

## MODELOWANIE PROBABILISTYCZNE WIDMA OBCIĄŻEŃ EKSPLOATACYJNYCH W BADANIACH PRZYSPIESZONYCH OBIEKTU

**Streszczenie:** Treść artykułu prezentuje wypracowaną w WITU metodę modelowania, widma obciążeń w badaniach przyspieszonych na przykładzie rzeczywistego obiektu. Metodę oparto na koncepcji badania reakcji obiektu na widmo wymuszeń zamiast wymuszeń pojedynczych jego czynników. Istotnym nowum koncepcji było wyznaczenie widma wymuszeń na podstawie rozkładów parametrów widma z jakim występują w warunkach eksploatacji.

## PROBABILISTIC MODELLING OF SERVICE LOAD SPECTRUM AT ACCELERATED TESTING OF OBJECTS

**Abstract:** A modelling method developed in the Military Institute of Armament Technology for a spectrum of loads used at accelerated testing of a real object is presented in the paper. The method is based on a concept for testing the reaction of an object against the spectrum of loads instead than individual loads of its components. The essentially new approach is in the fact that the spectrum of excitations is determined on the base of spectrum characteristics corresponding to real conditions of operation.

### 1. Wstęp

Gotowość techniczną obiektu można ocenić na podstawie badania zmian wymuszonych jego stanu technicznego w warunkach laboratoryjnych pod warunkiem, że będą to zmiany równoważne zmianom, które zachodzą w procesie eksploatacji obiektu. Uzyskanie takich zmian stanu technicznego zdeterminowane jest zastosowaniem określonych wymuszeń, które spowodują wyczerpywanie zasobów pracy obiektu z zachowaniem odpowiednich sposobów ich wyczerpywania. W literaturze problemu dowiedziono zależność mówiąca, że między parametrami charakteryzującymi zmiany stanu technicznego obiektu w warunkach eksploatacji i w warunkach badań laboratoryjnych zachodzi podobna relacja jak między widmem obciążeń eksploatacyjnych i widmem wymuszeń.

Wymuszenia takie można wyznaczyć na podstawie analizy warunków eksploatacji obiektu. Konkretnie, można je modelować na podstawie histogramów pochodzących z danych opisujących warunki eksploatacji oraz analizy widma obciążeń eksploatacyjnych. Wartości wymuszeń można uzyskać w wyniku realizacji modelu probabilistycznego widma obciążeń eksploatacyjnych. Model widma obciążeń w postaci grafu zorientowanego pozwala na opisanie warunków eksploatacji z wystarczającą dokładnością.

## 2. Zespoły elementarne czynników widma obciążeń

W procesie eksploatacji obiektu istnieje taki cykl, w którym obiekt poddany jest wpływowi wszystkich czynników eksploatacyjnych z podzbiorów użytkowania (U, przestojów (P), obsługiwań technicznych (OT)). W warunkach klimatycznych Polski za cykl podstawowy przyjęto eksploatację obiektu w ciągu jednego roku. Składowymi cyklu podstawowego przyjęto okresy  $t_E$  w czasie których oddziałują wszystkie czynniki ze zbiorów towarzyszących etapom U, P, OT.

Zmiany wartości czynników widma obciążeń są funkcjami ciągłymi czasu pracy, przestoju lub obsługiwań. W celu uproszczenia programowania i odtwarzania wpływów tych czynników w czasie badań, zakres zmian wartości każdego czynnika skwantowano dyskretnie na wiele poziomów. Krokiem minimalnym kwantowania wartości czynnika jest przedział czasu, w którym poziom wartości czynnika przyjęto za umownie niezmienny. Zestaw połączonych działań poziomów wartości czynników charakteryzujących warunki eksploatacji w przedziałach minimalnego kroku kwantowania przyjęto nazywać zespołem elementarnym czynników i oznaczać  $E_{gj}$ .

Proces oddziaływania warunków eksploatacji na obiekt w ciągu okresu eksploatacji  $t_E$  wyrażono zbiorem  $\{N_m\}$  następujących po sobie etapów eksploatacji. Na każdym z tych etapów eksploatacji obiekt poddawany wpływom czynników tworzących zespół elementarnych czynników. Tak więc:  $N_m = \sum_g \sum_j E_{gj}$ . Po uwzględnieniu podziału cyklu podstawowego na trzy składowe  $g = /1, 3/$  w zbiorze wszystkich okresów  $t_E$ ,  $E = /1, S/$  liczba zespołów elementarnych będzie równa:  $\sum_{E=1}^S N_m$

Czynniki wchodzące w skład tych zespołów są wzajemnie uzależnione związkami przyczynowymi występującymi w warunkach eksploatacji. Określenie tej współzależności jest warunkiem do wyznaczania zespołów elementarnych czynników widma obciążeń działających na obiekt.

## 3. Współzależność czynników w zespole elementarnym

W warunkach rzeczywistych eksploatacji występują wzajemne zależności między czynnikami obciążeń. Oddziaływanie jednego czynnika tworzy warunki do zmiany bądź zmienia wartości i częstości występowania innych czynników. Wyznaczanie zespołów elementarnych czynników widma poprzedzono odpowiednim uporządkowaniem czynników według zależności jakimi występują w warunkach eksploatacji. Wynika to z potrzeby zachowania jednolitego porządku w opisach modeli zespołów elementarnych czynników widma, realizacjach modeli odtwarzaniu widma w czasie badań

Na podstawie danych doświadczalnych zbiorów czynników eksploatacyjnych cyklu podstawowego podzielono na odpowiednie podzbiory z uwzględnieniem współzależności czynników w podzbiory. Wprowadzono odpowiedni system ich oznaczania, przydatny do analizy i programowania symulacji komputerowych.

Ze wszystkich podzbiorów wartości czynników  $w_i$  powstałych w wyniku skwantowania zakresu wartości czynnika na liczbę  $k$  poziomów:

$$w = \{ (w_i)_1, \dots, (w_i)_{ki} \}, \quad i = (1, n),$$

wydzielono trzy podzbiory, które oznaczono:

- podzbiór poziomów wartości czynników niezależnych  $\{ \mathbf{x} \}$ :  
$$x = \{ (x_i)_1, \dots, (x_i)_{ki} \}, \quad i = (1, n),$$
- podzbiór poziomów wartości czynników zależnych o zależności szeregowej  $\{ \mathbf{y} \}$ :

$$y = \{ (y_i)_1, \dots, (y_i)_{k_i} \}, \quad i = (1, n),$$

- podzbiór poziomów wartości czynników zależnych o zależności równoległej **{z}**:

$$z = \{ (z_i)_1, \dots, (z_i)_{k_i} \}, \quad i = (1, n).$$

Współzależność poziomów wyrażono przez odpowiedni zestaw cyfr w indeksie:

Poziomy wartości czynników niezależnych  $x_1, \dots, x_n$  porządkowane są indeksami określającymi tylko numery porządkowe tych poziomów:

$$X = \{ x_1, \dots, x_\varphi, \dots, x_k \}, \quad \varphi = (1, k)$$

Poziomy wartości czynników zależnych porządkowano indeksami dwucyfrowymi. Cyfra pierwsza oznacza numer porządkowy poziomu wartości określonego czynnika. Cyfra druga, numer poziomu czynnika, od którego zależny jest dany czynnik. Jeżeli poziomy rozpatrywanego czynnika zależą od poziomów dwóch innych czynników wówczas opisywane są indeksami trzycyfrowymi. Cyfra pierwsza tak jak poprzednio jest numerem porządkowym czynnika. Cyfry następne oznaczają numery poziomów tych dwóch czynników od których zależą poziomy rozpatrywanego czynnika.

Poziomy wartości czynników o zależności szeregowej  $Y_1, \dots, Y_n$  porządkowane są w następujący sposób:

- a) indeks  $\varphi_1$  jest numerem porządkowym poziomu wartości czynnika pierwszego w zespole

czynników o zależności szeregowej  $(y_1)_{\varphi_1}, \varphi_1 = (1, k) \quad (y_1)_1, \dots, (y_1)_{\varphi_1}, \dots, (y_1)_{k_1};$

od poziomu  $\varphi_1$  czynnika  $Y_1$  zależą poziomy:  $(y_2)_{\varphi_2\varphi_1}$  czynnika  $Y_2$ ;  $(y_3)_{\varphi_3\varphi_2\varphi_1}$  czynnika  $Y_3$ ;

$(y_n)_{\varphi_n \dots \varphi_2\varphi_1}$  czynnika  $Y_n$

- b) indeks  $\varphi_2\varphi_1$  jest numerem porządkowym poziomu wartości czynnika drugiego  $Y_2$  w zespole czynników o zależności szeregowej,  $\varphi_1$  oznacza poziom  $(y_1)_{\varphi_1}$  z którym łącznie

występuje  $(y_2)_{\varphi_2}$  i od którego zależy np.:  $(y_1)_{11}, \dots, (y_2)_{\varphi_2 1}, \dots, (y_2)_{k_2 1}$

- c) indeks  $\varphi_3\varphi_2\varphi_1$  opisuje poziom wartości czynnika trzeciego  $Y_3$  w zespole czynników o zależności szeregowej odpowiednich poziomów z którymi występuje i od których zależy;

- d) indeks  $\varphi_n \dots \varphi_3\varphi_2\varphi_1$  symbolizuje położenie poziomu wartości ostatniego czynnika w zespole czynników o zależności szeregowej.

Poziomy wartości czynników  $z_n$  o zależności równoległej porządkowane są indeksami dwucyfrowymi symbolizującymi ich współzależność. Pierwsza oznacza poziom wartości czynnika zależnego, a druga oznacza poziom wartości, od którego zależą poziomy wszystkich następnych czynników

Tak opisane współzależności czynników tworzą podstawę do zbudowania modelu matematycznego, z którego wyznacza się zespoły elementarne czynników widma obciążeń eksploatacyjnych

## 4. Modelowanie widma obciążeń

### 4.1. Modelowanie probabilistyczne widma obciążeń eksploatacyjnych

Model probabilistyczny widma obciążeń zawiera:

- 1) Wykaz czynników ze zbioru  $W = \{ W_1, \dots, W_n \}$  działających na obiekt w warunkach eksploatacji w ciągu każdego okresu  $t_E$  każdej składowej  $E_g$  cyklu podstawowego eksploatacji;

- 2) Zakresy zmian wartości czynników:  $(w_i)_{\min} \leq w_i \leq (w_i)_{\max};$

- 3) Liczbę poziomów dyskretnych  $k_i$ ,  $i = (1, n)$ , na które skwantowano zakres zmian wartości czynników:  $(w_i)_1, \dots, (w_i)_{\varphi_i}, \dots, (w_i)_{k_i}$  przy założeniu, że  $(w_i)_1 = (w_i)_{\min}$ ,  $(w_i)_{k_i} = (w_i)_{\max}$
- 4) Aposterioryczne wartości częstości z jakimi występują poziomy wartości każdego czynnika w czasie  $t_E$  eksploatacji:  $P[(w_i)_1], \dots, P[(w_i)_{\varphi_i}], \dots, P[(w_i)_{k_i}]$
- 5) Wzajemne połączenia i zależności między poziomami każdego czynnika składowej  $E_g$  w każdym okresie  $t_E$ .

Powyższe wymagania spełnia model matematyczny opisujący warunki eksploatacji, określone widmem obciążeń eksploatacyjnych, przedstawiony w postaci grafu. Informacje wyszczególnione w powyższych punktach przedstawiono na modelu w postaci grafu zorientowanego o krawędziach prawdopodobnych.

Wierzchołki grafu  $(w_i)_1, \dots, (w_i)_{\varphi_i}, \dots, (w_i)_{k_i}$  odpowiadają wybranym poziomom czynników  $W_1, \dots, W_n$ . Krawędzie grafu  $P[(w_i)_{k_i}]$  odpowiadają prawdopodobieństwu wystąpienia połączeń sąsiednich poziomów czynników (sąsiednich wierzchołków grafu) połączonych krawędzią. Są to prawdopodobieństwa z jakimi występują poziomy czynników  $W_i$  na końcu krawędzi zorientowanej przy założeniu, że istnieje poziom odpowiadający początkowi tej krawędzi. Zbiór wszystkich poziomów ilustrowanych grafem opisano za pomocą macierzy

Wykorzystując własności grafów liniowych otrzymano wyrażenie na prawdopodobieństwo dowolnego zespołu elementarnego czynników  $E_{gj}$

$$P(E_{gj}) = P[(w_i)_1, \dots, (w_i)_{\varphi_i}, \dots, (w_i)_{k_i}]$$

Prawdopodobieństwo posiadania dowolnego zespołu równe jest iloczynowi dróg (krawędzi) grafu od punktu początkowego do punktu końcowego grafu. Prawdopodobieństwo z jakim będzie występował dowolny zespół poziomów wartości jest równe:

$$P(E_{gj}) = P[(w_1)_{\varphi_1}] P[(w_2)_{\varphi_2 \varphi_1}] P[(w_3)_{\varphi_3 \varphi_2 \varphi_1}] \dots P[(w_n)_{\varphi_n \dots \varphi_2 \varphi_1}]$$

Suma prawdopodobieństw zajścia wszystkich zespołów elementarnych poziomów:  $\sum_{j=1}^m P(E_{gj}) = 1$

gdzie:  $m$  – ogólna liczba zespołów elementarnych czynników składowych  $E_g$  cyklu eksploatacji.

Przy założeniu, że w ramach zespołu elementarnego czynników, każdy czynnik ma jedną wartość, to ilość zespołów elementarnych od liczby  $n$  czynników  $w$ , z których każdy może występować na  $k_1$  poziomów, wynosi:  $M_n = \prod_{l=1}^n k_l$ . Jeżeli liczba poziomów wartości czynników będzie równa dla wszystkich czynników, to liczba zespołów działających czynników będzie:  $M = k^n$

#### 4.2. Modelowanie czynników niezależnych

Poziomy wartości czynników są od siebie niezależne, jeżeli w przedziałach podzbioru  $\{x\}$  dla dowolnego poziomu czynnika poprzedzającego, zostaną zachowane prawidłowości rozkładu poziomów każdego czynnika następnego.

Wierzchołki grafu:  $(x_1)_1, \dots, (x_1)_{k_1}, (x_2)_1, \dots, (x_2)_{k_2}, (x_n)_1, \dots, (x_n)_{k_n}$  odpowiadają poziomom dyskretnym wartości czynników  $x_1, \dots, x_n$ . Krawędzie grafu łączące punkt

początkowy grafu z wierzchołkami  $(x_1)_{k_1}$  odpowiadają prawdopodobieństwom bezwarunkowym  $P[(x_1)_{j_1}]$ ,  $P[(x_1)_{j_2}]$ ,  $P[(x_1)_{k_1}]$  z jakimi występują w warunkach eksploatacji. Krawędzie grafu łączące wierzchołki:  $(x_1)_{j_1}, \dots, (x_1)_{k_1}$  z wierzchołkami  $(x_2)_{j_2}, \dots, (x_2)_{k_2}$  odpowiadają prawdopodobieństwom bezwarunkowym  $P[(x_2)_{j_2}]$ ,  $\dots$ ,  $P[(x_2)_{k_2}]$  z jakimi występują wartości tych czynników.

Dla  $n$  czynników niezależnych  $\{x\}$ , których zakresy zmian skwantowano na  $k_n$  poziomów, liczba zespołów elementarnych czynników będzie równa  $M = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n$ . Jeżeli wszystkie czynniki występują na  $k$  poziomach wartości  $k_1 = k_2 = k_3 = k_n$  wówczas  $M_n = k^n$

Prawdopodobieństwa powstawania tych zespołów poziomów wartości czynników będą równe iloczynowi dróg w kierunku krawędzi zorientowanych, odpowiadających  $n$  poziomom czynników  $x_n$ . Prawdopodobieństwo wystąpienia dowolnego zespołu poziomów czynników będzie równe:

$$P(E_{gi}) = P[(x_1)_{\varphi_1}] \cdot P[(x_2)_{\varphi_2}] \cdot P[(x_3)_{\varphi_3}] \cdot \dots \cdot P[(x_n)_{\varphi_n}]$$

Prawdopodobieństwo łącznego działania czynników przedstawia się w postaci macierzy.

### 4.3. Modelowanie czynników o zależności szeregowej

Poziomy wartości czynników są zależne szeregowo, jeżeli w przedziałach podzbioru  $\{y\}$  każdemu poziomowi poprzedniego czynnika odpowiada określony rozkład poziomów czynnika następnego.

Dla uproszczenia zapisu rozpatruje się modelowanie zespołu dla trzech czynników. Liczba zespołów elementarnych czynnika  $Y_3$  występujących łącznie z poziomami  $Y_2$  i  $Y_1$  wynosi:

$$M[(y_1)_{j_1}, (y_2)_{j_2}, (y_3)_{\varphi_{31}}] = k_3 j_1, \quad \varphi_{31} = (1, k_3 j_1)$$

Analogicznie otrzymuje się liczbę połączeń poziomów wartości czynnika  $Y_2$  występujących łącznie z poziomami :

❖ z poziomami  $(y_1)_{j_2}, \dots, (y_2)_{\varphi_2}, \dots, (y_2)_{k_2}$  czynników  $Y_2, Y_1$

$$M[(y_1)_{j_2}, (y_2)_{\varphi_2}, (y_3)_{\varphi_{32}\varphi_2\varphi_1}] = \sum_{\varphi_2=1}^{k_2} k_3 \varphi_2$$

❖ z poziomami  $(y_1)_{j_3}$  i  $(y_2)_{12}, \dots, (y_2)_{\varphi_{23}}, \dots, (y_2)_{k_{23}}$  czynników  $Y_2, Y_1$

$$M[(y_1)_{j_3}, (y_2)_{\varphi_{23}}, (y_3)_{\varphi_{33}\varphi_2\varphi_1}] = \sum_{\varphi_{23}=1}^{k_{23}} k_3 \varphi_{23}$$

❖ z poziomami  $(y_1)_{\varphi_1}$  i  $(y_2)_{1\varphi_1}, (y_2)_{2\varphi_1}, \dots, (y_2)_{k_2\varphi_1}$

$$M[(y_1)_{\varphi_1}, (y_2)_{\varphi_{21}}, (y_3)_{\varphi_{32}\varphi_2\varphi_1}] = \sum_{\varphi_2=1}^{k_2} k_3 \varphi_2 \varphi_1$$

❖ z poziomami  $(y_1)_{k_1}$  i  $(y_2)_{1k_1}, \dots, (y_2)_{k_2k_1}$

$$M[(y_1)_{k_1}, (y_2)_{\varphi_2 k_1}, (y_3)_{\varphi_3 \varphi_2 k_1}] = \sum_{\varphi_2 k_1}^{k_2 k_1} k_3 \varphi_2 k_1$$

Liczbę ogólną zespołów poziomów wartości czynników uzyskuje się z sumy wyrażień według liczby poziomów  $k_1$  jakie przyjmuje czynnik  $Y_1$

$$\begin{aligned} & M[(y_1)_{\varphi_1}, (y_2)_{\varphi_2 \varphi_1}, (y_3)_{\varphi_3 \varphi_2 \varphi_1}] = \\ & = \sum_{\varphi_2 1=1}^{k_2 1} k_3 \varphi_2 1 + \sum_{\varphi_2 2=1}^{k_2 2} k_3 \varphi_2 2 + \sum_{\varphi_2 3=1}^{k_2 3} k_3 \varphi_2 3 + \dots + \sum_{\varphi_2 \varphi_1=1}^{k_2 \varphi_1} k_3 \varphi_2 \varphi_1 + \dots + \sum_{\varphi_2 k_1}^{k_2 k_1} k_3 \varphi_2 k_1 \end{aligned}$$

gdzie:

- indeksy przy 1,2,3 oraz k oznaczają odpowiednio numery czynników Y
- $\varphi_2 1, \varphi_2 2, \varphi_2 3, \dots, \varphi_2 \varphi_1, \dots, \varphi_2 k_1$  – numery bieżące poziomów czynnika  $Y_2$  występujących łącznie z poziomami 1,2,..., $\varphi_1, \dots, k_1$  czynnika  $Y_1$
- $\varphi_3 1 1 \varphi_3 2 1 \varphi_3 3 1, \dots, \varphi_3 \varphi_2 1, \dots, \varphi_3 k_2 1$  - numery bieżące poziomów czynnika  $Y_3$ , które występują łącznie z poziomami  $(y_2)_{11}, \dots, (y_2)_{k_2 1}$  czynnika  $Y_2$
- $\varphi_3 \varphi_2 1 \varphi_3 \varphi_2 2 \varphi_3 \varphi_2 3, \dots, \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1, \dots, \varphi_3 \varphi_2 k_1$  –numery bieżące poziomów czynnika  $Y_3$ , które występują łącznie z poziomami  $\varphi_2, \varphi_2 2, \varphi_2 3, \dots, \varphi_2 k_1$  czynnika  $Y_2$  i jednocześnie z poziomami 1,2,3,..., $\varphi_1, \dots, k_1$  czynnika  $Y_1$
- $k_3 k_2 1, k_3 k_2 2, k_3 k_2 3, \dots, k_3 k_2 \varphi_1, \dots, k_3 k_2 k_1$  liczba poziomów czynnika  $Y_3$  występujących łącznie z poziomami  $\varphi_2 1=(1, k_2 1), \varphi_2 2=(1, k_2 2), \varphi_2 \varphi_1=(1, k_2 \varphi_1), \varphi_2 k_1=(1, k_2 k_1)$  czynnika  $Y_3$ , odpowiednio z poziomami 1,2,3,..., $\varphi_1, \dots, k_1$  czynnika  $Y_1$

Prawdopodobieństwo łączne działania poziomów czynników o zależności szeregowej zapisano w postaci macierzy:

$$|P_y| = \begin{vmatrix} P[(y_1)_1 (y_2)_{11} (y_3)_{111}] & \dots & P[(y_1)_1 (y_2)_{11} (y_3)_{k_3 11}] \\ P[(y_1)_{\varphi_1} (y_2)_{\varphi_2 \varphi_1} (y_3)_{\varphi_3 \varphi_2 \varphi_1}] & \dots & P[(y_1)_{\varphi_1} (y_2)_{\varphi_2 \varphi_1} (y_3)_{k_3 \varphi_2 \varphi_1}] \\ P[(y_1)_{k_1} (y_2)_{k_2 k_1} (y_3)_{1 k_2 k_1}] & \dots & P[(y_1)_{k_1} (y_2)_{k_2 k_1} (y_3)_{k_3 k_2 k_1}] \end{vmatrix}$$

#### 4.4. Modelowanie czynników o zależności równoległej

Poziomy wartości czynników o zależności równoległej występują wtedy, gdy każdemu rozkładowi poziomów czynnika poprzedzającego niezależnego, odpowiada określony rozkład poziomów wszystkich czynników następných. Przyjęto system oznaczeń indeksowych tak jak w modelach dla czynników niezależnych i czynników o zależności szeregowej

Dla  $n=3$  czynników  $Z_1, Z_2, Z_3$ , z których każdy może przyjąć poziom wartości odpowiednio  $k_1, k_2, k_3$ , liczba zespołów poziomów czynnika  $Z_3$  występujących łącznie z poziomami  $z_1, z_2$ , jest równa:  $M[(z_1)_1, (z_2)_{11}, (z_3)_{\varphi_3 1}] = k_3 1$

Liczba zespołów elementarnych czynnika  $Z_2$  występujących łącznie z poziomami  $(z_1)$  czynnika  $Z_1$  wynosi:  $M[(z_1)_1, (z_2)_{\varphi_2 1}] = k_2 1$ .

Tak więc liczba zespołów elementarnych czynnika  $Z_3$  występujących z poziomami  $(z_1)_1$  oraz  $(z_2)_{\varphi_2}$  wynosi:

$$M[(z_1)_{k_1}, (z_2)_{\varphi_2}, (z_3)_{\varphi_3}] = k_3 k_2 k_1 \quad \varphi_2 = (1, k_2), \quad \varphi_3 = (1, k_3)$$

Liczba zespołów elementarnych czynnika  $Z_3$  z poziomami  $(z_2)_{\varphi}$  i  $(z_1)_{k_1}$  jest równa:

$$M[(z_1)_{k_1}, (z_2)_{\varphi_2}, (z_3)_{\varphi_3}] = k_3 k_2 k_1$$

Liczba zespołów elementarnych czynnika  $Z_3$  ze wszystkimi poziomami czynników  $Z_1, Z_2$  jest wynikiem sumowania otrzymanych wyżej wartości liczb  $M$  dla  $k_1$  poziomów czynnika  $Z_1$ :

$$M = \sum_{\varphi_1=1}^{k_1} k_2 \varphi_1 k_3 \varphi_1$$

gdzie:  $k_2 \varphi_1$  – numery bieżące poziomów czynnika  $Z_2$  występujących razem z  $\varphi_1$  poziomem czynnika  $Z_1$ ;  $k_3 \varphi_1$  – numery bieżące poziomów czynnika  $Z_3$  występujących łącznie z  $\varphi_1$  poziomem czynnika  $Z_1$

Dla liczby  $n=r$  czynników, liczba zespołów elementarnych wyniesie:

$$M = \sum_{\varphi_1=1}^{k_1} k_2 \varphi_1 k_3 \varphi_1 \dots k_r \varphi_1$$

Wartości prawdopodobieństw łącznego działania trzech czynników o zależności równoległej przedstawiono w postaci macierzy:

$$|P_z| = \begin{vmatrix} P[(z_1)_{k_1}, (z_2)_{11}, (z_3)_{11}] & \dots & P[(z_1)_{k_1}, (z_2)_{11}, (z_3)_{k_3}] \\ P[(z_1)_{k_1}, (z_2)_{k_2}, (z_3)_{11}] & \dots & P[(z_1)_{k_1}, (z_2)_{k_2}, (z_3)_{k_3}] \\ P[(z_1)_{k_1}, (z_2)_{k_2}, (z_3)_{11}] & \dots & P[(z_1)_{k_1}, (z_2)_{k_2}, (z_3)_{k_3}] \end{vmatrix}$$

Dla  $n$  czynników:

$$\begin{aligned} & P[(z_1)_{\varphi_1}] P[(z_2)_{\varphi_2} / (z_1)_{\varphi_1}] \dots P[(z_n)_{\varphi_n} / (z_1)_{\varphi_1}] = \\ & = P[(z_1)_{\varphi_1}] P[(z_2)_{\varphi_2} / (z_1)_{\varphi_1}] \dots P[(z_n)_{\varphi_n} / (z_1)_{\varphi_1}] \end{aligned}$$

#### 4.5. Modelowanie czynników o zależności mieszanej

W procesie eksploatacji występują najczęściej oddziaływania wspólne czynników zależnych i niezależnych. Model współzależności jest odpowiednią kombinacją modeli współzależności czynników niezależnych i zależnych. Drogą uzasadnionego łączenia odpowiednich elementów można utworzyć model zespołów elementarnych czynników o zależności mieszanej.

Liczba zespołów elementarnych w modelu składającym się z:  $n$  - czynników niezależnych;  $n=3$  - czynników o zależności szeregowej;  $n=r$  - czynników o zależności równoległej - jest równa:

$$\begin{aligned} M = \prod_{i=1}^n k_i [ & \sum_{\varphi_2=1}^{k_2} k_3' \varphi_2' + \sum_{\varphi_2=1}^{k_2} k_3'' \varphi_2'' + \dots + \sum_{\varphi_2=1}^{k_2} k_3^{(r)} \varphi_2^{(r)} + \dots + \sum_{\varphi_2=1}^{k_2} k_3^{(k_1)} \varphi_2^{(k_1)} ] \times \\ & \times \sum_{\varphi_1=1}^{k_1} k_2'' \varphi_1'' k_3'' \varphi_1'' \dots k_r'' \varphi_1'' \end{aligned}$$

gdzie:

$k_1$  – liczba poziomów, na które skwantowano zakres zmian wartości czynników niezależnych;

$\varphi_1''\varphi_2''\varphi_3''$  – poziomy wartości czynników zależnych szeregowo;

$k_1''k_2''k_3''$  – liczby poziomów, na które skwantowano odpowiednio zakresy zmian wartości czynników o zależności szeregowej;

$\varphi_1'''\varphi_2'''\varphi_3'''$  – poziomy wartości czynników o zależności równoległej;

$k_1''', \dots, k_n'''$  – liczby poziomów, na które skwantowano odpowiednio zakresy zmian czynników o zależności równoległej.

Prawdopodobieństwo wystąpienia łącznego działania zespołów składających się z liczby  $n$  czynników niezależnych oraz czynników o zależności szeregowej i liczby  $r$  czynników o zależności równoległej, jest równe:

$$\begin{aligned} P[(x_1)_{\varphi_1}, (x_2)_{\varphi_2}, (x_3)_{\varphi_3}, \dots, (x_n)_{\varphi_n}, (y_1)_{\varphi_1}, (y_2)_{\varphi_2}, (y_3)_{\varphi_3}, (z_1)_{\varphi_1}, (z_2)_{\varphi_2}, (z_3)_{\varphi_3}, \dots, (z_r)_{\varphi_r}] = \\ = P[(x_1)_{\varphi_1}] P[(x_2)_{\varphi_2}] P[(x_3)_{\varphi_3}], \dots, P[(x_n)_{\varphi_n}] P[(y_1)_{\varphi_1}] P[(y_2)_{\varphi_2} / (y_1)_{\varphi_1}] \times \\ P[(y_3)_{\varphi_3} / (y_1)_{\varphi_1}] P[(z_1)_{\varphi_1}] P[(z_2)_{\varphi_2} / (z_1)_{\varphi_1}] P[(z_3)_{\varphi_3} / (z_1)_{\varphi_1}], \dots, P[(z_r)_{\varphi_r} / (z_1)_{\varphi_1}]. \end{aligned}$$

## 5. Obróbka danych statystycznych o warunkach eksploatacji obiektu

Warunki eksploatacji obiektów opisano na przykładzie warunków eksploatacji lotniczych urządzeń elektronicznych typu pilota automatycznego, girokompasu, zespołu wskaźnika kursu, stacji radiolokacyjnej, stosowanych w lotnictwie transportowym. Są to urządzenia określonych rozmiarów, składające się z elementów o znanych charakterystykach niezawodności, zasilane z sieci pokładowej, konstrukcyjnie powiązane z samolotem. W czasie eksploatacji poddawane są wpływom obciążeń klimatycznych działających na samolot oraz wpływom obciążeń wytwarzanych w czasie lotu samolotu.

Warunki eksploatacji opisano zbiorem danych aposteriorycznych o parametrach czynników obciążeń. Zbiór taki zawiera zestawy czynników efektywnych obciążeń występujących na wszystkich etapach eksploatacji obiektów. Zakresy wartości czynników skwantowano na liczbę  $k$  poziomów dyskretnych. Wartość liczby  $k$  dla każdego czynnika ustalano na podstawie oceny szacunkowej danych statystycznych występowania poziomów. Na podstawie doświadczeń [6] [7] przyjęto  $k=4, \dots, 8$ . Dla  $k > 8$  rosną wymagania i koszty związane z dostosowaniem aparatury laboratoryjnej do odtwarzania obciążeń z większą dokładnością. Dla  $k < 4$ , zmniejsza się dokładność odtwarzania widma. Na podstawie wniosków z analizy procesu eksploatacji, współzależność oddziaływania czynników przedstawiono w porządku i z częstościami z jakimi występują w warunkach eksploatacji.

Ustalono i oznaczono symbolami czynniki efektywne występujące na poszczególnych etapach eksploatacji ( $E_1, E_2, E_3$ ) z określeniem ich wzajemnej zależności (niezależne, zależne o zależności szeregowej, zależne o zależności równoległej). Zależności czynników zilustrowano graficznie w formie przydatnej do budowania grafu modelu widma obciążeń według sposobu wypracowanego w rozdziale 4.

Wartości liczbowe poziomów czynników i statystyczne częstości ich występowania w warunkach eksploatacji zestawiono w pakietach aposteriorycznych wartości parametrów każdego czynnika. Widmo obciążeń eksploatacyjnych odtworzono metodą symulacyjną realizacji modelu na komputerze programem o nazwie SYMEX. Danymi do realizacji programu są rozkłady prawdopodobieństw występowania poszczególnych wartości parametrów widma obciążeń zebrane w postaci histogramów a przetransponowane na dystrybuanty i zapisane na dysk twardy.



## Literatura

1. Będkowski L. i inni.: Niezawodność i eksploatacja urządzeń radioelektronicznych. Skrypt WAT, Warszawa 1970.
2. Będkowski L.: Wyznaczanie optymalnego programu kontroli przy niepełnej wiarygodności sprawdzeń. WAT. Warszawa 1967.
3. Figurski J. : Cybernetyka parku maszynowego. Ossolineum, Warszawa, 1986.
4. Figurski J., Wieciński W. : Modelowanie systemu eksploatacji. Bellona , 1996.
5. Gonczarow E. N. : K woprosu ocenki pokazatielej nadzieźnosti po rezultatah fiksirowanych ispitanih. Nadieźnost i konntrol kaczestwa Nr 12, 1971.
6. Hinnnej K., Uoľsz K. : radiodietali i problema ich nadzieźnosti. Moskwa . Cowietskoje radio. 1960.
7. Iberła K. : Faktornyj analiz.. Statistika 1980.
8. Janko J. Matematiko-staticzeskije tablice. Gostatizdat. Moskwa, 1960
9. Jaźwiński J. : Pewna metoda oceny niezawodności urządzeń. Biuletyn WAT Nr 8, 1968.
10. Kiliński A. : Jakość. WNT, Warszawa 1979.
11. Kordonskij H. B. : Forsirowannyje ispitanija nadzieźnosti maszin i priborow. Standaryzacja , 1964
12. Kulikowski J. : Zarys teorii grafów. PWN, Warszawa, 1986.
13. Olearczuk E., Sikorski M. , Tomaszek H. Eksploatacja samolotów. MON. Warszawa., 1972.
14. „Szkoła zimowa” Zbiór referatów , Jaszowiec, 1974
15. Smalko Z. , Ziomba S. :Niektóre problemy cybernetycznego ujęcia przyspieszonych badań obiektów technicznych. IMER Nr 9, 1969
16. Sztarski M. : Niezawodność i eksploatacja urządzeń elektronicznych. WK i Ł. Warszawa, 1972