

## BADANIA SYMULACYJNE MOŻLIWOŚCI STEROWANIA GAZODYNAMICZNEGO POCISKIEM RAKIETOWYM FENIKS

**Streszczenie:** W pracy podjęto próbę ocenienia efektywności sterowania gazodynamicznego pociskiem raketowym Feniks wskutek wypływu ze zbiornika strumienia sprężonego gazu poprzez otwory umieszczone na korpusie pocisku w pobliżu jego środka masy. Wykorzystując opracowany program symulacji komputerowej dynamiki lotu pocisku raketowego w warunkach normalnych dokonano kompleksowej analizy wpływu typu sterowania, długości trwania sterowania i chwili włączenia sterowania na właściwości dynamiczne rakiety Feniks jako bryły sztywnej oraz na rozmiar uzyskiwanej strefy osiągalności.

## SIMULATION RESEARCH OF POSSIBILITY OF GAS-DYNAMIC CONTROL OF ROCKET FENIKS

**Abstract:** In the paper the simulation research of possibility of gas-dynamic control of rocket Feniks is presented. Control jets are small orifices in center of gravity and sides of the object to be controlled, through which gas can be ejected. Numerical calculation was based on the mathematical model of three-dimension flight of jets control rocket projectile in the normal condition.

### 1. Wstęp

W pracy rozpatrywana jest możliwość sterowania gazodynamicznego pociskiem raketowym Feniks, celem zwiększenia jego celności i zmniejszenia elipsy rozrzutu. Sterowanie realizowane jest na skutek wypływu ze zbiornika strumienia sprężonego gazu poprzez otwory umieszczone na korpusie pocisku w pobliżu jego środka masy. Oś symetrii zespołu sterującego przechodzi przez środek masy pocisku, wskutek czego siła sterująca nie wywołuje momentu względem środka masy. Wypływ gazu ze zbiornika jest ciągły, a zawór decyduje, którym otworem ma gaz wypływać. Celem ocenienia wpływu typu sterowania na jego efektywność i wielkość strefy osiągalności rozpatrzono trzy typy sterowań gazodynamicznych:

- **sterowanie jednokanałowe**, które jest realizowane wskutek wypływu sprężonego gazu, ze stałym ciągiem, przez jeden z dwóch otworów znajdujących się po przeciwnych stronach kadłuba pocisku (pocisk raketowy wiruje dookoła osi podłużnej),
- **sterowanie dwukanałowe**, które jest realizowane wskutek wypływu sprężonego gazu, ze stałym ciągiem, przez jeden z czterech otworów znajdujących się na obwodzie kadłuba pocisku co 90 stopni (pocisk raketowy wiruje dookoła osi podłużnej),
- **sterowanie n kanałowe**, które jest realizowane wskutek wypływu sprężonego gazu, ze stałym ciągiem, przez jeden z nieskończonej liczby otworów znajdujących się na obwodzie kadłuba pocisku, umożliwiające ciągłe sterowanie w ustalonym kierunku (pocisk rakieto-

wy nie wiruje a siła gazodynamiczna ma możliwość oddziaływania prostopadle do osi pocisku w dowolnym kierunku).

Celem przeprowadzenia stosownej analizy opracowano program symulacji numerycznej dynamiki lotu pocisku raketowego Feniks sterowanego gazodynamicznie. Wymagało to wykonania następujących etapów pracy:

- a) przyjęcia odpowiednich układów odniesienia i wyznaczenia macierzy transformacji między tymi układami,
- b) opracowania charakterystyk modelu fizycznego pocisku raketowego Feniks z układem gazodynamicznego sterowania,
- c) wyznaczenia sił zewnętrznych i ich momentów działających na raketę na aktywnym i pasywnym odcinku toru lotu,
- d) zestawienia układu równań ruchu postępowego i obrotowego rakiety jako bryły sztywnej, zestawienia związków geometrycznych, kinematycznych oraz zależności dodatkowych, umożliwiających zamknięcie układu równań stanowiącego *model matematyczny* ruchu rakiety Feniks sterowanej gazodynamicznie,
- e) opracowania programu komputerowego symulacji lotu rakiety Feniks w warunkach normalnych i obliczenia rozmiarów strefy osiągalności.

## 2. Równań ruchu rakiety Feniks z układem gazodynamicznego sterowania w warunkach normalnych

Przy opracowywaniu modelu fizycznego dynamiki lotu rakiety Feniks z układem gazodynamicznego sterowania uwzględniono założenie, że wymiary pocisku oraz jego charakterystyki masowo-bezwładnościowe nie ulegną zmianie w stosunku do pocisku niekierowanego Feniks. W związku z powyższym w modelowaniu fizycznym wykorzystano charakterystyki struktury niekierowanego pocisku raketowego Feniks [3], uzupełniając je o charakterystyki układu gazodynamicznego sterowania.

Na potrzeby modelowania matematycznego wykorzystano układy współrzędnych zgodne z Polską Normą PN-83/L-01010.01. Przestrzenny ruch rakiety, jako bryły sztywnej o zmiennej masie, w oparciu o twierdzenie o zmianie pędu i krętu [4, 5, 6, 7], w układzie związanym o początku w środku masy rakiety, opisano następującymi równaniami wektorowymi:

$$m \left( \frac{\delta \mathbf{V}_K}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_K \right) = \mathbf{R}^A + \mathbf{Q} + \mathbf{F} + \mathbf{F}_s \quad (1)$$

$$\frac{\delta \mathbf{K}_O}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{K}_O = \mathbf{M}_O^A \quad (2)$$

gdzie:

$\mathbf{V}_K = [u_k, v_k, w_k]$  - wektor prędkości rakiety względem Ziemi i jego składowe w  $Oxyz$ ,

$\boldsymbol{\Omega} = [p, q, r]$  - wektor prędkość kątowej rakiety Ziemi i jego składowe w  $Oxyz$ ,

$\mathbf{K}_O$  - moment pędu (kręt) rakiety względem początku układu  $Oxyz$ ,

$\mathbf{F} = [F, 0, 0]$  - ciąg silnika raketowego i jego składowe w układzie  $Oxyz$ ,

$\mathbf{F}_s = [0, F_{s_y}, F_{s_z}]$  - wektor gazodynamicznej siły sterującej ze składowymi w układzie związanym  $Oxyz$ ,

$\mathbf{Q} = [Q_{x_g}, Q_{y_g}, Q_{z_g}]$  - wektor siły ciężkości i jego składowe w układzie  $Ox_g y_g z_g$  [1],

$\mathbf{R}^A = [-P_x, P_y, -P_z]$  - wektor wypadkowy układu sił aerodynamicznych działających na raketę i jego składowe w układzie przepływu  $Ox_a y_a z_a$ ,

$\mathbf{M}_O^A = [L^A, M^A, N^A]$  - wypadkowy moment układu sił aerodynamicznych działających na raketę w locie i jego składowe w układzie  $Oxyz$ .

W ostatecznej postaci wektorowo-macierzowej model matematyczny ruchu rakiety z układem gazodynamicznego sterowania (przy założeniu że, siła sterująca przyłożona jest w środku masy rakiety) w warunkach normalnych zawiera:

- dynamiczne równania ruchu środka masy rakiety w układzie  $Oxyz$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_k \\ \dot{v}_k \\ \dot{w}_k \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{\alpha(-\beta)} \begin{bmatrix} P_x/m \\ P_y/m \\ P_z/m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F/m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F_{S_y} \\ F_{S_z} \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{\Phi\Theta\Psi} \begin{bmatrix} g_{x_g} \\ g_{y_g} \\ g_{z_g} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \\ w_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

- kinematyczne równania ruchu środka masy rakiety

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \\ \dot{z}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{kg} \\ v_{kg} \\ w_{kg} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{\Phi\Theta\Psi}^{-1} \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \\ w_k \end{bmatrix} \quad (4)$$

- dynamiczne równania ruchu rakiety dookoła środka masy w układzie  $Oxyz$  pokrywającym się z głównymi centralnymi osiami bezwładności

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^A \\ M^A \\ N^A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (5)$$

- kinematyczne równania ruchu rakiety dookoła środka masy

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \sin \Phi / \cos \Theta & \cos \Phi / \cos \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 1 & \sin \Phi \operatorname{tg} \Theta & \cos \Phi \operatorname{tg} \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (6)$$

- związki geometryczne i równania uzupełniające

$$\gamma = \arcsin \frac{w_{kg}}{V_k}, \quad \chi = \operatorname{arctg} \frac{v_{kg}}{u_{kg}} \quad (7)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left( -\frac{w}{u} \right), \quad \beta = \arcsin \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \quad (8)$$

gdzie:

$\gamma, \chi$  - odpowiednio: kąt pochylenia i odchylenia wektora prędkości środka masy rakiety względem Ziemi  $\mathbf{V}_k$ ,

$\alpha, \beta$  - kolejno: kąt natarcia i kąt ślizgu.

- parametry atmosfery przyjęto zgodnie z Normalną Atmosferą Artyleryjską [4].

- równania układu gazodynamicznego sterowania dla wyznaczenia strefy osiągalności (sterowanie z maksymalną komendą):

- sterowanie jednokanałowe

$$F_{S_y} = \begin{cases} -F_s & \text{dla } \sin(\Phi - mi) \geq 0 \\ +F_s & \text{dla } \sin(\Phi - mi) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$F_{S_z} = 0$$

- sterowanie dwukanałowe

$$\left. \begin{matrix} F_{S_y} = 0 \\ F_{S_z} = +F_s \end{matrix} \right\} \text{ dla } 0 < (\Phi - mi + \pi/2) \leq \pi/4$$

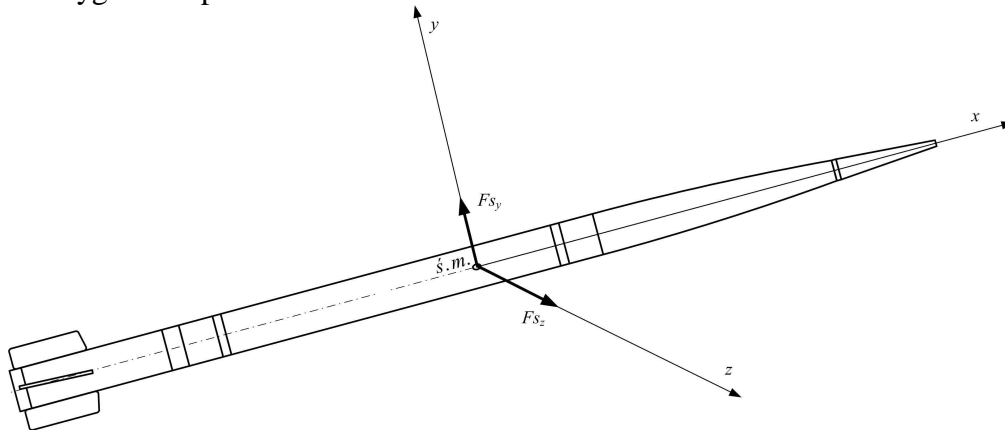
$$\left. \begin{array}{l} F_{S_y} = +F_s \\ F_{S_z} = 0 \end{array} \right\} \text{ dla } \pi/4 < (\Phi - mi + \pi/2) \leq 3\pi/4 \\
\left. \begin{array}{l} F_{S_y} = 0 \\ F_{S_z} = -F_s \end{array} \right\} \text{ dla } 3\pi/4 < (\Phi - mi + \pi/2) \leq 5\pi/4 \\
\left. \begin{array}{l} F_{S_y} = -F_s \\ F_{S_z} = 0 \end{array} \right\} \text{ dla } 5\pi/4 < (\Phi - mi + \pi/2) \leq 7\pi/4 \\
\left. \begin{array}{l} F_{S_y} = 0 \\ F_{S_z} = +F_s \end{array} \right\} \text{ dla } 7\pi/4 < (\Phi - mi + \pi/2) \leq 2\pi
\end{array} \quad (10)$$

- sterowanie n kanałowe

$$\begin{aligned}
F_{S_y} &= F_s \cos(mi) \\
F_{S_z} &= F_s \sin(mi)
\end{aligned} \quad (11)$$

gdzie:

$F_s=50$  [N] – gazodynamiczna siła sterująca,  
 $\Phi$  - kąt obrotu pocisku wokół osi podłużnej,  
 $mi$  - faza sygnału naprowadzania.



Rys. 1. Układ sił gazodynamicznego sterowania pociskiem raketowym Feniks

### 3. Wyniki badań symulacyjnych

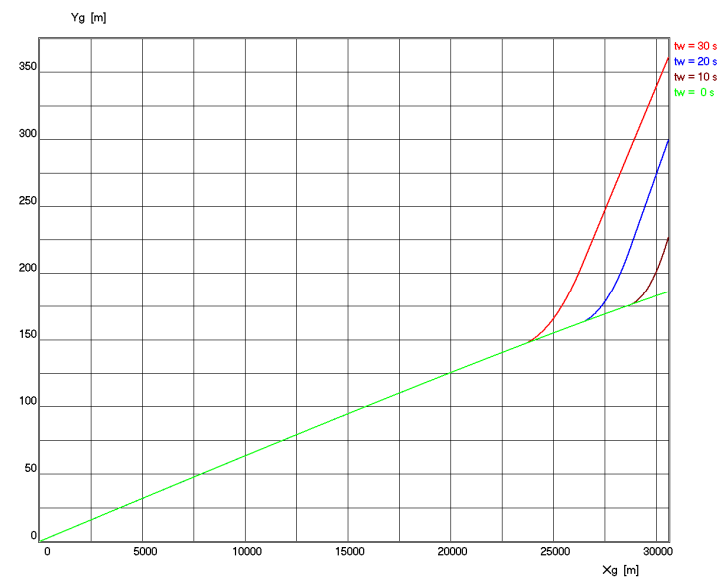
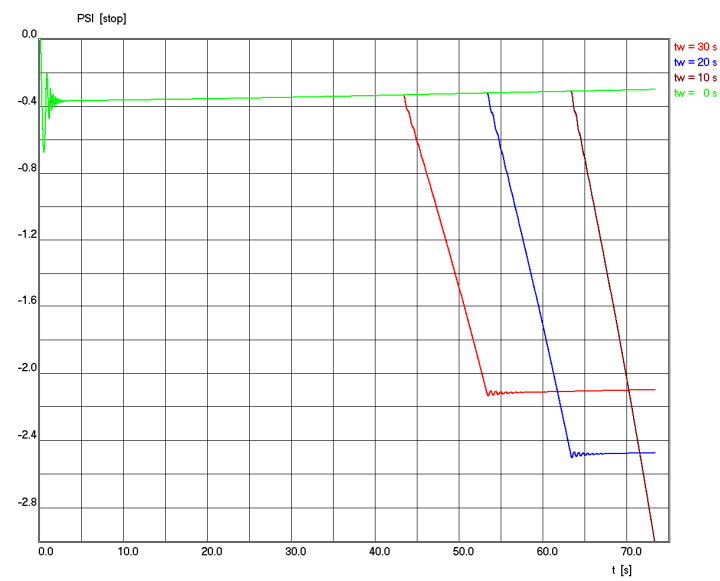
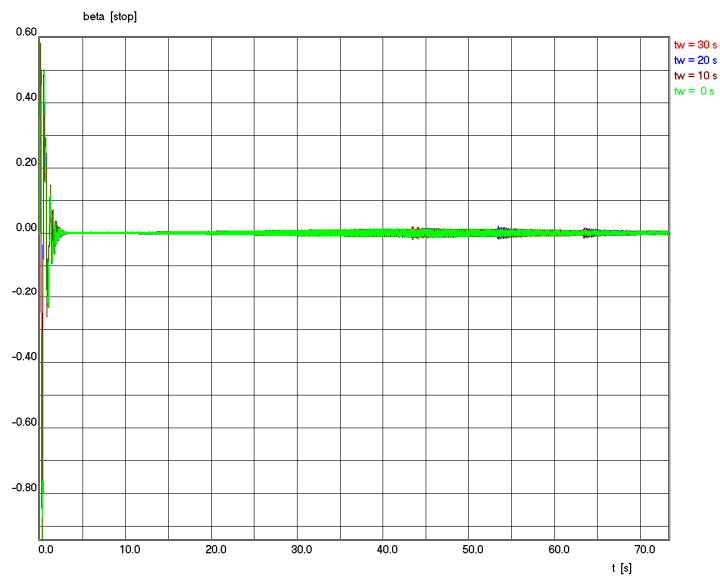
Wykorzystując opracowany program symulacji komputerowej dynamiki lotu pocisku raketowego Feniks z układem gazodynamicznego sterowania w warunkach normalnych, dokonano kompleksowej analizy wpływu typu sterowania, długości trwania sterowania i chwili włączenia sterowania na właściwości dynamiczne pocisku raketowego Feniks oraz na rozmiar uzyskiwanej strefy osiągalności.

Badania symulacyjne przeprowadzono w następujących wariantach:

- w całym zakresie kątów użytkowania wyrzutni raketowej ( $C = 10, 20, 30, 40, 50$  [stop]),
- dla trzech metod sterowania (jednokanałowe, dwukanałowe, n-kanałowe),
- sterowanie w czterech kierunkach ( $mi = 0, 90, 180, 270$  [stop]):

**$mi = 0$**  [stop] - sterowanie w płaszczyźnie pionowej pozwalające ustalić maksymalny zasięg pocisku Feniks dla ustalonego kąta celownika,

**$mi = 90$**  [stop] - sterowanie w płaszczyźnie poziomej pozwalające ustalić maksymalne odchylenie pocisku Feniks w prawo od płaszczyzny strzelania dla ustalonego kąta celownika,



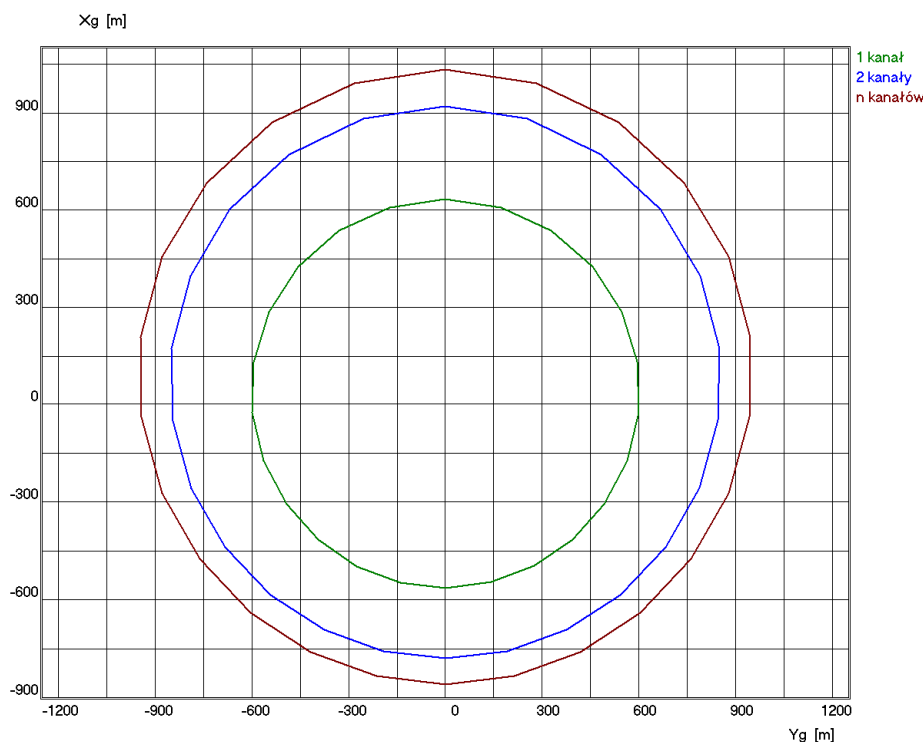
**Rys. 2. Wpływ chwili włączenia sterowania ( $t_w = 10, 20$  i  $30$  s) na przebieg wybranych parametrów lotu rakiety Feniks w przypadku sterowania jednokanałowego z fazą  $m_i = 90$  [stop]**

- $mi = 180$  [stop] - sterowanie w płaszczyźnie pionowej pozwalające ustalić minimalny zasięg pocisku Feniks dla danego kąta celownika,
  - $mi = 270$  [stop] - sterowanie w płaszczyźnie poziomej pozwalające ustalić maksymalne odchylenie pocisku Feniks w lewo od płaszczyzny strzelania dla danego kąta celownika.
- w każdym z powyższych wariantów (dotyczących kierunku sterowania) rozpatrzono dodatkowo trzy chwile włączenia układu sterowania:
- $tw = 30$  s – sterowanie rozpoczyna się na 30 sekund przed upadkiem pocisku raketowego na ziemię w locie swobodnym,
  - $tw = 20$  s – sterowanie rozpoczyna się na 20 sekund przed upadkiem pocisku raketowego,
  - $tw = 10$  s – sterowanie rozpoczyna się na 10 sekund przed upadkiem pocisku raketowego.

Na wykresach (rys. 2) zobrazowano przebiegi wybranych parametrów lotu pocisku raketowego Feniks (kąta ślizgu  $\beta$ , kąta odchylenia pocisku  $\Psi$  oraz odchylenia toru lotu) wystrzelonego na kącie podniesienia wyrzutni  $C = 30$  [stop] i poddanego **10 sekundowemu** maksymalnemu sterowaniu jednokanałowemu o fazie  $mi = 90$  stop. Rozpatrzono trzy chwile włączenia sterowania i porównano z parametrami lotu pocisku Feniks w locie niesterowanym (oznaczonym na wykresach jako  $tw = 0$  s).

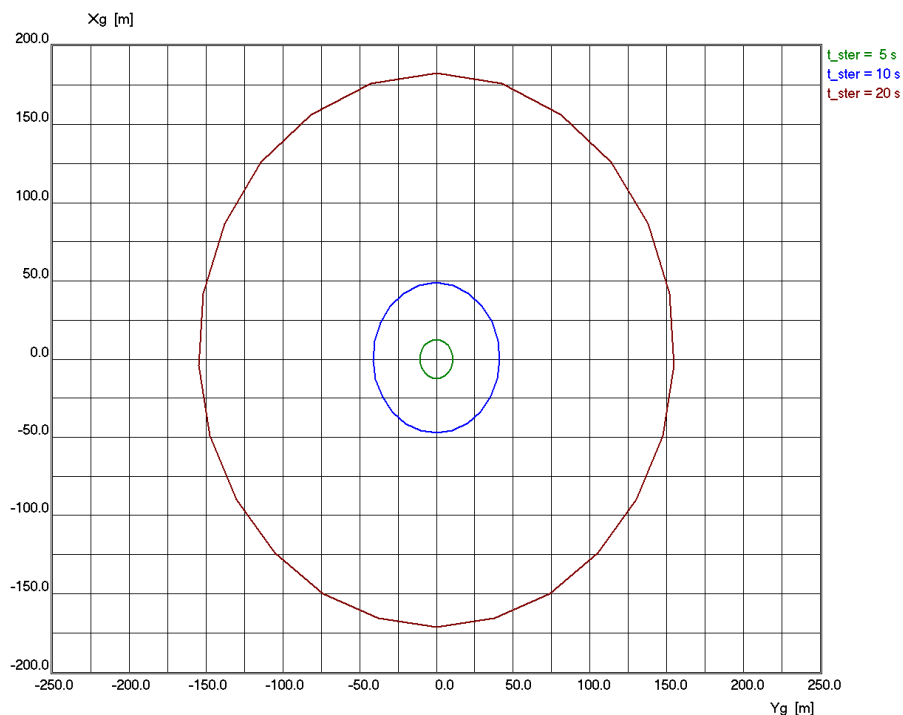
Na rys. 3 przedstawiono przykładowy wpływ typu sterowania na rozmiar strefy osiągalności dla  $C=30$  [stop] przy założeniu, że sterowanie rozpoczyna się po przekroczeniu wierzchołkowej i trwa do chwili upadku pocisku na ziemię. Czas trwania sterowania w tych badaniach zależał od kąta celownika i wynosił:

- dla  $C = 10$  stop –  $t_{ster} = 13,2$  s
- dla  $C = 20$  stop –  $t_{ster} = 28,2$  s
- dla  $C = 30$  stop –  $t_{ster} = 41,8$  s
- dla  $C = 40$  stop –  $t_{ster} = 55,6$  s
- dla  $C = 50$  stop –  $t_{ster} = 67,5$  s



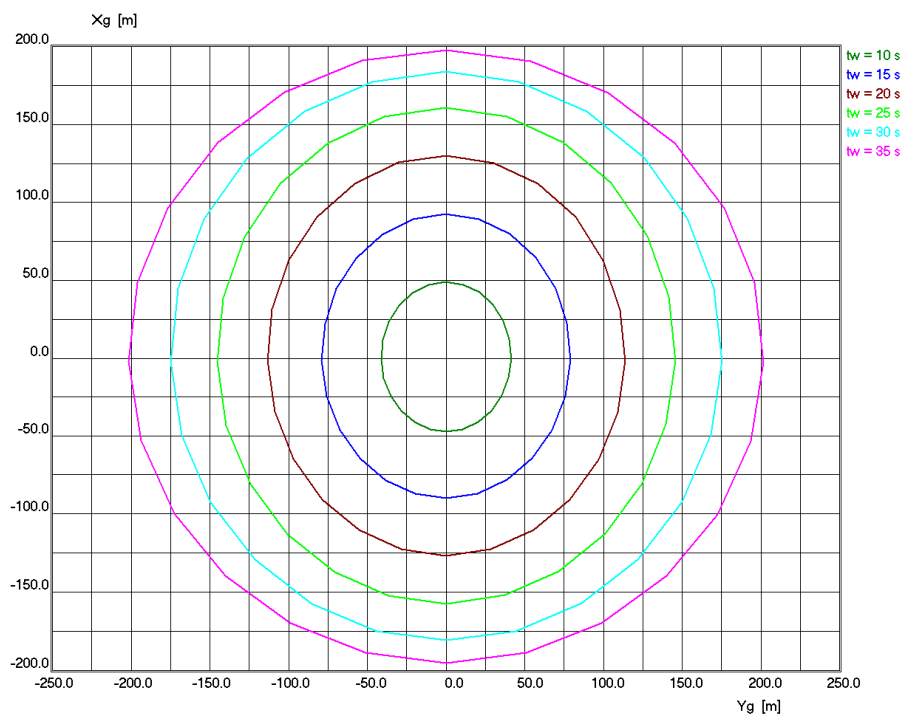
Rys. 3. Porównanie stref osiągalności dla  $C = 30$  [stop]

Wyniki badań wpływu czasu trwania sterowania jednokanałowego ( $t_{ster} = 5, 10$  i  $20$  sekund) realizowanego w końcowej fazie lotu pocisku na strefę osiągalności w przypadku strzelania na kącie  $C = 30$  stop przedstawiono na rys. 4.



**Rys. 4. Wpływ czasu trwania sterowania jednokanałowego na strefę osiągalności w przypadku strzelania na kącie  $C = 30$  stop**

Z kolei przykładowe wyniki badań wpływu chwili włączenia sterowania jednokanałowego ( $t_w = 5, 10, 15, 20, 30$  i  $35$  sekund przed upadkiem pocisku na ziemię) na wielkość strefy osiągalności gdy czas sterowania  $t_{ster} = 10$  s, przedstawiono na rys. 5.



**Rys. 5. Wpływ chwili włączenia sterowania jednokanałowego  $t_w$  na strefę osiągalności dla  $C = 30$  stop i sterowania trwającego  $t_{ster} = 10$  s**

## 4. Podsumowanie i wnioski końcowe

Przeprowadzone w pracy badania symulacyjne i analiza uzyskanych wyników obliczeń pozwalają sądzić o poprawności opracowanego modelu matematycznego rakiety Feniks jako obiektu sterowania oraz o poprawności działania procedur sterowania jednokanałowego, dwukanałowego oraz n-kanałowego, zastosowanych do wyznaczenia strefy osiągalności. Na podstawie uzyskanych wyników obliczeń można wyciągnąć następujące wnioski:

- 1) Sterowanie gazodynamiczne o wartości siły sterującej 50 [N] prawie nie zmienia ruchu oscylacyjnego pocisku raketowego dookoła środka masy. Wprawdzie daje się zauważyć występujące zakłócenia kąta natarcia i ślizgu po włączeniu układu sterowania (rys. 2) ale ich wartość nie przekracza 0,05 stopnia. Pocisk jest jak najbardziej stateczny dynamicznie.
- 2) Kształt strefy osiągalności zależy od kąta podniesienia wyrzutni: dla dużych kątów (powyżej 20 stopni) jest zbliżony do okręgu natomiast dla małych kątów jest elipsą o zdecydowanie większej półosi w kierunku strzelania niż w kierunku prostopadłym do kierunku strzelania.
- 3) Wymiary strefy osiągalności wzrastają wraz z wydłużeniem czasu trwania sterowania (rys. 4) przy czym zależność między wymiarami strefy osiągalności a czasem sterowania jest paraboliczna.
- 4) W przypadku ustalonego czasu trwania sterowania, wymiary strefy osiągalności zależą od chwili włączenia układu sterowania, generalnie im wcześniej następuje włączenie sterowania tym większa jest strefa osiągalności (rys. 5).
- 5) Efektywność sterowania jednokanałowego względem sterowania n-kanałowego (mierzona stosunkiem wymiarów odpowiadających im stref osiągalności) wynosi około 61÷65%, natomiast efektywność sterowania dwukanałowego względem sterowania n-kanałowego (liczona analogicznie) – wynosi około 89÷91% (rys. 3).

## Literatura

- [1] BARANOWSKI L., *Modelowanie i badania procesu samonaprowadzania rakiety z-p w zmiennych warunkach atmosferycznych*, Rozprawa doktorska, Warszawa 1998.
- [2] BARANOWSKI L., MACHOWSKI B., *Analiza efektywności metody proporcjonalnej nawigacji w sterowaniu gazodynamicznym wirujących obiektów latających*, Problemy Mechatroniki - uzbrojenie, lotnictwo, inżynieria bezpieczeństwa, Nr 1(3), Warszawa 2011, str. 37-54.
- [3] BARANOWSKI L., *Model fizyczny, matematyczny i symulacyjny dynamiki lotu pocisku raketowego Feniks z zestawu raketowego BM21*, Sprawozdanie z I etapu projektu rozwojowego pt. „122 mm pocisk raketowy precyzyjnego rażenia”, Warszawa 2009 (nieopublikowane).
- [4] ДМИТРИЕВСКИЙ А. А., *Внешняя баллистика*, Машиностроение, Москва, 1979.
- [5] GACEK J., *Balistyka zewnętrzna. Cz. I. Modelowanie zjawisk balistyki zewnętrznej i dynamiki lotu*. Wydawnictwo WAT, Warszawa, 1999.
- [6] ЛЕБЕДЕВ А. А., ЧЕРНОБРОВКИН Л. С., *Динамика полета*, Машиностроение, Москва, 1973.
- [7] OSIŃSKI Z., *Mechanika ogólna*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1994.

*Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2009-2011  
jako projekt badawczy rozwojowy nr O R00 0032 08*



