dr inż. Leszek STĘPIEŃ
Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia

MODEL BADAŃ I OCENY JAKOŚCI URZĄDZEŃ WYCZEKUJĄCYCH W STANIE GOTOWOŚCI

Streszczenie: Istnieje liczna grupa urządzeń technicznych produkowanych w sposób zmasowany partiami lub wielkimi seriami, których celem jest wieloletnie dyżurowanie lub wyczekiwanie w stanie gotowości i sprawności technicznej do wykonania zadania. Proces eksploatacji tych urządzeń przebiega z małą intensywnością, dominuje w nim długoletnie przechowywanie oraz obsługiwanie w postaci konserwacji, napraw i diagnozowania stanu technicznego. Do urządzeń tych należą m. in. zasoby amunicji, rakiet oraz inne środki bojowe. Potrzebne są metody badań i oceny oraz prognozy stanu technicznego dla tej specyficznej grupy urządzeń. Urządzenia podlegające diagnozowaniu stanowią pewien zbiór skończony, który jest jednorodny ze względu na zdolność do wykonania określonego zadania. Zbiór ten podzielono na rozłączne podzbiory, które nazywamy partiami. Zadanie diagnozowania polega na określeniu stanu zdatności, która jest funkcją wykonania zadania przez poszczególne elementy funkcjonalne wchodzące w skład urządzenia. Sprawdzenie stanu jakościowego przeprowadza się metodami opartymi na statystycznej kontroli jakości. Na podstawie warunków i wymagań technicznych określa się: zbiór badanych właściwości, przestrzeń wyników sprawdzeń oraz obszar krytyczny dla wyników sprawdzeń dla elementów funkcjonalnych urządzenia. W dalszej kolejności dokonano opisu matematycznego stanu elementu funkcjonalnego, sposobu konstrukcji planu badania i podejmowania decyzji diagnostycznych, określenia wadliwości dopuszczalnych i niedopuszczalnych, ponadto przykłady obrazujące aplikacyjną wartość modelu badań i oceny jakości.

1. Wstęp

Istnieje duża grupa urządzeń produkowanych w sposób zmasowany, partiami lub wielkimi seriami, których zadaniem jest wieloletnie dyżurowanie lub wyczekiwanie w stanie gotowości i sprawności technicznej. Proces eksploatacji tych urządzeń przebiega z małą intensywnością, dominuje w nim długoletnie przechowywanie oraz obsługiwanie w postaci konserwacji, napraw i diagnozowania stanu technicznego.

Do urządzeń tych należą m. in. zasoby amunicji, rakiety, rakiet i ich elementów oraz inne środki bojowe. Proces użytkowania ich jest krótkotrwały i sprowadza się do użycia zgodnie z przeznaczeniem, głównie poprzez wystrzelenie. Potrzebne są metody badań i oceny jakości oraz prognozowania jakości dla tej grupy urządzeń.

2. Opis jednorodnych zbiorów badań

Urządzenia podlegające diagnozowaniu, oznaczamy symbolem a, stanowią one pewien zbiór skończony $\overline{A}$. Przyjmuje się, że zbiór $\overline{A}$ jest jednorodny z punktu widzenia zdolności do wykonania określonego zadania. Zbiór ten jest podzielony w sposób naturalny na rozłączne podzbiory $A \in \bar{A}$, które w dalszym ciągu będziemy nazywali partiami urządzeń. Zakłada się natomiast, że zbiór A jest jednorodny z punktu widzenia właściwości jednoznacznie określających ten zbiór. Oznacza to, że każdy element a jest jednoznacznie przyporządkowany do jednego ze zbiorów A.

Każde urządzenie składa się z określonej liczby q różnych zespołów. Zakłada się, że zespoły te nie podlegają naprawie ani w części ani w całości, a mogą być wymieniane jedynie jako całość. Z tego względu zespoły te traktuje się jako elementy urządzenia, które będziemy nazywali elementami funkcjonalnymi urządzenia.

Niech E będzie zbiorem wszystkich elementów funkcjonalnych wchodzących w skład zbioru urządzeń Ā. Zbiór E jest zbiorem skończonym ze względu na skończoność zbioru $\overline{A}$ oraz skończoną i stałą liczbę q elementów funkcjonalnych wchodzących w skład każdego urządzenia. Niech dalej E_i oznacza zbiór elementów funkcjonalnych e_i i – tego rodzaju (i = 1, 2 ,…, q), ($e_i \in E_i$, $E_i \subset E$).

Każdy ze zbiorów E_i podzielony jest w sposób naturalny na rozłączne podzbiory $P_i^{(k)}$, które noszą nazwę partii elementów funkcjonalnych i – tego rodzaju numerze k ($\bigcup_k P_i^{(k)} = E_i$).

Zadanie diagnozowania (i tym samym oceny stanu technicznego) polega na określeniu (oszacowaniu) aktualnego stanu zdatności do wykonania zadania przez urządzenie. Zdatność ta jest funkcją zdatności do wykonania zadania przez poszczególne elementy funkcjonalne wchodzące w skład urządzenia.

3. Określenie zbioru badanych właściwości cech elementów funkcjonalnych oraz przestrzeni wyników sprawdzeń

Sprawdzenie stanu jakościowego elementów funkcjonalnych przeprowadza się metodami opartymi na statystycznej kontroli jakości. Na podstawie warunków i wymagań technicznych określa się:

– zbiór x_i badanych właściwości (cech) $x_i \in X_i$ elementów funkcjonalnych e_i, i–tego rodzaju,
– przestrzeń $B(x_i)$ wyników sprawdzeń (badań) cechy x_i elementów i–tego rodzaju,
– obszar krytyczny $C(x_i)$ wyników sprawdzeń elementu funkcjonalnego i–tego rodzaju ze względu na cechę x_i [$C(x_i) \subset B(x_i)$].

Ze względu na to, że $x_i \in X_i$ elementu funkcjonalnego mają różny i niejednakowy wpływ na poprawne, niezawodne i bezpieczne działanie urządzenia, zbiór X_i dzieli się na M rozłącznych podziałów (grup) X_i^m (m = 1, 2, …, M). W skład m–tej grupy (podzbioru) X_i^m wchodzą cechy x_i o podobnym lub zbliżonym wpływie na działanie elementu urządzenia. Podzbiory X_i^m są uporządkowane w ten sposób, że cechy wchodzące do podzbioru o numerze m są ważniejsze z punktu widzenia ich wpływu na działanie elementu niż cechy zaliczone do podzbioru o numerze k, jeżeli k < m. Zazwyczaj do pierwszej grupy zalicza się te cechy, które nie mają istotnego wpływu na działanie elementu, ale mogą świadczyć o pogorszeniu się jego stanu jakościowego. Do osobnej M–tej grupy, zalicza się te cechy, które mają wpływ na niezawodność działania i bezpieczeństwo w eksploatacji urządzenia.

4. Opis matematyczny stanu elementu funkcjonalnego

Przyjmuje się zasadę, że sprawdzenie i ocenę stanu jakościowego elementów funkcjonalnych i–tego rodzaju przeprowadza się oddzielnie dla każdej partii tych elementów. W tym celu z każdej partii $P_i^{(k)}$ pobiera się w sposób losowy próbkę elementów $E_i^{(k)}$ o ustalonej liczności n. Niech $e_{ij}^{(k)}$ oznacza j–ty (j = 1, 2, …, n) element funkcjonalny i–tego rodzaju należący do próbki pobranej z k–tej partii ($e_{ij}^{(k)} \in p_i^{(k)}$).

Każdy element $e_{ij}^{(k)}$ poddaje się badaniom cechy x_i należące do zbioru X_i. Niech $y_j(x_i)$ będzie oceną j–tego elementu w próbce ze względu na cechę x_i:

$$y_j(x_i) = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow y_j(x_i) \in C(x_i) \\ 0 \Leftrightarrow y_j(x_i) \notin C(x_i). \end{cases} \tag{1}$$

Niech dalej

$$u_m(e_{ij}) = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \exists \quad x_i \in X_i^{(m)}: \qquad y_j(x_i) = 1 \\ 0 \Leftrightarrow \forall \quad x_i \in X_i^{(m)}: \qquad y_j(x_i) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

będzie oceną j–tego elementu funkcjonalnego w próbce p_i ze względu na cechy należące do m–tej grupy cech.

Jeżeli dla danego elementu funkcjonalnego zachodzi $y_i(x_i) = 1$ mówimy, że występuje wada (niezgodność) ze względu na cechę x_i. Jeżeli natomiast dla danego elementu zachodzi $u_m(e_{ij}) = 1$ mówimy, że element jest wadliwy ze względu na m–tą grupę cech. Element zatem uznaje się za wadliwy ze względu na m–tą grupę cech, jeżeli występuje przynajmniej jedna wada w tej grupie.

Jako ocenę j–tego elementu funkcjonalnego w próbce p_i ze względu na wszystkie badane cechy $x_i \in X_i$ przyjmuje się M + 1 elementowy wektor zerojedynkowy,

$$U(e_{ij}) = \{u(e_{ij}); u_1(e_{ij}), \ldots, u_m(e_{ij})\} \tag{3}$$

w którym

$$u(e_{ij}) = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \exists_m: \qquad u_m(e_{ij}) = 1 \\ 0 \Leftrightarrow \forall_m: \qquad u_m(e_{ij}) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Jeżeli zachodzi $u(e_{ij}) = 1$ mówimy, że dany element jest wadliwy. Element zatem uznawany jest za wadliwy, jeżeli jest on wadliwy przynajmniej ze względu na jedną grupę wad (niezgodności). Jako wynik badania próbki losowej p_i. elementów funkcjonalnych i i – tego rodzaju przyjmuje się wektor M + 1 składowych,

$$R(p_i) = \{r_0(p_i); r_1(p_i), \ldots, r_m(p_i), \ldots, r_M(p_i)\} \tag{5}$$

w którym:

$$r_0(p_i) = \sum_j u(e_{ij}), \tag{6}$$

$$r_m(p_i) = \sum_j u_m(e_{ij}). \tag{7}$$

Wektor (5) podaje liczbę wadliwych elementów w próbce oraz liczby elementów w próbce wadliwych ze względu na poszczególne grupy wad. Między składowymi wektora $R(p_i)$ zachodzi relacja:

$$\max[r_1(p_i); \ldots; v_m(p_i)] \leq \min[\Sigma r_m(p_i); n]. \tag{8}$$

W celu pełniejszego opisu stanu jakościowego próbki elementów funkcjonalnych do wektora można wprowadzić dodatkowo składowe. Składowymi tymi są wielkości $z_m(p_i)$ wyrażające liczby wad w próbce ze względu na poszczególne grupy cech, określone jako:

$$z_m(p_i) = \sum_j \left[\sum_{(m)} y_j(x_i) \right]. \tag{9}$$

$$x_i \in X_i$$

W tym przypadku wektor 5 przyjmuje postać rozszerzoną:

$$R'(p_i)= \{r_0(p_i);r_1(p_i),z_i(p_i), \ldots,r_m(p_i)z_m(p_i), \ldots, r_M(p_i)z_M(p_i)\}. \tag{10}$$

Dla danej próbki elementów funkcjonalnych wektor (5) lub (10) jest realizacją wyników badań tej próbki. Stanowi on podstawę oceny stanu jakościowego partii elementów, z których pobrano próbkę, a także podstawę do podjęcia decyzji o dalszej zdatności do wykonania zadania przez elementy tej partii.

Niech zdarzeniem elementarnym będzie wynik badania elementu funkcjonalnego ze względu na m-tą grupę cech. Na zbiorze tych zdarzeń elementarnych tworzymy zgodnie z (2) zmienne losowe zerojedynkowe. Zmienne te mają rozkład dwupunktowy i przyjmują swe wartości z prawdopodobieństwami

$$\bar{P}\{u_m(e_{ij})=1\}=w_m$$
i
$$\overline{P}\{u_m(e_{ij})=0\}=1-w_m\,. \tag{11}$$

Zgodnie z terminologią statystycznej kontroli jakości prawdopodobieństwo w_m zdarzenia $u_m(e_{ij})$ jest rzeczywistą wadliwością badanej partii elementów ze względu na m – tą grupę cech.

Grupy cech są uporządkowane według ważności. Korzystając z tego uporządkowania wprowadzamy pojęcie stopnia wadliwości elementu e_{ij}. Będziemy mówili ogólnie, że spośród dwóch elementów wyższy stopień wadliwości ma ten w którym występuje wada (lub wady) w grupach cech o większej ważności. Niech ρ będzie miarą stopnia wadliwości elementu. Miarę tę określamy wzorem:

$$\rho=\sum_{m=1}^{M} 1_m \cdot 2^{m-1} \tag{12}$$

w którym 1_m jest identyfikatorem zdefiniowanym następująco:

$$1_m = 1_m(e_{ij}) = \begin{cases} 0 \Leftrightarrow u_m(e_{ij})=0 \\ 1 \Leftrightarrow u_m(e_{ij})=1. \end{cases} \tag{13}$$

Miara ρ przyjmuje wartość liczb całkowitych od 0 do 2^M – 1. Zatem stopień wadliwości elementu jest tym większy, im większą wartość przyjmuje jego miara ρ.

Określamy teraz nową zmienną losową zgodnie z (4). Wartość jej zapisujemy w postaci wektora (3). Zmienna ta ma wielowymiarowy (M – wymiarowy) rozkład punktowy. Przyjmuje ona wartość zero jeżeli wszystkie zamienne $u_m(e_{ij})$ przyjmują wartość zero, a więc wówczas, gdy w wektorze (3) wszystkie składowe są równe zeru. Natomiast wartość jeden przyjmuje w tych wszystkich przypadkach, w których przynajmniej jedna ze zmiennych $u_m(e_{ij})$ przyjmuje wartość jeden. Łatwo sprawdzić, że liczba takich możliwych przypadków jest równa L = 2^M – 1. Zauważymy, że dana wartość miary ρ stopnia wadliwości odpowiada jednej realizacji wektora (3). Oznaczmy przez $\overline{p_\rho}$ prawdopodobieństwo, że zmienna losowa opisana wektorem (3) przyjmuje realizację dla, której miara stopnia wadliwości wynosi ρ. Uwzględniając (11) i (13) prawdopodobieństwo $\overline{p_\rho}$ można zapisać w postaci

$$\overline{p}_\rho = \prod_{m-1}^{M} I_m(w)\,, \tag{14}$$

gdzie funkcja

$$I_m = \begin{cases} 1 - w_m \Leftrightarrow 1_m = 0 \\ w_m \Leftrightarrow 1_m = 1 \end{cases} . \qquad (15)$$

Jest to więc prawdopodobieństwo wylosowania elementu o stopniu wadliwości … jeżeli wadliwości ze względu na poszczególne grupy cech wynoszą odpowiednio w_m(m = 1, 2, …, M). Przyjmując powyższe oznaczenia rozkład zmiennej u(e_{ij}) określanej przez (4) można zapisać:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{P} \quad \{u(_{ij}) = 0\} = \overline{p_0} \quad = 1 - w \\ \overline{P} \quad \{u(e_{ij}) = 1\} = \sum_{\rho=1}^{L} \overline{p_\rho} = w \end{array} \right\} . \qquad (16)$$

Wielkość występująca w (16) oznacza wadliwość ogólną badanej partii elementów. Na cele praktyczno – obliczeniowe rozkład zmiennej u(e_{ij}) wygodnie jest zapisać w postaci tabeli zawierającej wszystkie możliwe realizacje wektora (3), odpowiadające im wartości miary ρ i prawdopodobieństwo $\overline{p_\rho}$ (p. przykład 1).

Utwórzmy teraz macierz U(p_i) będącą realizacją badania próbki losowej p_i składającej się z n elementów z danej partii. Kolejne wiersze tej macierzy odpowiadający wynikom kolejnych elementów w próbce, są one zatem kolejnymi realizacjami wektora losowego (3). Macierz U(p_i) ma więc postać:

$$U(p_i) = \left\{ \begin{array}{l} u(e_{i1});\ u_1(e_{i1})\ ,...,\ u_m(e_{i1})\ ,...,\ u_M(e_{i1}) \\ u(e_{i2});\ u_1(e_{i2})\ ,...,\ u_m(e_{i2})\ ,...,\ u_M(e_{i2}) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ u(e_{ij});\ u_1(e_{ij})\ ,...,\ u_m(e_{ij})\ ,...,\ u_M(e_{ij}) \\ u(e_{in});\ u_1(e_{in})\ ,...,\ u_m(e_{in})\ ,...,\ u_M(e_{in}) \end{array} \right\} . \qquad (17)$$

Jest to macierz zerojedynkowa o wymiarze n x (M+1).

Każdemu wierszowi o numerze j(1, 2, … , n) przyporządkowana jest, zgodnie z (12), miara stopnia wadliwości ρ_j. Niech n_ρ będzie liczbą tych wierszy macierzy (17) dla których $\rho_i = \rho$. Niech dalej N(p_i) oznacza wektor wartości n_ρ dla danej macierzy (17), a więc:

$$N(p_i) = \{n_0, n_1 ,…, n_\rho ,…, n_L\} . \qquad (18)$$

Danej macierzy (17) odpowiada jeden i tylko jeden wektor (18). Z drugiej strony dany wektor (18) opisuje wszystkie macierze, których wiersze są kombinacjami macierzy (17). Ponieważ z punktu widzenia wyniku badania próbki nie jest istotna kolejność badania jej elementów, a tym samym kolejność występowania macierzy (17), wektor (18) jednoznacznie opisuje wyniki badania próbki.
Niech teraz

$$\overline{N}(p_i) = \{N_0, N_1\ ,...,\ N_\rho\ ,...,\ N_L\} \qquad (19)$$

będzie wektorem losowym, którego realizacjami są wektory N(p_i). Rozkład wektora losowego $\overline{N}(p_i)$ jest rozkładem wielomianowym o prawdopodobieństwach danych wzorem:

$$\overline{P}\{N(p_i)\} = \overline{P}(\overline{N}(p_i) = N(p_i)\} = \overline{P}\{N_0 = n_0,\ N_1 = n_1$$
$$N_\rho = n_\rho ,..., N_L = n_L\} = \frac{n!}{\prod_{\rho=0}^{L} n_\rho !} \bullet \prod_{\rho=0}^{L} \overline{p_\rho}^{\,n_\rho} \qquad (20)$$

gdzie prawdopodobieństwo p_ρ określone jest wzorem (14).

Jako realizację wyniku badania próbki elementów i – tego rodzaju przyjmuje się wektor (5), którego składowymi są sumy kolumn macierzy (17). Wektor (5) jest zatem realizacją wektora losowego

$$\overline{R}(p_i) = \{R_0(p_i); R_1(p_i), ..., R_m(p_i), ..., R_M(p_i)\} \tag{21}$$

Należy zauważyć, że daną realizację (s) wektora losowego (21) otrzymuje się dla jednej lub więcej macierzy (17) (patrz przykład 2). Wynika stąd, że:

$$\overline{P}\{R(p_i)\} = \overline{P}\{\overline{R}(p_i) = R(p_i)\} = \overline{P}\{R_0 = r_0; R_1 = r_1, ..., R_m = r_m, ..., R_M = r_M\} \geq \overline{P}\{\overline{N}(p_i) = N(p_i)\}$$

łatwo sprawdzić, że:

$$\prod_{\rho=0}^{L} \overline{P}_{\rho}^{n_\rho} = \prod_{m-1}^{M} w_m^{r_m}(1-w_m)^{n-r_m} \tag{22}$$

przy czym równość ta zachodzi dla każdego takiego wektora (18), która pociąga za sobą dany wektor (5).

Oznaczmy przez S zbiór wektorów N(p_i), zatem:

$$S = N(p_i);\ N(p_i) \Rightarrow R(p_i) \tag{23}$$

Korzystając ze wzoru (20), równości (22) i określenia (23) możemy napisać:

$$\overline{P}\{R'(p_i)\} = \left\{ \sum_{s} \frac{n!}{\prod_{\rho=1}^{L} n_\rho!} \right\} \prod_{m=1}^{M} w_m^{r_m}(1-w_m)^{n-r_m} \tag{24}$$

Prawdopodobieństwo $\overline{P}\{R(p_i)\}$ można zapisać również w innej postaci, bardziej przydatnej do celów obliczeniowych. Wyprowadzenie tej postaci podał A. Zieliński w [8].

Niech $A_r(r_0; r_1, ..., r_M)$ oznacza liczbę macierzy postaci (17) o wymiarach r x (M+1) mających właściwość (4) takich, że

$$\sum_{j=1}^{r} e_{ij} = r_0; \qquad \text{oraz} \qquad \sum_{j=1}^{r} u_m(e_{ij}) = r_m \qquad \text{dla} \qquad m = 1, 2, ..., M$$

Niech dalej k = max(r_1, r_2 ,…, r_m), wówczas:

$$A_r(k; r_1, ..., r_m) = \binom{r}{k}\binom{k}{r_1}\binom{k}{r_2} \bullet\bullet\bullet \binom{k}{r_m};$$

$$A_r(k+1; r_1, ..., r_M) = \binom{r}{k+1}\left[\prod_{m=1}^{M}\binom{k+1}{r_m} - A_{k+1}(k; r_1, ..., r_M)\right]; \tag{25}$$

$$A_r(k+2; r_1, ..., r_M) = \binom{r}{k+2}\left[\prod_{m=1}^{M}\binom{k+2}{r_m} - A_{k+2}(k+1; r_1, ..., r_M) - A_{k+2}(k; r_1, ..., r_M)\right];$$

itd.

Korzystając z (23) mamy:

$$\overline{P}\{\ (\overline{R}(p_i) = R(p_i)\ \} = A_n(r_0; r_1, ..., r_M)\prod_{m=1}^{M} w_m^{r_m}(1-w_m)^{n-r_m}. \tag{26}$$

Tak więc wielkość $A_n(r_0; r_1,…,r_M)$ występująca w (26) oznacza liczbę macierzy U(p_i) takich, dla których otrzymuje się daną realizację R(p_i) wektora $\overline{R}$ (p_i), zatem:

$$A_n(r_0; r_1, ..., r_M) = U(p_i); \qquad U(p_i) \Rightarrow R(p_i),$$

Zatem wzory (24) i (26) określają prawdopodobieństwo rozkładu wektora losowego $\overline{R}(p_i)$ będącego wynikiem badania próbki losowej elementów i – tego rodzaju. Sposoby obliczeń przy korzystaniu z tych wzorów podaje przykład 2.

5. Podejmowanie decyzji prognostycznych, określenie wadliwości dopuszczalnych i niedopuszczalnych oraz określenie planu badania

Przy danej liczności próbki zbiór D wszystkich możliwych realizacji $R(p_i)$ wektora losowego $\overline{R}(p_i)$ jest punktem w przestrzeni D o współrzędnych $r_m(m = 1 ,\ldots, M)$ będącym składowymi tego wektora.
Niech:

d_k będzie k – tą (1, 2 ,…, K_i) decyzją o stanie jakościowym partii;

$d^{(i)}$ – zbiorem możliwych decyzji partii elementów i – tego rodzaju.

Przyjmijmy, że zbiór $d^{(i)}$ jest zbiorem uporządkowanym w następujący sposób:

$d_k > d_j$ (decyzja d_k jest lepsza od decyzji d_j) jeżeli $k < j$.

K_i jest liczbą możliwych decyzji w zbiorze $d^{(i)}$.
Decyzja o postaci, dla której w wyniku badania próbki otrzymano wektor realizacji $R(p_i)$ jest funkcją tej realizacji i zależy od jej położenia w przestrzeni D. Zatem poszczególnym decyzjom d_k o stanie partii muszą odpowiadać podprzestrzenne decyzje $D_k \subset D$. Podprzestrzeń D_k odpowiadająca jednoznacznie decyzji d_k będziemy nazywali obszarem tej decyzji.

Przy podejmowaniu decyzji o stanie partii przyjmujemy następujący sposób postępowania: decyzję d_k podejmujemy wtedy i tylko wtedy kiedy punkt przestrzeni D określony przez wektor $R(p_i)$ należny do obszaru D_k, zatem:

$$d_k \Leftrightarrow R(p_i) \in D_k . \qquad (27)$$

Konstrukcja planu badania i podejmowania decyzji polega więc na wyznaczeniu obszaru D_k. Wybór obszarów D_k zależy od wymagań jakościowych stawianych partii badanych elementów. Wymagania te odnoszą się do wadliwości w_m (m = 1, 2 ,…, M) ze względu na poszczególne grupy cech oraz wadliwości ogólnej w, która jest równa por. (16).

$$w = 1 - \prod_{m=1}^{M} (1 - w_m) \qquad (28)$$

Łatwo zauważyć:

$$w \geq \max(w_1, w_2 ,\ldots, w_m).$$

W statystycznej kontroli jakości wymagania dotyczące wadliwości partii określane są za pomocą wadliwości dopuszczalnych i wadliwości niedopuszczalnych dla danej decyzji. Pod pojęciem wadliwości dopuszczalnej dla danej decyzji rozumie się taką wadliwość partii, przy której prawdopodobieństwo podjęcia tej decyzji jest dostatecznie duże. Natomiast pod pojęciem wadliwości niedopuszczalnej dla danej decyzji rozumie się taką wadliwość, przy której prawdopodobieństwo podjęcia tej decyzji jest dostatecznie małe. Przyjęcie tych wadliwości dla poszczególnych decyzji oraz odpowiadające im prawdopodobieństwa podjęcia decyzji pozwala na wyznaczenie planu badania. Mówimy, że wyznaczamy plan badania dla danego zbioru decyzji d, jeżeli wyznaczona jest liczność n badanej próbki i obszary $D_k \subset D$ zapewniające wymagania dotyczące wadliwości.

Plan badania wyznacza się przy użyciu funkcji operacyjno – charakterystycznych planu. Funkcja operacyjno – charakterystyczna dla danej decyzji określa prawdopodobieństwo podjęcia danej decyzji d_k w zależności od rzeczywistych wadliwości w_m badanej partii.

6. Aplikacyjna wartość modelu badań i oceny stanu technicznego

Aplikacyjna wartość modelu zawiera się w możliwości przedstawienia oceny jakości próbki losowej elementów funkcjonalnych i – tego rodzaju ze względu na wszystkie badane cechy w postaci wektora:

$$R(p_i) = r_0(p_i);\ r_1(p_i)\ ,\dots,\ r_m(p_i)\ ,\dots,\ r_M(p_i)$$

lub w postaci rozszerzonej,

$$R(p_i) = r_0(p_i);\ r_1(p_i);\ z_1(p_i)\ ,\dots,\ r_m(p_i);\ z_m(p_i)\ ,\dots,\ r_M(p_i)\ ,\ z_M(p_i),$$

który jest realizacją wyników badań elementów próbki. Umożliwia również określenie prawdopodobieństwa rozkładu $R(p_i)$. W praktyce przedstawiony model zastosowany zostało oceny zbiorów wyrobów produkowanych masowo i ich precyzyjnych elementów (zapalniki, zapłonniki).

Przykład 1. Tabelaryczne przedstawienie rozkładu zmiany $u(e_{ij})$ wektora losowego $U(e_{ij})$ określonego wzorem (3).

Przyjmujemy:

– liczbę badanych cech M = 3;

– daną realizację wektora $U(e_{ij})$: {1; 1, 0, 1}.

Przy wyznaczaniu miary ρ i prawdopodobieństwa p_ρ danej realizacji bierze się pod uwagę jedynie składowe $u_m(e_{ij})$ tego wektora. Podaje je drugi wiersz w tabeli 1. Wiersz czwarty tej tabeli podaje wartości $1_m 2^{m-1}$, zgodnie z (12) miara ρ jest równa sumie tych wartości. Wiersz piąty podaje wartości $I_m(w)$ określonej przez (15); ich iloczyn, zgodnie z (14), wyznacza wartość $\overline{p}_\rho$

Tabela 1. Schemat obliczeń ρ i $\overline{p}_\rho$

1	m	1	2	3
2	$u_m(e_{ij})$	1	0	1
3	2^{m-1}	1	2	4
4	$1_m 2^{m-1}$	1·1	0·2	$1\cdot 4 \rightarrow \rho = \sum_{i=1}^{3} I_m 2^{m-1} = 5$
5	$I_m(w)$	W_1	$1 - w_2$	$W_3 \rightarrow \overline{p}_\rho = \prod_{m-1}^{3} I_m(w) = w_1(1-w_2)w_3$

Tabela 2. Rozkład wektora $U(e_{ij})$ dla M=3

$U(e_{ij})$				ρ	$\overline{p}_\rho$
u	u_1	u_2	u_3		
0	0	0	0	0	$(1-w_1)(1-w_2)(1-w_3)$
1	1	0	0	1	$w\ (1-w_2)(1-w_3)$
1	0	1	0	2	$(1-w_1)\ w_2\ (1-w_3)$
1	1	1	0	3	$w_1\ w_2(1-w_3)$
1	0	0	1	4	$(1-w_1)(1-w_2)\ w_3$
1	1	0	1	5	$w_1\ (1-w_2)\ w_3$
1	0	1	1	6	$(1-w_1)\ w_2\ w_3$
1	1	1	1	7	$w_1\ w_2\ w_3$

Przykład 2. Wyznaczenie prawdopodobieństwa

$$P\{R(p_i)\}.$$

1/Obliczenie za pomocą wzoru (22).

a) Elementy badane są ze względu na M–3 grupy cech.
   Liczność próbki wynosi n = 10.

W wyniku badania próbki otrzymano następujący wektor

$$R(p_i) = \{4; 1, 2, 1\}.$$

Łatwo sprawdzić, że wektor taki można otrzymać tylko dla jednej macierzy określonej przez (17) składającej się z następujących wektorów wierszy (3) przy dowolnej permutacji i wynikającego z niej wektora (18).

$$U(p_i) = \begin{bmatrix} 1; & 1, & 0, & 0 \\ 1; & 0, & 1, & 0 \\ 1; & 0, & 1, & 0 \\ 1; & 0, & 0, & 1 \\ 0; & 0, & 0, & 0 \\ 0; & 0, & 0, & 0 \\ 0; & 0, & 0, & 0 \\ 0; & 0, & 0, & 0 \\ 0; & 0, & 0, & 0 \\ 0; & 0, & 0, & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow N(p_i) = \{6, \; 1, \; 2, \; 0, \; 1, \; 0, \; 0, \; 0\}.$$

W tym przypadku zbiór S określony przez (23) zawiera tylko jeden element. stąd zgodnie z (24) mamy:

$$\overline{P}\{R(p_i)\} = \overline{P}\{4; \; 1, \; 2, \; 1\} = \frac{10!}{6! \; 1! \; 2! \; 1!} \; w_1(1-w_1)^9(1-w_2)^8(1-w_3)^9$$

b) Liczność próbki wynosi n = 5,
liczba badanych grup cech wynosi M = 3.

W wyniku badania próbki otrzymano wektor

$$R(p_i) = \{3; 1, 2, 1\}.$$

Wektor taki otrzymuje się dla trzech macierzy $U(p_i)$ o następujących wierszach (i ich permutacjach) oraz wynikających z nich wektorach (18):

$$U(p_i) = \begin{bmatrix} 1; & 1 & 1 & 0 \\ 1; & 0 & 1 & 0 \\ 1; & 0 & 0 & 1 \\ 0; & 0 & 0 & 0 \\ 0; & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow N(p_i) = \{2, \ 0, \ 1, \ 1, \ 1, \ 0, \ 0, \ 0\};$$

$$U(p_i) = \begin{bmatrix} 1; & 1 & 0 & 0 \\ 1; & 0 & 1 & 0 \\ 1; & 0 & 1 & 1 \\ 0; & 0 & 0 & 0 \\ 0; & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow N(p_i) = \{2, \ 1, \ 1, \ 0, \ 0, \ 0, \ 1, \ 0\};$$

$$U(p_i) = \begin{bmatrix} 1; & 1 & 0 & 1 \\ 1; & 0 & 1 & 1 \\ 1; & 0 & 1 & 0 \\ 0; & 0 & 0 & 0 \\ 0; & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow N(p_i) = \{2, \ 0, \ 2, \ 0, \ 0, \ 1, \ 0, \ 0\};$$

Zbiór S zawiera więc trzy wektory $N(p_i)$. Zgodnie z (24) prawdopodobieństwo danego wektora $R(p_i)$ jest

$$\overline{P}\{R(p_i)\} = \left\{ \frac{5!}{2! \ \ 1! \ \ 1! \ \ 1!} + \frac{5!}{2! \ \ 1! \ \ 1! \ \ 1!} + \frac{5!}{2! \ \ 1! \ \ 1!} \right\} w_1 (1-w_1)^4 w_2^2 (1-w_2)^3$$
$$\times \ w_3 (1-w_3)^4 = 150 w_1 w_2^2 w_3 (1-w_1)^4 \left(1-w_3^4\right).$$

2/ Obliczenie za pomocą wzoru (24)

a) Jak poprzednio dla n=10 i M=3, otrzymano w wyniku badania wektor $R(p_i) = \{4; 1, 2, 1\}$. Liczbę możliwych macierzy postaci (17) o wymiarze 10×4, dla których otrzymuje się dany wektor $R(p_i)$ oblicza się zgodnie z (23). W tym przypadku k = max (1, 2, 1) = 2.
Zatem:

$$A_{10}(2+2; \ 1, \ 2, \ 1) = \binom{10}{4} \left[\binom{4}{1}\binom{4}{2}\binom{4}{1} - A_4(2; \ 1, \ 2, \ 1) - A_4(3; \ 1, \ 2, \ 1) \right]$$

gdzie:

$$A_4(2; \ 1, \ 2, \ 1) = \binom{4}{2}\binom{2}{1}\binom{2}{2}\binom{2}{1} = 24 \ ;$$

$$A_4(3; \ 1, \ 2, \ 1) = \binom{4}{3}\left[\binom{3}{1}\binom{3}{2}\binom{3}{1} - A_3(2; \ 1, \ 2, \ 1)\right] = 4\left[27 - \binom{3}{2}\binom{2}{1}\binom{2}{2}\binom{2}{1}\right] = 60$$

wobec tego

$$A_{10}(4;\ 1,\ 2,\ 1) = 210(96 - 24 - 60) = 2520.$$

Skąd zgodnie z (24) otrzymuje się:

$$\overline{P}\{(R(p_i))\} = \overline{P}\{4;\quad 1,\quad 2,\quad 1\} = 2520 w_1 w_2^2 w_3 (1-w_1)^9 (1-w_2)^8 (1-w_3)^9.$$

b) Jak poprzednio, niech n = 5, M = 3 oraz $R(p_i) = \{3;\ 1,\ 2,\ 1\}$. Zgodnie z (23) liczba macierzy postaci (17) o wymiarach 5×3, dla których otrzymuje się dany wektor $R(p_i)$ jest

$$A_5(2+1;\quad 1,\quad 2,\quad 1) = \binom{5}{2}\left[\binom{3}{1}\binom{3}{2}\binom{3}{1} - A_3(2;\quad 1,\quad 2,\quad 1)\right] = 10\left[27 - \binom{3}{2}\binom{2}{1}\binom{2}{2}\binom{2}{1}\right] = 150$$

Stąd zgodnie z (24) mamy jak poprzednio:

$$\overline{P}\{(R(p_i))\} = 150\, w_1 w_2^2 w_3 (1-w_1)^4 (1-w_2)^3 (1-w_3)^4.$$

7. Podsumowanie

Przedstawiony model został wykorzystany do opracowania praktycznej metody badań i oceny oraz podejmowania decyzji prognostycznych o stanie technicznym amunicji i jej elementów znajdujących się na długoletnim przechowywaniu w wojsku. Stosowany jest do opracowywania procedur badawczych i ocenowych dla kolejnych typów środków bojowych, które utraciły gwarancję producenta oraz do modyfikacji metodyk badań.

Literatura:

[1] Dehroot Morris H. „Optymalne decyzje statystyczne”. PWN Warszawa 1981.
[2] Grant E.L. „Statystyczna kontrola jakości”. PWE Warszawa 1972.
[3] PN-71-N3000. Statystyczna kontroli jakości. Nazwy, określenia, symbole.
[4] Knychała J. „Diagnozowanie i prognozowanie stanu technicznego amunicji w pokojowym systemie eksploatacji”. Rozprawa doktorska WAT 1982.
[5] Rozwadowski T. „Diagnostyka techniczna obiektów złożonych”. WAT wewn. 1243/83.
[6] Zieliński R. „Rachunek prawdopodobieństwa z elementami statystyki matematycznej”. PZWS Warszawa 1973.
[7] Zieliński R. „Wybrane zagadnienia optymalizacji statystycznej. Analiza powierzchni odpowiedzi. Planowanie doświadczeń eksperymentalnych”. PWN Warszawa 1981.

A MODEL FOR TESTING AND EVALUATION OF QUALITY OF TECHNICAL EQUIPMENT STORED AT TECHNICAL READINESS

There is a type of technical equipment manufactured in great lots which is stored many years and has to be in the state of technical readiness to perform a designated task or mission. The intensity of service for such equipment is low and consists mainly of long storing, maintenance works, diagnosis of technical status and repairs. As an example of such type of equipment may be given the ammunition, rockets and missiles and other combat means. The equipment that falls into the diagnostic procedures creates a limited and homogeneous set from the point of capacities to perform a dedicated task. The set was divided into some independent subsets. The aim of diagnostics is to specify the status of readiness which depends on execution of tasks by the individual functional components of the equipment. The examination of quality status is carried out by methods based on the statistical quality checking. Basing on the technical specifications the set of tested characteristics and the critical space of test results are specified. Some examples are given to illustrate the model presented in the paper.