego APDS-FS podczas strzału*, Biul. WAT, vol. LII, nr 5-6 (2003).
- [3] R. Spasiuk, *Dynamika wydłużonych pocisków podkalibrowych w lufie i na początkowym odcinku lotu*, Praca doktorska, WAT, Warszawa 1979.
- [4] G. Paulus, *Festogkeitsrechnungen zur Abschußbeschleunigung bei Projektilen*, Materiały konferencyjne „Numerische Simulation in der Ballistik”, 12-16 marca, 2001, Weil n/Renem.
- [5] W. Nowacki, *Teoria sprężystości*, PWN, Warszawa 1970.
- [6] Z. Dzygadlo, S. Kaliski, L. Solarz, E. Włodarczyk, *Drgania i fale w ciałach stałych*, PWN, Warszawa 1966.
- [7] С.А. Бетехтин, А.М. Виницкий, М.С. Горохов, К.П. Станюкович, И. Д. Федотов, *Газодинамические основы внутренней баллистики*, Оборонгиз, Москва 1957.
- [8] M. Krzyżański, *Równania różniczkowe cząstkowe rzędu drugiego*, PWN, Warszawa 1962.