

WYBRANE ZAGADNIENIA MATEMATYCZNEGO OPRACOWYWANIA WYNIKÓW Z BADAŃ DYNAMICZNYCH ZESTAWÓW PRZECIWLOTNICZYCH Z UŻYCIEM SYSTEMU TRAJEKTOGRAFICZNEGO

W artykule przedstawiono główne zagadnienia związane z procesem obróbki matematycznej i analizy wyników z badań dynamicznych zestawów przeciwlotniczych z użyciem, będącego na wyposażeniu WITU, trajektograficznego systemu pomiarowego.

1. Wstęp

Narzędziem do badań prawidłowości działania zestawów przeciwlotniczych w dynamice (podczas badań strzelaniem) są systemy trajektograficzne, które umożliwiają w trakcie prowadzenia badań rejestrację z bardzo dużą dokładnością położenia lecącego celu i naprowadzanej na cel rakiety lub lecącego do celu pocisku. W wyniku procesu obróbki matematycznej zarejestrowanych danych otrzymujemy niezbędne parametry trajektorii lotu strzelanego obiektu (rakiety, pocisku), które są podstawą do dokonania oceny poprawności działania zestawu przeciwlotniczego.

Badania zestawu przeciwlotniczego z użyciem systemu trajektograficznego wykonywane są w fazie prac badawczo-rozwojowych podczas badań prototypu, jak również w etapie realizacji partii próbnej i partii seryjnej. Systemy trajektograficzne stosowane są również podczas testów i ekspertyz technicznych zestawów przeciwlotniczych i innych obiektów latających techniki wojskowej i cywilnej.

2. Ogólna charakterystyka systemu trajektograficznego i idea jego działania

System trajektograficzny jest zestawem urządzeń służących do rejestrowania danych o położeniu obiektu latającego, które to dane są danymi wejściowymi do obliczania parametrów trajektorii lotu obiektu.

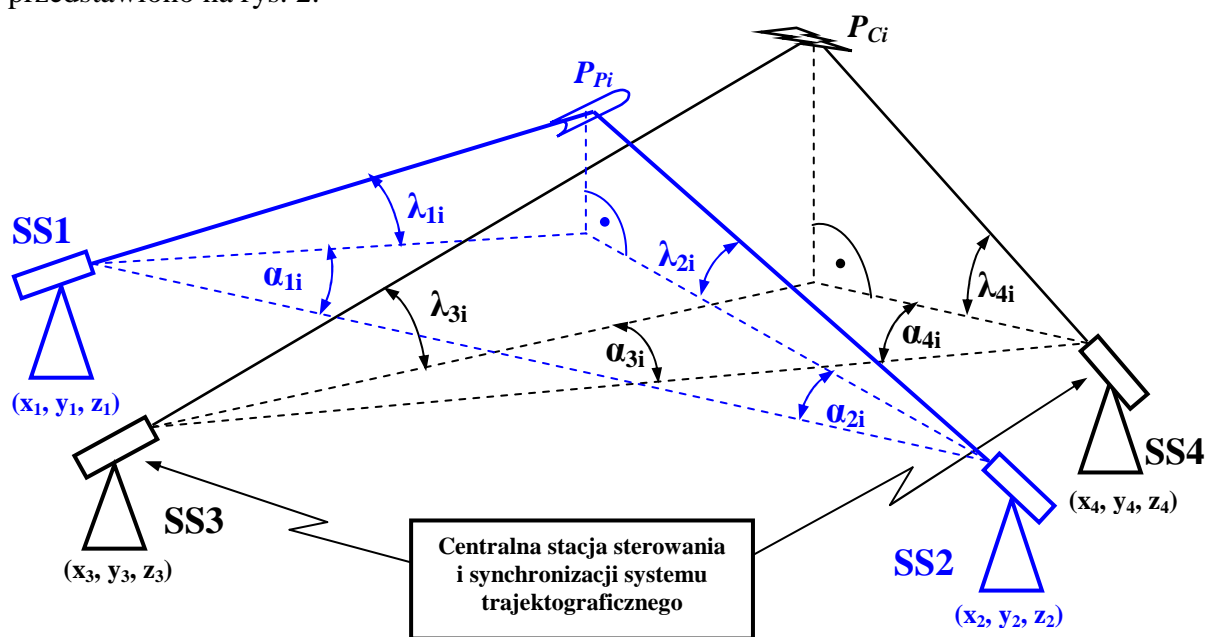
Tak, więc zasadniczym zadaniem systemu trajektograficznego jest śledzenie za obiektem i rejestrowanie (pomiar) jego położenia w trakcie lotu. Proces ten jest realizowany przy pomocy stacji śledzących. Dane o położeniu obiektu otrzymane ze stacji śledzących są następnie poddawane komputerowej obróbce matematycznej, w wyniku, której otrzymujemy interesujące nas parametry trajektorii lotu.

Istnieją różnego typu systemy trajektograficzne [3]. Podział na typy wynika z rodzaju stosowanych na stacjach śledzących urządzeń do rejestrowania położenia obiektu w locie. Stacje śledzące mogą być typu optycznego, optoelektronicznego, radarowe i GPS-owe.

Eksploatowany przez WITU system składa się z 4 stacji śledzących optycznych i 2 stacji optoelektronicznych. Oprócz rejestracji wartości kątów położenia w funkcji czasu, system ten umożliwia rejestrację obrazu śledzonego obiektu. Daje to nam możliwość dokonywania

oceny poprawności pracy układu napędowego, działania głowicy bojowej, itd., a przede wszystkim możliwość pomiaru współrzędnych konkretnego punktu na obiekcie, na przykład współrzędnych głowicy bojowej naprowadzanej rakiety oraz współrzędnych źródła promieniowania na celu. Umożliwia to nam wykonanie obliczenia minimalnej odległości przejścia (tzw. uchybu) głowicy bojowej rakiety (pocisku) od źródła promieniowania (punktu na celu), na który naprowadzała się badana rakietka.

Omawiany system trajektograficzny należy do układu pomiarowego typu 2D, to znaczy, że stacje śledzące umożliwiają pomiar zmian w czasie tylko położenia kąтового obiektu (kąt azymutu α i elewacji λ). W praktyce, więc do określenia współrzędnych (X, Y, Z) trajektorii śledzonego pojedynczego obiektu konieczne są dwie stacje śledzące. Tak więc dla oceny zestawów przeciwlotniczych strzelających do ruchomego celu, stosuje się minimum dwie stacje do śledzenia badanego obiektu (rakiety, pocisku lub serii pocisków) oraz dwie stacje do śledzenia celu (rys. 1). Funkcjonalny schemat systemu trajektograficznego złożonego z czterech stacji śledzących wraz z systemem przetwarzania danych w czasie rzeczywistym przedstawiono na rys. 2.



Rys. 1. Schemat pomiarowy do określania współrzędnych trajektorii lotu pocisku (P_p) i celu (P_c) dla systemu trajektograficznego typu 2D, gdzie: SS1, SS2 oznaczają stacje śledzące za pociskiem, a SS3 i SS4 stacje śledzące za celem

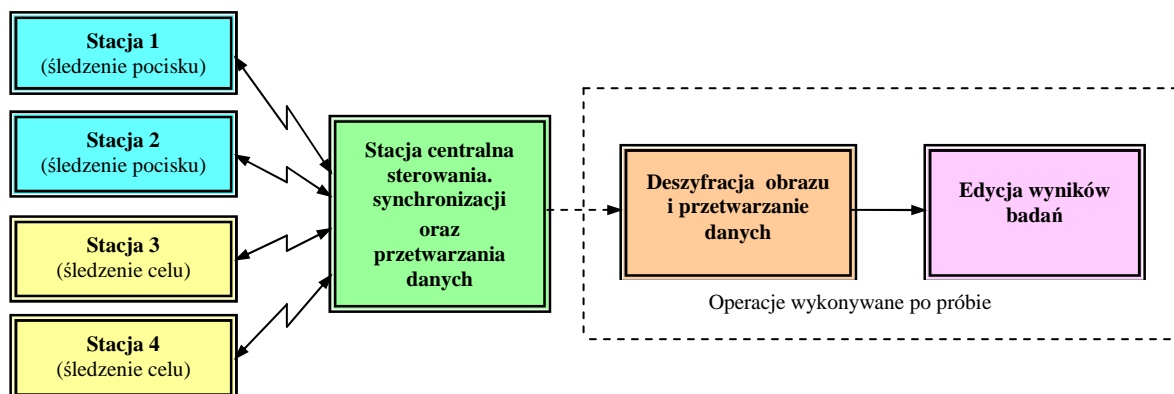
Po próbie zarejestrowane obrazy i dane ze stacji śledzących są poddawane obróbce przy pomocy stacji do digitalizacji filmów i deszyfracji obrazu wideo.

3. Matematyczne zależności stosowane w procesie obróbki wyników z badań zestawów przeciwlotniczych

W procesie deszyfracji otrzymujemy dla kolejnych klatek filmowych lub wideo ciąg danych zawierający następujące zasadnicze składniki:

- dane identyfikacyjne stacji śledzącej i próby;
- numer kolejny (czas) klatki filmowej lub wideo;
- kąt położenia osi optycznej stacji śledzącej w azymucie α_i ;
- kąt podniesienia osi optycznej stacji śledzącej λ_i ;

- poprawkę liniową na odchylenie obiektu od osi optycznej stacji śledzącej;
- położenie punktów wizowania;
- dane kalibracyjne.



Rys. 2. Schemat funkcjonalny systemu trajektograficznego typu 2D w konfiguracji do jednoczesnego określania parametrów lotu dwóch obiektów (podczas badań zestawów przeciwlotniczych)

Otrzymane dane są następnie poddawane matematycznej, komputerowej obróbce w celu otrzymania niezbędnych parametrów koniecznych do oceny badanego obiektu.

Na podstawie zarejestrowanych w czasie śledzenia obiektu wartości kątów α_i i λ_i i znanej lokalizacji stacji pomiarowych obliczane są z wykorzystaniem algorytmów triangulacyjnych w funkcji czasu współrzędne położenia pocisku $P_{Pi}(X_{pi}, Y_{pi}, Z_{pi})$ i współrzędne położenia celu $P_{Ci}(X_{ci}, Y_{ci}, Z_{ci})$.

Na bazie tych współrzędnych wyliczane są pozostałe parametry wymagane do przeprowadzenia analizy wyników z badań i dokonania oceny badanego pocisku.

Proces opracowywania wyników z badań podzielony jest na:

- fazę obróbki pierwotnej, podczas której obliczane są parametry trajektorii lotu celu i pocisku;
- fazę obróbki wtórnej, w której obliczane są parametry pocisku charakteryzujące proces jego naprowadzania na cel i wielkość jego uchybu od celu.

Stosowany układ współrzędnych

Wykonanie prawidłowej analizy procesu naprowadzania się badanego pocisku na cel wymaga przyjęcia dla procesu matematycznego przetwarzania danych odpowiedniego układu współrzędnych. Obliczenia i analizę parametrów wykonuje się w układzie współrzędnych prostokątnych. W tym przypadku są to:

- układ współrzędnych związanych z ziemią;
- układ współrzędnych pocisku;
- układ linii wizowania pocisku na cel.

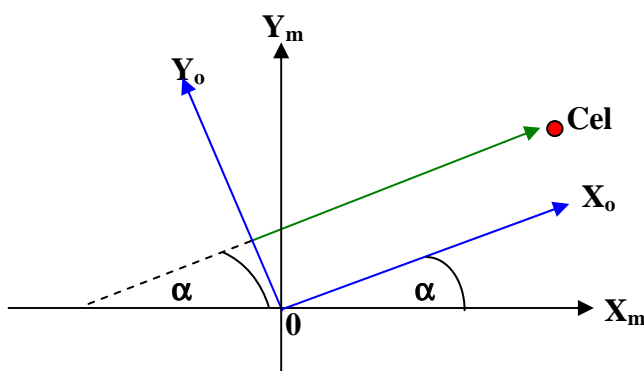
Układ współrzędnych związanych z ziemią (ziemski układ współrzędnych)

W ziemskim układzie współrzędnych $OX_zY_zZ_z$ przyjmuje się początek układu „O” w punkcie startowym pocisku (rakiety).

- Oś OX_z leży w płaszczyźnie poziomej i jej zwrot jest zgodny z zadaniem kierunkiem do opracowywania danych.
- Oś OY_z leży w płaszczyźnie poziomej i jest prostopadła do osi OX_z i wraz z nią stanowi prawoskrętny układ współrzędnych.
- Oś OZ_z jest prostopadła do osi OX_z i jej zwrot jest skierowany w górę.

W obliczeniach i zobrazowaniu wyników obliczeń przyjmuje się następujące układy współrzędnych związanych z ziemią:

- poligonowy układ współrzędnych. Kierunek osi \mathbf{OX}_m jest zgodny z kierunkiem wschodnim wyznaczonym na mapie (rys. 3). Ze względu na to, że wszystkie pomiary topogeodezyjne współrzędnych stanowisk stacji śledzących, stanowisk kalibracyjnych i stanowisk startowych zostały określone w układzie poligonowym (w układzie mapy), to w tym układzie wykonywane są podstawowe obliczenia współrzędnych pocisku i celu. Współrzędne te, są następnie wykorzystywane do obliczeń pozostałych parametrów trajektorii lotu i rakiety w innych układach współrzędnych;
- poligonowy obrócony układ współrzędnych. W tym układzie, współrzędne uzyskane w poligonowym układzie współrzędnych zostają obrócone w płaszczyźnie azymutalnej o kąt α (patrz rys. 3), gdzie: $\mathbf{OX}_m\mathbf{Y}_m$ poligonowy układ współrzędnych, a $\mathbf{OX}_o\mathbf{Y}_o$ – obrócony układ współrzędnych o kąt α . Oś \mathbf{OX}_o jest równoległa do rzutu toru lotu celu na płaszczyznę poziomą. Dla analizy obliczonych parametrów przyjmuje się, że dodatni zwrot osi \mathbf{OX}_m jest zgodny z kierunkiem lotu celu;



Rys. 3. Poligonowy układ współrzędnych $\mathbf{OX}_m\mathbf{Y}_m$ i obrócony o kąt α (według kursu celu) układ współrzędnych $\mathbf{OX}_o\mathbf{Y}_o$

Układ współrzędnych pocisku

W układzie współrzędnych pocisku $\mathbf{SX}_p\mathbf{Y}_p\mathbf{Z}_p$ przyjmuje się początek układu „S” w środku ciężkości badanego pocisku.

- oś \mathbf{SX}_p pokrywa się z wektorem prędkości pocisku \vec{V}_p ;
- oś \mathbf{SY}_p leży w płaszczyźnie poziomej i jest prostopadła do osi \mathbf{SX}_p i wraz z nią stanowi prawoskrętny układ współrzędnych;
- oś \mathbf{SZ}_p jest prostopadła do osi \mathbf{SX}_p i leży w płaszczyźnie pionowej. Kierunek dodatni osi jest w górę.

Położenie układu współrzędnych pocisku w stosunku do układu ziemskiego określa dwoma kątami:

- w płaszczyźnie poziomej kątem ω ;
- w płaszczyźnie pionowej kątem θ .

Układ współrzędnych linii wizowania

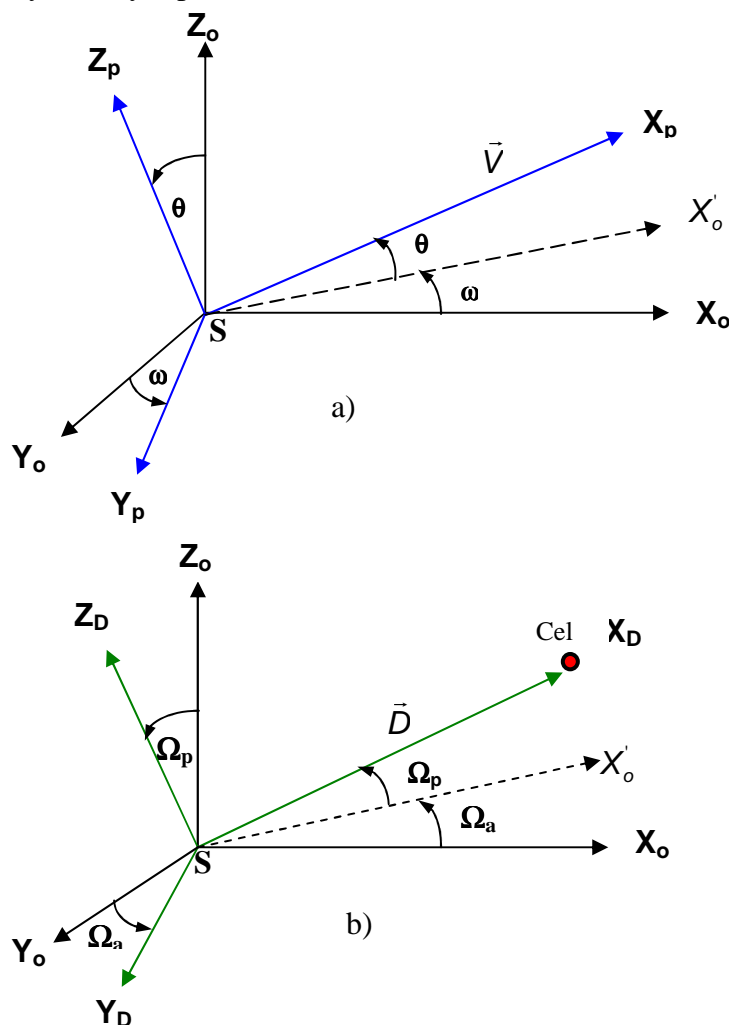
Pod pojęciem linii wizowania przyjmuje się odcinek prostej „pocisk-cel”. Wartość zerowa układu współrzędnych linii wizowania $\mathbf{SX}_D\mathbf{Y}_D\mathbf{Z}_D$ pokrywa się z osią obrotu koordynatora głowicy samonaprowadzającej rakiety. Przy małogabarytowych raketach można dla uproszczenia obliczeń przyjąć początek układu współrzędnych „S” w środku ciężkości pocisku.

- oś SX_D pokrywa się z wektorem odległości \bar{D} . Wektor \bar{D} w kierunku jest zgodny z linią wizowania pocisk - cel i jego wielkość jest równa ukośnej odległości pocisku od celu;
- oś SY_D leży w płaszczyźnie poziomej i jest prostopadła do osi SX_D i wraz z nią stanowi prawoskrętny układ współrzędnych;
- oś SZ_D jest prostopadła do osi SX_D i leży w płaszczyźnie pionowej. Kierunek dodatni osi jest w górę.

Układ współrzędnych linii wizowania przekształca się z ziemskiego, obróconego układu współrzędnych poprzez obrót jego:

- w płaszczyźnie poziomej (azymutalnej) o kąt Ω_a ;
- w płaszczyźnie pionowej o kąt Ω_p ;

Za dodatni kierunek obrotu układu współrzędnych pocisku i układu współrzędnych linii wizowania w stosunku do ziemskiego przyjmuje się obrót przeciwny do kierunku obrotu wskazówek zegara (patrz rys. 4b). Dla uproszczenia, na rys.4 początek wszystkich układów współrzędnych jest w tym samym punkcie.



Rys. 4. Wzajemne położenie układów współrzędnych rakiety (a) i linii wizowania (b)

Zakres parametrów obliczanych w ramach obróbki pierwotnej

W rezultacie obróbki matematycznej danych otrzymanych w procesie deszyfracji filmów ze stacji systemu trajektograficznego, określamy dla obu obiektów (pocisku i celu) w funkcji

czasu w obróconym poligonowym układzie współrzędnych (rys. 3), następujące parametry trajektorii ich lotu, wyrażone poniższymi zależnościami, gdzie:

- t^* - czas, w którym dokonano pomiaru przez stację śledzącą,
- t - czas wyliczany w procesie obróbki danych zależny od przyjętej dyskretności wyprowadzania danych,
- g - przyspieszenie ziemskie.

$\vec{P}_p(t^*), \vec{P}_c(t^*)$ - wektor położenia obiektów (pocisku i celu):

$$\vec{P}(t^*) = [x(t^*), y(t^*), z(t^*)];$$

$\bar{P}_p(t), \bar{P}_c(t)$ - wygładzony wektor położenia obiektów:

$$\bar{P}(t) = [\bar{x}(t), \bar{y}(t), \bar{z}(t)];$$

$D_p(t), D_c(t)$ - odległość obiektów od początku układu współrzędnych (odległość ukośna):

$$D(t) = |\vec{D}(t)|;$$

$\vec{V}_p(t), \vec{V}_c(t)$ - wektor prędkości obiektów:

$$\vec{V}(t) = [\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t)];$$

$V_p(t), V_c(t)$ - prędkość obiektów:

$$V(t) = |\vec{V}(t)|;$$

$\theta_p(t), \theta_c(t)$ - kąt wektora prędkości obiektów w płaszczyźnie pionowej (kąt pomiędzy płaszczyzną poziomą $\mathbf{X}_0\mathbf{OY}_0$, a wektorem prędkości $\vec{V}(t)$):

$$\theta(t) = \arctg\left(\frac{\dot{z}(t)}{\sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)}}\right);$$

$\omega_p(t), \omega_c(t)$ - kąt wektora prędkości obiektów w płaszczyźnie poziomej (kąt wektora prędkości w płaszczyźnie poziomej (kąt pomiędzy płaszczyzną pionową $\mathbf{X}_0\mathbf{OZ}_0$, a rzutem wektora prędkości $\vec{V}(t)$ na płaszczyznę poziomą $\mathbf{X}_0\mathbf{OY}_0$):

$$\omega(t) = \arctg\left[\frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}\right];$$

$\vec{A}_p(t), \vec{A}_c(t)$ - wektor przyspieszenia obiektów:

$$\vec{A}(t) = [\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t)];$$

$A_p(t), A_c(t)$ - przyspieszenie obiektów:

$$A(t) = |\vec{A}(t)|;$$

$y_p(x), y_c(x)$ - rzut toru lotu obiektów na płaszczyznę poziomą dla wszystkich wartości t ;

$$y = f[x(t)];$$

$z_p(x), z_c(x)$ - rzut toru lotu obiektów na płaszczyznę pionową dla wszystkich wartości t ;

$$z(x) = f[x(t)].$$

Zakres parametrów obliczanych w procesie obróbki wtórnej

Do oceny poprawności naprowadzania pocisku na cel lub ustalenia możliwych przyczyn zerwania procesu naprowadzania, a także określenia warunków startu pocisku i jego spotkania z celem, wykonywana jest wtórna obróbka matematyczna. Wykonywana jest ona na bazie parametrów trajektorii lotu pocisku i celu uzyskanych w procesie obróbki pierwotnej. Obliczane w procesie obróbki wtórnej parametry opisują proces działania (naprowadzania) pocisku w poszczególnych fazach lotu do celu.

Obliczane są i analizowane następujące parametry:

$\vec{d}(t)$ - wektor linii wizowania pocisku:

$$\vec{d}(t) = \left[\underbrace{x_p(t) - x_c(t)}_{d_x(t)}, \underbrace{y_p(t) - y_c(t)}_{d_y(t)}, \underbrace{z_p(t) - z_c(t)}_{d_z(t)} \right],$$

gdzie różnice współrzędnych: $d_x(t)$, $d_y(t)$, $d_z(t)$ obliczane są w obróconym układzie współrzędnych poligonowych.

$d(t)$ - odległość pocisku od celu:

$$d(t) = |\vec{d}(t)|$$

$\alpha(t)$ - kąt pomiędzy wektorem prędkości pocisku i celu:

$$\alpha(t) = \angle[\vec{V}_p(t), \vec{V}_c(t)]$$

$\beta(t)$ - kąt pomiędzy wektorem odległości a wektorem prędkości celu:

$$\beta(t) = \angle[\vec{d}(t), \vec{V}_c(t)]$$

$\gamma(t)$ - kąt pomiędzy wektorem prędkości pocisku i linią wizowania:

$$\gamma(t) = \angle[\vec{V}_p(t), -\vec{d}(t)]$$

$\Delta V(t)$ - względna prędkość zbliżania obiektów:

$$\Delta V(t) = |\Delta \vec{V}(t)|$$

$\Delta \vec{V}(t)$ - przetransponowany wektor względnej prędkości zbliżania do układu współrzędnych linii wizowania (osią x jest linia wizowania wyznaczona przez wektor: $-\vec{d}(t)$):

$$\Delta \vec{V}(t) = \left[\underbrace{\dot{x}_p(t) - \dot{x}_c(t)}_{\Delta V_x(t)}, \underbrace{\dot{y}_p(t) - \dot{y}_c(t)}_{\Delta V_y(t)}, \underbrace{\dot{z}_p(t) - \dot{z}_c(t)}_{\Delta V_z(t)} \right]$$

$\Omega_p(t)$ - kąt linii wizowania w płaszczyźnie pionowej

$$\Omega_p(t) = \arctg \left[\frac{-d_z(t)}{\sqrt{d_x^2(t) + d_y^2(t)}} \right];$$

$\Omega_a(t)$ - kąt linii wizowania w płaszczyźnie poziomej (azymutalnej):

$$\Omega_a(t) = \arctg \left[\frac{d_y(t)}{d_x(t)} \right];$$

Kąty linii wizowania określają wielkość kątów obrotu układu współrzędnych linii wizowania w stosunku do obróconego układu współrzędnych poligonowych.

$\dot{\Omega}_p(t)$ - składowa pionowa prędkości kątowej linii wizowania:

$$\dot{\Omega}_p(t) = -\frac{\Delta V_z(t)}{d(t)}$$

$\dot{\Omega}_\alpha(t)$ - składowa pozioma prędkości kątowej linii wizowania:

$$\dot{\Omega}_\alpha(t) = \frac{\Delta V_y(t)}{d(t)};$$

$\dot{\Omega}_{ap}(t)$ - wypadkowa prędkość kątowa linii wizowania:

$$\dot{\Omega}_{ap}(t) = \sqrt{\dot{\Omega}_\alpha^2(t) + \dot{\Omega}_p^2(t)};$$

Kątowe prędkości linii wizowania i jej składowe obliczane są w układzie współrzędnych linii wizowania.

$h_y(t)$ - odchylenie pocisku od celu w płaszczyźnie poziomej:

$$h_y(t) = \frac{\Delta V_y(t) \cdot d(t)}{\Delta V(t)};$$

$h_z(t)$ - odchylenie pocisku od celu w płaszczyźnie pionowej:

$$h_z(t) = \frac{\Delta V_z(t) \cdot d(t)}{\Delta V(t)}$$

$h(t)$ - odchylenie w płaszczyźnie prostopadłej do linii wizowania:

$$h(t) = \sqrt{h_y^2(t) + h_z^2(t)}$$

Odchylenia pocisku od celu liczone są w układzie współrzędnych linii wizowania.

$n_z(t)$ - pionowe poprzeczne przeciążenie obiektów:

$$n_z(t) = \frac{\ddot{z}(t)[\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)] - \dot{z}(t)[\dot{x}(t) \cdot \ddot{x}(t) + \dot{y}(t) \cdot \ddot{y}(t)]}{g \cdot V^2(t) \cdot \cos \theta(t)} + \cos \theta(t) = \frac{V(t) \cdot \dot{\theta}(t)}{g} + \cos \theta(t);$$

$n_y(t)$ - poziome poprzeczne przeciążenie obiektu:

$$n_y(t) = \frac{\dot{y}(t)\ddot{x}(t) - \dot{y}(t)\dot{x}(t)}{g \cdot V(t) \cdot \cos \theta(t)} = \frac{-V(t) \cdot \dot{\omega}(t)}{g} \cos \theta(t);$$

$n_{zy}(t)$ - wypadkowe poprzeczne przeciążenie obiektu:

$$n_{zy}(t) = \sqrt{n_y^2(t) + n_z^2(t)};$$

$n_x(t)$ - przeciążenie wzdłużne obiektu:

$$n_x(t) = \frac{\ddot{x}(t)\dot{x}(t) + \ddot{y}(t)\dot{y}(t) + \ddot{z}(t)\dot{z}(t)}{g \cdot V(t)} + \sin \theta(t);$$

Przeciążenia działające na pocisk w locie obliczane są w układzie współrzędnych pocisku (oś X jest zgodna z kierunkiem wektora prędkości pocisku).

W procesie obróbki wtórnej obliczany jest również uchyb pocisku od celu d_{\min} . W zależności od wymagań na ocenę uchybu zależną od typu badanego pocisku, uchyb d_{\min} obliczany jest w różnych układach współrzędnych. To znaczy:

- w układzie współrzędnych celu (oś \mathbf{OX} jest zgodna z kierunkiem wektora prędkości celu $\vec{V}_c(t)$, (początek układu jest w charakterystycznym punkcie celu);
- w układzie współrzędnych pocisku (oś \mathbf{OX} jest zgodna z wektorem prędkości pocisku $\vec{V}_p(t)$);

- w układzie współrzędnych linii wizowania pocisk na cel (oś \mathbf{OX} jest zgodna z wektorem linii wizowania pocisku na cel $\vec{d}(t)$);
- w płaszczyźnie prostopadłej do wektora prędkości rakiety w momencie przebiecia tej płaszczyzny przez raketę (oś \mathbf{OX} jest zgodna z wektorem prędkości rakiety $\vec{V}_p(t)$);
- w płaszczyźnie prostopadłej do wektora prędkości względnej rakiety i celu $\Delta\vec{V}(t)$ w momencie przebiecia tej płaszczyzny przez raketę (oś \mathbf{OX} jest zgodna z wektorem prędkości względnej rakiety).

Uchyb d_{\min} w układzie współrzędnych celu jest to minimalna odległość między charakterystycznym punktem pocisku (np. dziobem lub głowicą bojową) i charakterystycznym punktem celu (np. w wypadku gdy celem jest pocisk ze smugaczem, może nim być środek obrazu smugacza) w momencie trafienia w cel lub jego minięcia.

$$d_{\min} = \sqrt{\Delta x_{d_{\min}}^2 + \Delta y_{d_{\min}}^2 + \Delta z_{d_{\min}}^2},$$

gdzie wartości: $\Delta x_{d_{\min}} = x_p - x_c$,

$$\Delta y_{d_{\min}} = y_p - y_c,$$

$$\Delta z_{d_{\min}} = z_p - z_c,$$

są składowymi uchybu dla d_{\min} .

4. Podsumowanie

Przedstawione powyżej zależności matematyczne są podstawą do sporządzenia algorytmów obliczeniowych dla komputerowego przetwarzania danych otrzymanych z systemu trajektograficznego. W wyniku przetwarzania otrzymujemy zbiór parametrów w formie graficznej i tabularycznej, który służy do dokładnej analizy procesu startu i naprowadzania pocisku na celu, a następnie do końcowej oceny zestawu przeciwlotniczego.

Artykuł nie wyczerpuje wszystkich zależności matematycznych stosowanych w procesie przetwarzania danych. Są one znacznie bardziej złożone niż przedstawione wyżej zależności podstawowe. Większość z przedstawionych w pktcie 3 zależności matematycznych jest również wykorzystywana w procesie oceny parametrów lotu pojedynczych obiektów (pocisków balistycznych, samolotów, bomb lotniczych i innych obiektów latających techniki wojskowej i cywilnej).

Literatura

- [1] Ejsmund J., Leśniczak J.: „Metodyka opracowywania wyników z badań dynamicznych”, WITU, 2001 r.
- [2] Leśniczak J.: „Ocena działania zestawów przeciwlotniczych przy pomocy optycznych i optoelektronicznych systemów trajektograficznych” – Materiały z V Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej „CRASS 2003”.
- [3] Leśniczak J.: „Systemy trajektograficzne jako narzędzie oceny parametrów lotu obiektów latających techniki wojskowej i cywilnej”, Problemy Techniki Uzbrojenia, Nr 4, 2006 r.
- [4] Leśniczak J., Zasada G.: „Ocena dokładności strzelania zestawu przeciwlotniczego wyposażonego w system kierowania ogniem przy pomocy mobilnego optoelektronicznego zestawu trajektograficznego” Problemy Techniki Uzbrojenia, 2007 r.