

# NIEPEWNOŚĆ WARTOŚCI POMIARU STOŻKA MARTWEGO RADARÓW (KĄTA WYKRYWANIA W ELEWACJI)

*W artykule przedstawiono porównanie niepewności określenia wartości stożka martwego badanych radarów, uzyskiwanych metodą statystyczną (estymacji przedziałowej) i metodą dotychczas nie stosowaną poprzez analizę niepewności czynników pośrednich.*

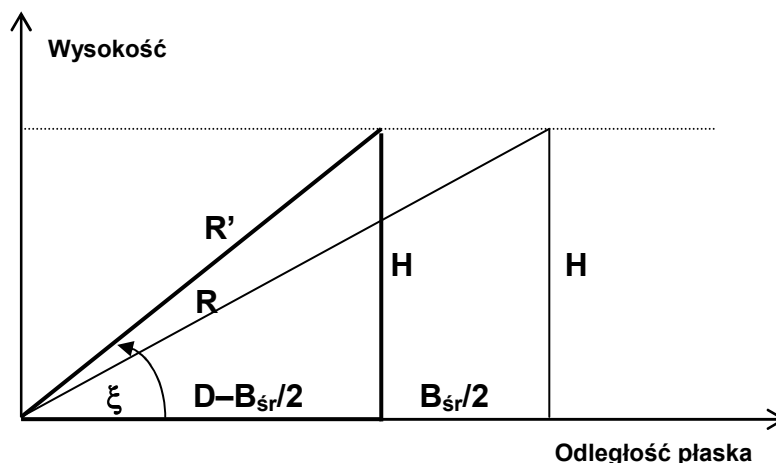
## 1. Wprowadzenie

Parametr nazywany stożkiem martwym lub kątem wykrywania w elewacji jest jednym z podstawowych parametrów radarów, określającym przestrzeń wykrywania celów powietrznych. Stożek martwy jest zdefiniowany jako kąt między normalną (osią pionową miejsca rozwinięcia radaru) a półprosta wyprowadzoną do punktu przestrzeni w którym jest jeszcze (może być) wykryty cel powietrzny. Kąt wykrywania w elewacji jest różnicą między kątem prostym ( $90^\circ$ ) a wartością stożka martwego. W badaniach poligonowych wartość tego parametru mierzy się poprzez statystyczny pomiar najbliższej odległości wykrywania samolotu wykonującego lot do i od radaru na stałej wysokości. Szczegółowy opis metody przedstawiono w [1].

Celem niniejszego artykułu, jest dokonanie analizy czynników wpływających na wartość tego parametru i ich wpływu na niepewność (dokładność) wykonanego pomiaru i porównanie z niepewnością określaną dotychczas. Artykuł jest uzupełnieniem i rozszerzeniem wcześniejszego artykułu [1].

## 2. Model analityczny

Analizę przeprowadzono dla tzw. „proponowanej metody” w [1]. Tzw. „proponowana metoda” zawiera więcej czynników pośrednich niż dotychczas stosowana. Dodatkowym czynnikiem jest obliczany przedział odległości **B** (w [1] oznaczany jako  $\Delta D$ ). Model obliczeń przedstawiono na Rys. 1.



Rys. 1 Model analityczny do obliczeń kąta elewacji  $\xi$ .

Na Rys. 1 oznaczono:

- H – wysokość lotu samolotu,
- R – odległość skośna najbliższego wykrycia samolotu,
- D – odległość płaska odpowiadająca odległości skośnej R,
- $B_{sr}$  – średnia wartość przedziału odległości, odpowiadający odcinkowi przelotu samolotu między kolejnymi oświetlenia przez wiązkę antenową (zdefiniowany w [1],
- $D - B/2$  – odległość płaska przy której oblicza się kąt wykrywania w elewacji,
- $R'$  – odległość skośna odpowiadająca odległości płaskiej  $D - B/2$ ,
- $\xi$  – kąt wykrywania w elewacji.

Kąt wykrywania w elewacji, określony jest zależnością:

$$\xi = \text{arctg} \frac{H}{D - \frac{B}{2}} \quad (1)$$

W czasie wykonywania badań poligonowych rejestruje się odległość skośną R określaną przez radar, dla samolotu lecącego na określonej wysokości H. Tak więc naprawdę, to znana jest wysokość lotu H odległość najbliższego wykrycia R i wyliczony (metodami statystycznymi), po wykonaniu lotów, średni przedział odległości  $B_{sr}$ . Zatem na niepewność wyniku pomiaru kąta wykrywania w elewacji mają wpływ trzy czynniki: H, R i  $B_{sr}$ .

Jest bogata literatura dotycząca analizy błędów i niepewności pomiarów. Można ją znaleźć bez trudu w internecie. Np. [2], [3], [4] i inne. W niniejszym artykule zastosowano tzw. prawo propagacji niepewności oparte na podstawie różniczki zupełnej w postaci:

$$u_{cy} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u_{xi}^2} \quad (2)$$

gdzie  $u_{xi}$  – niepewności standardowe pomiaru wielkości wejściowych obliczone metodą typu A (statystyczna) lub typu B.

### 3. Obliczenie niepewności

Dla analizowanego przykładu:

$$u_{c\xi} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right)^2} u_{xi} \quad (3)$$

mamy:

$$\frac{\partial \xi}{\partial H} = \frac{1}{(R')^2} \cdot \left( \frac{R^2}{D} - \frac{B}{2} \right) = c_H \quad (4)$$

$$\text{gdzie: } R' = \sqrt{\left( R - \frac{B}{2} \right)^2 + H^2},$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial R} = \frac{1}{(R')^2} \cdot \frac{RH}{D} = c_R \quad (5)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial B} = \frac{1}{(R')^2} \cdot \frac{R}{2} = c_B \quad (6)$$

Zależności (4), (5) i (6) są pochodnymi cząstkowymi funkcji  $\xi$ , wg zależności (1), względem zmiennych H, R i B.

Niepewności  $u_{xi}$  występujące w (2), określono następująco:

$u_H$  – niepewność wynikająca z wysokości lotu. Samolot określa swą wysokość na podstawie wskazań spidobarografu skalowanego wg ciśnienia lotniska z którego startuje. Wysokość ta może się nieco różnić od nakazanej, ale na ogół w trakcie lotu wysokość ta nie ulega zmianie. Może się ona zmienić np. po wykonaniu manewru zwrotu na kierunek powrotny (zmiana kursu 0 180°). Zakłada się, że granice zmian wysokości nie przekraczają 100 m ( $\Delta H \leq 100\text{m}$ ). Niepewność tą określono metodą typu B (tzn. innymi sposobami niż analiza serii obserwacji) i przyjęto jej wartość standardową równą odchyleniu standardowemu rozkładu jednostajnego:

$$u_H = \sigma_\Delta = \frac{\Delta H}{\sqrt{3}} \quad (7)$$

$u_R$  – niepewność wynikająca z dokładności określenia odległości przez radar. Dokładność określania odległości przez radar jest parametrem wyznaczanym metodami statystycznymi wg odrębnej procedury. W przytaczanym przykładzie niepewność ta wynosi 60 m.

$$u_R = 0,060\text{km} \quad (8)$$

$u_B$  – niepewność wynikająca z przedziału odległości jaką przebywa samolot między kolejnymi oświetleniami wiązką antenową. Wylicza się ją metodą typu A (statystyczną). W analizowanym przykładzie wartość  $B_{sr}$  wyniosła 0,16 km z niepewnością standardową typu A:

$$u_B = \sigma_{B_{ss}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (B_{sri} - B_{sr})^2}{(n-1)n}} \quad (9)$$

Do obliczeń przyjęto niepewność rozszerzoną ze współczynnikiem rozszerzenia  $k_\alpha=1.72$ , kwantyl rozkładu t-Studenta dla poziomu ufności  $\beta=0,9$  (poziom istotności  $\alpha=0,1$ ) i  $(n-1)=20$  stopni swobody ( $n$  – ilość wyników pomiarów). Zatem niepewność rozszerzona:

$$U_B = k_\alpha \cdot u_B \quad (10)$$

Niepewność całkowita jest równa:

$$U_\xi = \sqrt{(c_H \cdot u_H)^2 + (c_R \cdot u_R)^2 + (c_B \cdot U_B)^2} \quad (11)$$

#### 4. Wyniki pomiarów i obliczeń

Wyniki pomiarów i obliczeń danych wejściowych, niezbędnych do obliczenia niepewności, przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Lp.	R [km]	D[km]	B <sub>sr</sub> [km]	D-B <sub>sr</sub> /2 [km]	R' [km]
1	<b>6,18</b>	5,403	<b>1,148</b>	4,829	5,685124
2	<b>6,255</b>	5,489	<b>1,172</b>	4,903	5,747622
3	<b>6,15</b>	5,369	<b>1,156</b>	4,791	5,652582
4	<b>6,465</b>	5,727	<b>1,188</b>	5,133	5,945184
5	<b>6,465</b>	5,727	<b>1,111</b>	5,171	5,978576
6	<b>5,94</b>	5,127	<b>1,152</b>	4,551	5,450529
7	<b>6,105</b>	5,317	<b>1,158</b>	4,738	5,608053
8	<b>7,47</b>	6,841	<b>1,149</b>	6,267	6,947923
9	<b>6,285</b>	5,523	<b>1,149</b>	4,948	5,786787
10	<b>5,97</b>	5,161	<b>1,156</b>	4,583	5,477909
11	<b>6,075</b>	5,283	<b>1,142</b>	4,712	5,585811
12	<b>6,09</b>	5,300	<b>1,113</b>	4,743	5,612253
13	<b>5,97</b>	5,161	<b>1,164</b>	4,580	5,474801
14	<b>6,375</b>	5,625	<b>1,157</b>	5,046	5,870699
15	<b>6,78</b>	6,080	<b>1,202</b>	5,479	6,246615
16	<b>7,14</b>	6,479	<b>1,223</b>	5,868	6,59025
17	<b>6,495</b>	5,761	<b>1,245</b>	5,138	5,949798
18	<b>5,91</b>	5,092	<b>1,069</b>	4,558	5,456266
19	<b>5,79</b>	4,952	<b>1,252</b>	4,326	5,264494
20	<b>5,52</b>	4,634	<b>1,082</b>	4,092	5,074196
21	<b>5,805</b>	4,970	<b>1,171</b>	4,384	5,312429

Wartości w powyższej tabeli dotyczą najbliższego wykrycia samolotu lecącego na wysokości  $H=3000$  m, w kolejnym oddalaniu lub zbliżaniu. Na podstawie tych wartości wyliczono niepewność kątów wykrycia w elewacji oraz odpowiadające jej granice przedziału tych kątów. Górną jako  $(\xi + U_\xi)$  i dolną  $(\xi - U_\xi)$ .

Niepewność obliczono dla następujących wartości niepewności czynników składowych:

$$u_H = 0,05774 \text{ km,}$$

$$u_R = 0,060 \text{ km,}$$

$$U_B = 0,017 \text{ km.}$$

Wyniki przedstawiono w tabeli 2. W tabeli tej, w ostatniej kolumnie przedstawiono wartość tzw. błędu procentowego jako stosunku niepewności całkowitej  $U_\xi$  danego kąta wykrywania w elewacji do jego wartości. Błąd ten jest w pewnym stopniu miarą dokładności wykonywanych pomiarów tego parametru.

Tabela 2

R [km]	R' [km]	D [km]	D-B <sub>sr</sub> /2	$\xi$ [°]	$c_H$	$c_H u_H$ [°]	$c_H$	$c_R u_R$ [°]	$c_B$	$c_B u_B$ [°]	$U_\xi$ [°]	$U_\xi/\xi$ [%]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	10	11	12
4,671	4,243	3,58	3,0	<b>45,00</b>	17,55	1,01	12,46	0,75	4,77	0,08	<b>1,26</b>	2,80
4,748	4,314	3,68	3,1	<b>44,06</b>	17,07	0,99	11,92	0,71	4,62	0,08	<b>1,22</b>	2,77
4,826	4,386	3,78	3,2	<b>43,15</b>	16,62	0,96	11,41	0,68	4,47	0,08	<b>1,18</b>	2,74
4,904	4,460	3,88	3,3	<b>42,27</b>	16,19	0,93	10,92	0,66	4,32	0,07	<b>1,14</b>	2,71
4,984	4,534	3,98	3,4	<b>41,42</b>	15,78	0,91	10,47	0,63	4,18	0,07	<b>1,11</b>	2,68
5,064	4,610	4,08	3,5	<b>40,60</b>	15,38	0,89	10,04	0,60	4,04	0,07	<b>1,08</b>	2,65
5,145	4,686	4,18	3,6	<b>39,81</b>	15,01	0,87	9,63	0,58	3,91	0,07	<b>1,04</b>	2,62
5,227	4,763	4,28	3,7	<b>39,04</b>	14,65	0,85	9,25	0,56	3,79	0,07	<b>1,01</b>	2,60
5,309	4,841	4,38	3,8	<b>38,29</b>	14,31	0,83	8,89	0,53	3,67	0,06	<b>0,99</b>	2,57
5,392	4,920	4,48	3,9	<b>37,57</b>	13,98	0,81	8,54	0,51	3,55	0,06	<b>0,96</b>	2,55
5,475	5,000	4,58	4,0	<b>36,87</b>	13,67	0,79	8,22	0,49	3,44	0,06	<b>0,93</b>	2,53
5,559	5,080	4,68	4,1	<b>36,19</b>	13,37	0,77	7,91	0,47	3,33	0,06	<b>0,91</b>	2,51
5,643	5,161	4,78	4,2	<b>35,54</b>	13,08	0,76	7,62	0,46	3,23	0,06	<b>0,88</b>	2,49
5,728	5,243	4,88	4,3	<b>34,90</b>	12,81	0,74	7,34	0,44	3,13	0,05	<b>0,86</b>	2,47
5,814	5,325	4,98	4,4	<b>34,29</b>	12,54	0,72	7,08	0,42	3,03	0,05	<b>0,84</b>	2,45
5,900	5,408	5,08	4,5	<b>33,69</b>	12,29	0,71	6,82	0,41	2,94	0,05	<b>0,82</b>	2,44
5,986	5,492	5,18	4,6	<b>33,11</b>	12,04	0,70	6,59	0,40	2,85	0,05	<b>0,80</b>	2,42
6,073	5,576	5,28	4,7	<b>32,55</b>	11,80	0,68	6,36	0,38	2,76	0,05	<b>0,78</b>	2,40
6,160	5,660	5,38	4,8	<b>32,01</b>	11,58	0,67	6,14	0,37	2,68	0,05	<b>0,76</b>	2,39
6,247	5,745	5,48	4,9	<b>31,48</b>	11,36	0,66	5,94	0,36	2,60	0,04	<b>0,75</b>	2,37
6,335	5,831	5,58	5,0	<b>30,96</b>	11,14	0,64	5,74	0,34	2,53	0,04	<b>0,73</b>	2,36
6,424	5,917	5,68	5,1	<b>30,47</b>	10,94	0,63	5,55	0,33	2,45	0,04	<b>0,72</b>	2,35
6,512	6,003	5,78	5,2	<b>29,98</b>	10,74	0,62	5,37	0,32	2,38	0,04	<b>0,70</b>	2,34
6,601	6,090	5,88	5,3	<b>29,51</b>	10,55	0,61	5,20	0,31	2,32	0,04	<b>0,69</b>	2,32
6,690	6,177	5,98	5,4	<b>29,05</b>	10,37	0,60	5,04	0,30	2,25	0,04	<b>0,67</b>	2,31
6,780	6,265	6,08	5,5	<b>28,61</b>	10,19	0,59	4,88	0,29	2,19	0,04	<b>0,66</b>	2,30
6,870	6,353	6,18	5,6	<b>28,18</b>	10,02	0,58	4,73	0,28	2,13	0,04	<b>0,65</b>	2,29
6,960	6,441	6,28	5,7	<b>27,76</b>	9,85	0,57	4,59	0,28	2,07	0,04	<b>0,63</b>	2,28
7,050	6,530	6,38	5,8	<b>27,35</b>	9,69	0,56	4,45	0,27	2,02	0,03	<b>0,62</b>	2,27
7,141	6,619	6,48	5,9	<b>26,95</b>	9,53	0,55	4,32	0,26	1,96	0,03	<b>0,61</b>	2,26
7,232	6,708	6,58	6,0	<b>26,57</b>	9,38	0,54	4,20	0,25	1,91	0,03	<b>0,60</b>	2,25

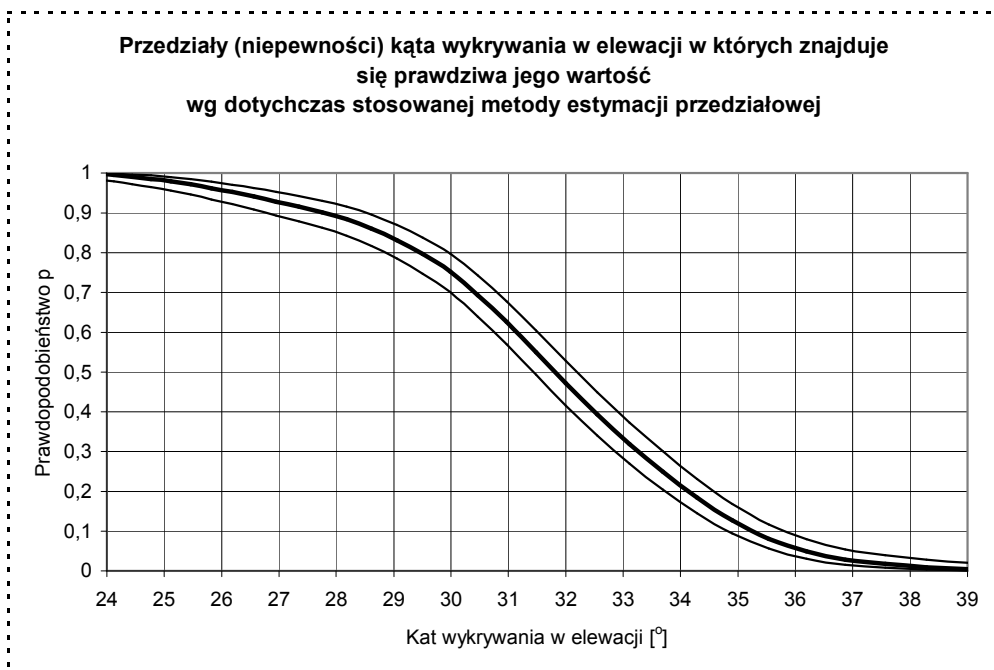
1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	10	11	12
7,323	6,798	6,68	6,1	<b>26,19</b>	9,23	0,53	4,08	0,24	1,86	0,03	<b>0,59</b>	2,24
7,414	6,888	6,78	6,2	<b>25,82</b>	9,09	0,52	3,96	0,24	1,81	0,03	<b>0,58</b>	2,23
7,506	6,978	6,88	6,3	<b>25,46</b>	8,95	0,52	3,85	0,23	1,77	0,03	<b>0,57</b>	2,23
7,597	7,068	6,98	6,4	<b>25,11</b>	8,82	0,51	3,74	0,22	1,72	0,03	<b>0,56</b>	2,22
7,689	7,159	7,08	6,5	<b>24,78</b>	8,69	0,50	3,64	0,22	1,68	0,03	<b>0,55</b>	2,21
7,782	7,250	7,18	6,6	<b>24,44</b>	8,56	0,49	3,54	0,21	1,64	0,03	<b>0,54</b>	2,20
7,874	7,341	7,28	6,7	<b>24,12</b>	8,44	0,49	3,45	0,21	1,59	0,03	<b>0,53</b>	2,20
7,966	7,432	7,38	6,8	<b>23,81</b>	8,32	0,48	3,36	0,20	1,56	0,03	<b>0,52</b>	2,19
8,059	7,524	7,48	6,9	<b>23,50</b>	8,20	0,47	3,27	0,20	1,52	0,03	<b>0,51</b>	2,18
8,152	7,616	7,58	7,0	<b>23,20</b>	8,09	0,47	3,19	0,19	1,48	0,03	<b>0,51</b>	2,18
8,245	7,708	7,68	7,1	<b>22,91</b>	7,98	0,46	3,11	0,19	1,45	0,02	<b>0,50</b>	2,17
8,338	7,800	7,78	7,2	<b>22,62</b>	7,87	0,45	3,03	0,18	1,41	0,02	<b>0,49</b>	2,17
8,432	7,892	7,88	7,3	<b>22,34</b>	7,77	0,45	2,95	0,18	1,38	0,02	<b>0,48</b>	2,16
8,525	7,985	7,98	7,4	<b>22,07</b>	7,66	0,44	2,88	0,17	1,35	0,02	0,48	2,15
8,619	8,078	8,08	7,5	<b>21,80</b>	7,56	0,44	2,81	0,17	1,32	0,02	0,47	2,15

Z powyższych obliczeń wynika, iż najbardziej istotnym czynnikiem wpływającym na niepewność pomiaru kąta wykrywania w elewacji, wykonywanym w badaniach poligonowych, jest niepewność wynikająca z wysokości. Szacowanie tej niepewności w granicach 100 m nie wydaje się być przesadzone. Następnym czynnikiem, który ma wpływ na niepewność pomiaru kąta wykrywania w elewacji, jest pomiar odległości przez radar. Niepewność ta jest około połowę mniejsza niż niepewność wynikająca z wysokości. Porównywalna z nią jest niepewność wynikająca z przedziału odległości przelotu między kolejnymi oświetleniami wiązką antenową. Jest to w pewnym sensie zrozumiałe, ponieważ wartość  $B_{sr}$  związana jest bezpośrednio z pomiarem odległości przez radar.

## 5. Porównanie z dotychczasową metodą określania niepewności

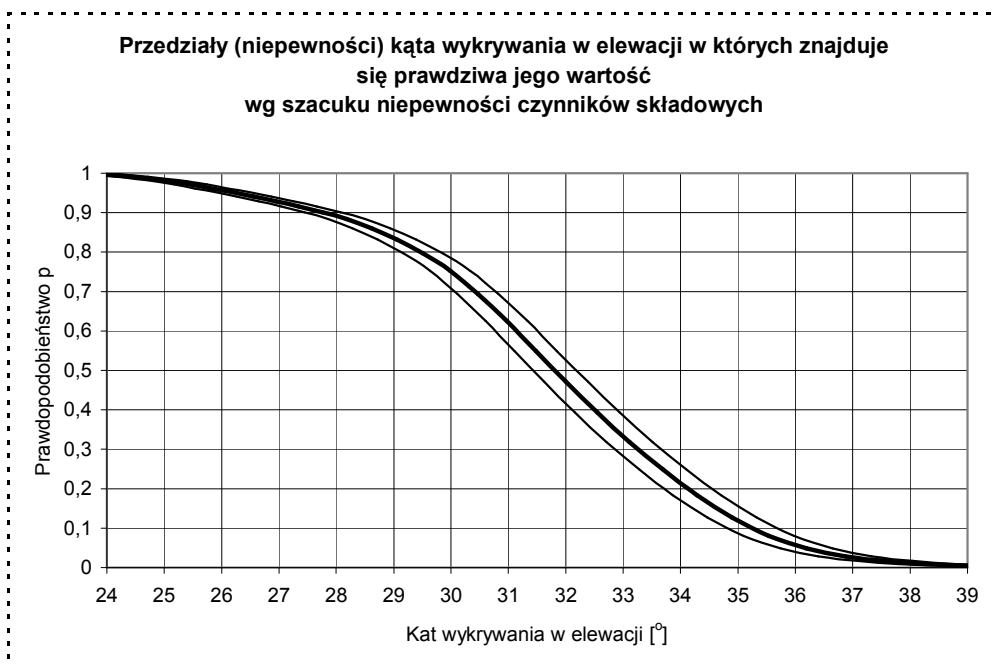
Dotychczas stosowano metodę przedziałową estymacji prawdopodobieństwa wykrycia samolotu w funkcji odległości, opisaną w [1]. Wynikiem był wykres tego prawdopodobieństwa w funkcji odległości, z którego odczytywano dla założonego prawdopodobieństwa (najczęściej  $p=0,5$  i  $p=0,8$ ) odległość i przeliczano na odpowiadającą jej wartość kąta elewacji. Przeliczenie wykonywano wg zależności  $\xi = \arctg(H/D)$  lub  $\xi = \arcsin(H/R)$ . Wg proponowanej w [1] metody, przeliczenie wykonuje się wg zależności (1).

Dla potrzeb artykułu, dokonano przeliczenia całej osi odległości, na kąt elewacji pod jakim radar „widzi” lecący na wysokości  $H=3000$  m samolot. Wykres ten (wykonany na podstawie wyników w tabeli 1) przedstawiono na Rys. 2.



Rys 2. Prawdopodobieństwo wykrycia samolotu w funkcji kąta elewacji, obliczone wg dotychczas stosowanej metody estymacji przedziałowej.

Na Rys. 3 przedstawiono ten sam wykres wartości średniej prawdopodobieństwa wykrycia samolotu w funkcji kąta elewacji, ale z granicami wynikającymi z szacunków niepewności czynników składowych których wyniki przedstawiono w niniejszym artykule.



Rys. 3. Prawdopodobieństwo wykrycia samolotu w funkcji kąta elewacji, obliczone wg szacunków niepewności czynników składowych.

Porównując oba sposoby analizy niepewności pomiaru kąta elewacji, należy stwierdzić, że wyniki w przedziale prawdopodobieństwa wykrycia samolotu od  $p=0,1$  do  $p=0,8$  są porównywalne. Różnią się dla wyższych wartości prawdopodobieństwa wykrywania samolotu. Wymaga to dalszej analizy, tym bardziej, że przedstawione wyniki są analizowane dla pojedynczego przypadku (jeden typ radaru, jedna wysokość lotu).

Przedstawione w artykule wyniki, oprócz tego, że pozwoliły określić wpływ poszczególnych czynników na analizowaną niepewność, potwierdziły także słuszność dotychczas stosowanej metody, która z punktu widzenia obliczeń jest prostsza. Zadowalająca jest także dokładność metody, rzędu  $2\div 3\%$ .

## Literatura

- [1] Czesław WIDŁAK „Pomiar wartości stożka martwego radaru wykonywany podczas badań poligonowych” Problemy Techniki Uzbrojenia Zeszyt 92 str. 67-72.
- [2] Ewa DĘBOWSKA „Międzynarodowe normy oceny niepewności pomiarów (wersja skrócona) – [www.lab.pap.edu.pl](http://www.lab.pap.edu.pl).
- [3] Opracowanie danych pomiarowych – [www.ftj.agh.edu.pl](http://www.ftj.agh.edu.pl).
- [4] Janusz M. JAWORSKI „Niepewność pomiaru, rozkłady zmiennych losowych modelujące błędy pomiaru” Materiały XXXVI Międzyuczelnianej Konferencji Metrologów MKM'04.
- [5] Analiza niepewności pomiarowych – <http://labor.ps.pl>.