dr inż. Dariusz AMPUŁA
Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia

METODA ESTYMACJI WSKAŹNIKÓW STANU TECHNICZNEGO AMUNICJI

Streszczenie: W oparciu o analizę funkcjonalną zbioru amunicji potwierdzoną analizą strukturalną stwierdzono w artykule, że najczęściej typowymi strukturami niezawodnościowymi obiektów technicznych jakim są środki bojowe, są struktury szeregowe, równoległe i mieszane. W rozważaniach niezawodnościowych wymienionych struktur przyjęto jako podstawę funkcję niezawodności definiowaną jako prawdopodobieństwo zachowania przez amunicję stanu zdatności, podczas wykonywania przez nią określonego zadania w określonym czasie i w określonych warunkach. Uwzględniając czas składowania amunicji w magazynach oddziałów gospodarczych, do oceny poprawności jej funkcjonowania przyjęto zmodyfikowane wartości funkcji niezawodności w postaci wskaźników niezawodnościowych określonych w artykule. Sposób wyznaczania wartości tych wskaźników opisany został w literaturze artykułu, jednakże aby oszacowanie ich było dokładniejsze wskazane jest wyznaczenie przedziałów ufności czyli zadanych z góry poziomów dokładności tych wskaźników. Przedstawiona propozycja metody estymacji wskaźników stanu technicznego amunicji w oparciu o nowy model ocenowy, jest próbą udokładnienia szacowania tych wskaźników, natomiast granice jednostronnego i dwustronnego przedziału ufności przy zadanym poziomie ufności są zobrazowaniem tej metody. Na przykładzie praktycznym przedstawiona metoda obliczania przedziałów ufności dla zwiększonej próbki losowej badanych elementów środków bojowych umożliwia określenie relacji pozwalających wnioskować o tendencjach zmian jakościowych zachodzących w magazynowanych środkach bojowych.

ESTIMATION METHOD OF INDICATORS OF AMMUNITION TECHNICAL CONDITION

Abstract: Basing on the functional analysis of ammunition set confirmed by structural analysis it is claimed in this article that most typical reliability stuctures of technical objects such as ammunition, are terrace, parallel and mixed stuctures. In reliability considerations of the mentioned stuctures, the reliability function defined as the probability of maintaining the ammunition fit condition, was accepted as a basis, while performing a particular task by this ammunition in particular time and particular conditions. Taking into consideration the ammunition storage time in economic units storages were assumed for the evaluation its correct functioning modifed values of reliability function in the form of reliability indicators determined in the article. The way of laying down the values of these indicators was described in the sources of the article, however that evaluation in order to make be more thorough, it is recommended to lay down the trust brackets, i. e. assumed precision levels of these indicators. The presented estimation method of technical condition of ammunition indicators on the basis of new evaluation model, is an attempt to refine these indicators estimation, but the limits of one-side and two-side trust brackets at given trust level are the visualisation of this method. On the practical example, the presented method of calculation trust brackets for increased random sample of researched elements of ammunition enables to determine relations which allow deduction about the trends of quality changes taking place in ammunition storages.

1. Zasada estymacji wskaźników oraz wnioskowania statystycznego

Pozyskane w wyniku przeprowadzonych badań diagnostycznych informacje badawcze, pozwalają wyznaczyć wskaźniki gotowości technicznej amunicji W (u, t) w przypadku amunicji o szeregowej strukturze niezawodnościowej, wskaźniki zawodności gotowości technicznej amunicji Z (u, t) w przypadku amunicji o równoległej strukturze niezawodnościowej oraz wskaźniki gotowości technicznej amunicji S (u, t) w przypadku amunicji o mieszanej strukturze niezawodnościowej. Zgodnie z [3] wyróżniamy trzy podstawowe struktury niezawodnościowe obiektów technicznych: szeregową, równoległą i mieszaną, które to struktury są szczególnymi przypadkami tak zwanej struktury progowej „k" z „n".

Za miarę gotowości technicznej (w odniesieniu do typu amunicji o strukturze szeregowej) przyjmuje się wskaźnik gotowości technicznej W (u, t). Określa on prawdopodobieństwo niezawodnego działania w chwili uruchamiania bądź przechowywania amunicji. Za miarę zawodności gotowości technicznej populacji typu amunicji o strukturze niezawodnościowej równoległej przyjmuje się wskaźnik zawodności gotowości technicznej Z (u, t). Wskaźnik ten służy za miarę jakości działania amunicji w aspekcie oceny zawodności jej działania w określonej chwili czasu. Za miarę gotowości technicznej typu amunicji o strukturze niezawodnościowej mieszanej przyjmuje się wskaźnik S (u, t). Określa on prawdopodobieństwo niezawodnego działania tego typu amunicji i obliczany będzie w zależności od szczegółowego rodzaju mieszanej struktury niezawodnościowej rozpatrywanego rodzaju amunicji. Sposób wyznaczania wartości tych wskaźników opisany został w pracy [1], jednakże aby oszacowanie ich było dokładniejsze wskazane jest wyznaczenie przedziałów ufności.

Wskaźniki wyznaczone w wyniku badań są estymatorami (statystykami) wskaźników rzeczywistych. Jako przykład estymacji wskaźników posłużę się wskaźnikiem gotowości technicznej W (u, t) = W. Dla pozostałych wskaźników zasada estymacji wskaźnika jest podobna.

Jako oszacowanie wskaźnika W ze zbioru danych o liczności próbki „n" przyjmuje się zaobserwowaną w tym zbiorze wartość u_n odpowiedniej statystyki U_n , której rozkład zależy od wartości wskaźnika W. Taką statystykę U_n nazywamy estymatorem wskaźnika W.

Zrozumiałe jest, że chcemy, aby wraz ze wzrostem liczności próbki n, dokładność oszacowania wskaźnika W rosła, co prowadzi do żądania spełnienia dla każdego $\varepsilon > 0$ warunku:

$$\lim_{n\to\infty} P (\left| U_n - W \right| > \varepsilon) = 0 \qquad (1)$$

oznaczającego zbieżność stochastyczną estymatora U_n do wartości wskaźnika W. Estymator U_n spełniający ten warunek nazywamy estymatorem zgodnym wskaźnika W. Wartość ε oznacza ustaloną stałą wartość. Ze zgodnością estymatora U_n związane jest:

- zbieżność wartości oczekiwanej $E [U_n]$ do wartości W przy $n\to\infty$;
- zbliżenie wariancji $V (U_n)$ do wartości 0 przy $n\to\infty$.

Jeżeli estymator U_n jest estymatorem zgodnym wskaźnika W, to przy dostatecznie dużym n można korzystać z przybliżenia, że $u_n \approx W$, przy czym u_n jest wartością estymatora zgodnego U_n i stanowi oszacowanie wskaźnika W.

Błąd wskaźnika maleje wraz ze wzrostem zgodności estymatora U_n . Mówimy tylko o właściwościach granicznych tego estymatora przy $n\to\infty$. Nie mówimy nic o właściwościach tego estymatora przy skończonych wartościach n. Podstawową informacją o estymatorze U_n , dla skończonej wartości n, jest wartość oczekiwana $E[U_n]$. Jeżeli zachodzi związek:

$$E[U_n] = W \quad \text{dla } n=1,2,...., \qquad (2)$$

to estymator nazywamy estymatorem nieobciążonym wskaźnika W, w przeciwnym przypadku nazywamy estymatorem obciążonym. Obciążenie estymatora należy interpretować jako systematyczny błąd oszacowania wskaźnika W.

Jeżeli zachodzi związek:

$$\lim_{n\to\infty} E[U_n] = W \qquad (3)$$

to taki wskaźnik nazywamy estymatorem asymptotycznie nieobciążonym.

Dla dwóch estymatorów U_n i U_n^* ten jest efektywniejszy (lepszy), który posiada mniejszą wariancję:

$$V(U_n) < V(U_n^*) \qquad (4)$$

Zaobserwowana wartość u_n estymatora U_n wskaźnika W, stanowi oszacowanie tego wskaźnika. Jest to oszacowanie punktowe, gdyż oszacowanie u_n jest liczbą i może w wyniku losowania osiągnąć różne wartości. Znając jednak rozkład estymatora U_n wskaźnika W oraz oszacowaną z badań wartość u_n , można wyznaczyć przedział obejmujący z określonym prawdopodobieństwem β wartość wskaźnika W. Przedział taki nazywamy przedziałem ufności, a prawdopodobieństwo β poziomem ufności. Przedział ten może być:

- ograniczony tylko od dołu wartością W_d. Wówczas określony jest wzorem:

$$P(W \geq W_d) = \beta \qquad (5)$$

- ograniczony od góry wartością W_g. Wówczas mamy:

$$P(W \leq W_g) = \beta \qquad (6)$$

- ograniczony dwustronnie:

$$P(W_d \leq W \leq W_g) = \beta \qquad (7)$$

przy czym przyjmuje się wówczas:

$$P(W < W_d) = P(W > W_g) = (1-\beta)/2 \qquad (8)$$

Poziom ufności β przyjmuje się blisko 1, najczęściej 0,95 lub 0,98. Wartości granic przedziału ufności zależą od :

- rozkładu estymatora U_n wskaźnika W;
- od otrzymanego z próbki oszacowania u_n ;
- przyjętego poziomu ufności β.

Przy ustalonym poziomie ufności długość przedziału ufności $[W_d, W_g]$ jest wskaźnikiem dokładności oszacowania nieznanej wartości wskaźnika W.

Znając liczbę sztuk niezdatnych w badanej próbce losowej można wyznaczyć przedział ufności dla nieznanej niezgodności zbioru reprezentowanego przez tę próbkę. Przedział ten może być wyznaczony jako jednostronny albo też jako dwustronny. Jednostronny przedział ufności jest określony wzorami:

$$\begin{cases} P(W \le W_{jg}; n, z) = \beta \\ P(W \ge W_{jd}; n, z) = \beta \end{cases} \qquad (9)$$

gdzie: n – liczność próbki,
z – ilość sztuk niezdatnych,
zaś dwustronny przedział ufności jest określony wzorem:

$$P(W_{dd} \le W \le W_{dg}; n, z) = \beta \qquad (10)$$

przy założeniu:

$$P(W < W_{dd}; n, z) = P(W > W_{dg}; n, z) = (1 - \beta) / 2 \qquad (11)$$

granice przedziałów ufności są funkcjami wartości n, z i β, przy czym zachodzą nierówności:

$$\begin{cases} W_{dd}(n, z, \beta) < W_{jd}(n, z, \beta) \\ W_{dg}(n, z, \beta) > W_{jg}(n, z, \beta) \end{cases} \qquad (12)$$

a z założenia (11) wynikają równości:

$$\begin{cases} W_{dd}(n, z, \beta) = W_{jd}[n, z, (1 + \beta) / 2] \\ W_{dg}(n, z, \beta) = W_{jg}[n, z, (1 + \beta) / 2] \end{cases} \qquad (13)$$

Po przekształceniach dla granic jednostronnego przedziału ufności W_{jd} i W_{jg} na poziomie ufności β są spełnione równości:

$$\begin{cases} [(n-z+1) W_{jd}] / [z(1- W_{jd})] = f_{2z,\, 2(n-z+1),\, 1-\beta} \\ [(n-z) W_{jg}] / [(z+1)(1- W_{jg})] = f_{2(z+1),\, 2(n-z),\, \beta} \end{cases} \qquad (14)$$

przy czym $f_{k1,\, k2,\, \alpha}$ jest kwantylem rzędu α statystyki Snedecora $F_{k1,\, k2,}$. Uwzględniając zależność $f_{k1, k2, 1-\alpha} = 1 / f_{k1, k2, \alpha}$, po rozwiązaniu równań (14) otrzymujemy:

$$\begin{cases} W_{jd} = 1 / \{ 1 + [(n-z+1) / z] f_{2(n-z+1), 2z, \beta} \} \\ W_{jg} = f_{2(z+1), 2(n-z), \beta} / [(n-z) / (z+1) + f_{2(z+1), 2(n-z), \beta}] \end{cases} \qquad (15)$$

Granice dwustronnego przedziału ufności W_{dd} i W_{dg} wyznacza się z tych samych wzorów zastępując w nich kwantyle statystyki F Snedecora rzędu β kwantylami rzędu $(1+\beta) / 2$. Dla zazwyczaj stosowanego poziomu ufności β=0,95 kwantyle oraz granice dwustronnego przedziału ufności dla różnych wartości n podano w tablicach [2]. Warto zwrócić uwagę, że przy wzroście liczności próbki przedział ufności maleje, dążąc do zera przy $n \to \infty$, a zatem wraz ze wzrostem liczności próbki dokładność oceny reprezentowanego przez nią zbioru wyrobów wzrasta.

Granice przedziału ufności dla nieznanej niezgodności partii można wyznaczyć korzystając z aproksymacji rozkładu dwumianowego przez rozkład Poissona, jeżeli n>20 oraz z<0,2n, albo też z aproksymacji rozkładu dwumianowego przez rozkład normalny, jeżeli z (1-z / n) > 4. Aproksymując rozkład dwumianowy przez rozkład Poissona i uwzględniając powiązanie rozkładu Poissona z rozkładem Erlanga, oraz powiązanie rozkładu Erlanga z rozkładem chi kwadrat, otrzymamy wzory na granice jednostronnych przedziałów ufności:

$$\begin{cases} W_{jd} \approx (1 / 2n)\, \chi^2_{2z,\, 1-\beta} \\ W_{jg} \approx (1 / 2n)\, \chi^2_{2(z+1),\, \beta} \end{cases} \qquad (16)$$

Granice dwustronnego przedziału ufności wyznacza się z tych samych wzorów zastępując kwantyl $\chi^2_{2z,\,1-\beta}$ kwantylem $\chi^2_{2z,\,(1-\beta)/2}$, a kwantyl $\chi^2_{2(z+1),\,\beta}$ kwantylem $\chi^2_{2(z+1),\,(1+\beta)/2}$.

Z kolei jeżeli spełniona jest nierówność z (1-z / n) > 4, to rozkład dwumianowy można aproksymować przez rozkład normalny i wyznaczyć granice jednostronnego przedziału ufności z przybliżonych wzorów:

$$\begin{cases} W_{jd} \approx 1/(n+y_\beta^2)\{z+(y_\beta^2/2)-y_\beta[z(1-z/n)+ y_\beta^2/4]^{1/2}\} \\ W_{jg} \approx 1/(n+y_\beta^2)\{z+(y_\beta^2/2)+y_\beta[z(1-z/n)+ y_\beta^2/4]^{1/2}\} \end{cases} \quad (17)$$

przy czym y_β jest kwantylem standaryzowanego (standardowego) rozkładu normalnego N (0,1).

Granice dwustronnego przedziału ufności wyznacza się zastępując kwantyl y_β kwantylem $y_{(1+\beta)/2}$. Kwantyle te dla zazwyczaj stosowanego poziomu ufności β=0,95 podano w tablicach [2].

2. Praktyczny przykład obliczania przedziałów ufności

Metodę obliczenia przedziałów ufności zilustrowano praktycznym przykładem. Jeżeli zbadano próbkę losową o liczności zgodnej z proponowaną metodą oceny wynoszącą n=50 sztuk i stwierdzono z=5 sztuk niezdatnych to przyjmując poziom ufności β=0,95 należy wyznaczyć dwustronny przedział ufności [W_{dd} , W_{dg}] dla nieznanej niezgodności zbioru partii reprezentowanego przez tę próbkę.

Zgodnie z założeniami mamy n = 50 > 20, z / n = 0,1 < 0,2 oraz

$$z\,(1- z / n) = 5\,(1 - 0,1) = 4,5 > 4,$$

można więc korzystać zarówno z aproksymacji przez rozkład Poissona jak i z aproksymacji przez rozkład normalny.

Stosując aproksymację rozkładu dwumianowego przez rozkład Poissona, ze wzorów (16) po zastąpieniu wartości β wartością (1+β) / 2 = 0,975 i korzystając z tablic [2] otrzymujemy:

$$\begin{aligned} W_{dd} &\approx (1/ 2\cdot 50)\,\chi^2_{10;0,025}=0,01\cdot 3,25=0,0325=3,2\% \\ W_{dg} &\approx (1/ 2\cdot 50)\,\chi^2_{12;0,975}=0,01\cdot 23,3=0,233=23,3\% \end{aligned} \quad (18)$$

Z kolei, stosując aproksymację przez rozkład normalny, ze wzorów (17) po zastąpieniu wartości y_β wartością $y_{(1+\beta)/2} = y_{0,975}$ = 1,96 otrzymujemy:

$$W_{dd} \approx 4,4\ \% \text{ i } W_{dg} \approx 21,4\ \% \quad (19)$$

Można również wykorzystać nieco dokładniejsze wzory na obliczenie granic przedziałów ufności, jednakże wyniki otrzymane z tych wzorów niewiele różnią się od wyników z wzorów przybliżonych.

Zastosowane wskaźniki można podzielić na wskaźniki pozytywne „im więcej tym lepiej”, np. wskaźniki gotowości technicznej amunicji, oraz wskaźniki negatywne „im więcej tym gorzej”, np. wskaźnik zawodności gotowości technicznej amunicji. Jeżeli oznaczymy wskaźnik gotowości technicznej amunicji W przez:

$$\{\ W(t_i), W_d(t_i), W_g(t_i), \beta;\ i=1,2,...,m\ \} \qquad (20)$$

gdzie: $W(t_i)$, $W_d(t_i)$, $W_g(t_i)$ – odpowiednio wskaźnik punktowy oraz dolny i górny przedział ufności wskaźnika w i-tym przedziale czasu t;

β - poziom ufności;

m – liczba przedziałów czasowych, w których wyznaczony jest wskaźnik.

Znając oszacowanie wskaźników punktowych i przedziałowych, można podać następujący algorytm wnioskowania:

- dla danych wskaźników znajdujących się w różnych przedziałach czasowych można sformułować następujące relacje:

$$W(t_i) < W(t_{i-1}) \text{ gdy } W(t_i) < [W_d(t_{i-1}); \beta] \qquad (21)$$

$$W(t_i) = W(t_{i-1}) \text{ gdy } W(t_i) \subset [W_d(t_{i-1}), W_g(t_{i-1}); \beta] \qquad (22)$$

$$W(t_i) > W(t_{i-1}) \text{ gdy } W(t_i) > [W_g(t_{i-1}); \beta] \qquad (23)$$

Przedstawione relacje pozwalają wnioskować o tendencjach zmian zachodzących w magazynowanych środkach bojowych. Jeśli obliczony wskaźnik spełnia relacje:

$$W(t_i) < W(t_{i-1}) \qquad (24)$$

to posiada on tendencję pozytywną. Relacja:

$$W(t_i) = W(t_{i-1}) \qquad (25)$$

wskazuje na brak tendencji zmian wskaźnika, a z kolei relacja:

$$W(t_i) > W(t_{i-1}) \qquad (26)$$

wskazuje na tendencje negatywne wskaźnika.

3. Wnioski

Analiza funkcjonalna zbioru amunicji potwierdzona analizą strukturalną wykazała, że najczęściej typowymi strukturami niezawodnościowymi obiektów technicznych jakim są środki bojowe, są struktury szeregowe, równoległe i mieszane. W rozważaniach niezawodnościowych wymienionych struktur przyjęto jako podstawę funkcję niezawodności definiowaną jako prawdopodobieństwo zachowania przez amunicję stanu zdatności, podczas wykonywania przez nią określonego zadania w określonym czasie i w określonych warunkach. Uwzględniając czas składowania amunicji w magazynach oddziałów gospodarczych, do oceny poprawności jej funkcjonowania przyjęto zmodyfikowane wartości funkcji niezawodności w postaci wskaźników: W (u. t), Z (u, t) i S (u, t). Sposób wyznaczania wartości tych wskaźników opisany został w pracy [1], jednakże aby oszacowanie ich było dokładniejsze wskazane jest wyznaczenie przedziałów ufności czyli zadanych z góry poziomów dokładności tych wskaźników. Przedstawiona propozycja metody estymacji wskaźników stanu technicznego amunicji w oparciu o nowy model ocenowy, jest próbą udokładnienia szacowania tych wskaźników, natomiast granice jednostronnego i dwustronnego przedziału ufności przy zadanym poziomie ufności są zobrazowaniem tej metody. Na przykładzie praktycznym przedstawiona metoda obliczania przedziałów ufności dla zwiększonej próbki losowej badanych elementów środków bojowych umożliwia określenie relacji pozwalających wnioskować o tendencjach zmian jakościowych zachodzących w magazynowanych środkach bojowych.

Literatura

[1] Dariusz Ampuła – Parametryczny system oceny magazynowanej amunicji – Rozprawa doktorska - Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych Warszawa 2006 r.

[2] S. Firkowicz – Statystyczne badanie wyrobów – Wydawnictwa Naukowo Techniczne Warszawa 1970 r.

[3] J. Lewitowicz, K. Kustroń – Podstawy eksploatacji statków powietrznych. Własności i właściwości eksploatacyjne statku powietrznego – ITWL Warszawa 2003 r.