

Obróbka wykresu indykatorowego z zastosowaniem ruchomych obiektów aproksymujących

W pracy zaprezentowano możliwości obróbki wykresów indykatorowych za pomocą opracowanych przez autora ruchomych obiektów aproksymujących opartych na kryterium najmniejszych kwadratów. Właściwości obiektów aproksymujących są kształtowane głównie przez zastosowanie aproksymacji wielokrotnej i łączenie segmentów funkcji z zastosowaniem węzłów giętkich: sklepanych, nitowanych i lamanych. Na przykładzie obróbki wykresów indykatorowych okrętowego silnika średnioobrotowego porównano jakość aproksymacji przebiegów dla kilku typów obiektów aproksymujących. Podano przykłady wygładzenia przebiegów i wyznaczenia pochodnych oraz wydzielenia z przebiegów zakłóceń wysokoczęstotliwościowych i spowodowanych przez kanały gazowe.

Słowa kluczowe: ruchoma aproksymacja, funkcje gięte, metoda najmniejszych kwadratów, wygładzanie, generowanie pochodnych, dekompozycja zakłóceń, wykres indykatorowy, silnik spalinowy

The processing of indicator diagrams with the use of the moving approximating objects

This paper presents the possibilities of the processing of indicator diagrams by means of the moving approximation objects developed by the author, which are based on the least squares method. The rules of creating the approximating objects with the use of the spline knots have been discussed: glued, riveted and broken knots as well as multiple approximation. By using the example of the processing of indicator diagrams of the medium-speed marine engine, the quality of the mileage approximation for a few types of the approximating objects has been compared. Some examples of curve smoothing and determining of derivatives and separating the high-frequency noise and disturbances caused by gas channels have been presented as well.

Key words: moving approximation, spline functions, least squares method, smoothing, generation of derivatives, decomposition of disturbances, indicator diagram

1. Aproksymacja i wygładzanie danych pomiarowych

Dane pomiarowe zawierają informację o wartościach wielkości mierzonej w punktach pomiarów oraz o przebiegu zależności wielkości mierzonej od argumentu. Są one obciążone różnego rodzaju błędami i zakłóceniami. Celem obróbki danych pomiarowych jest oszacowanie wartości rzeczywistych wielkości pomierzonych lub poszukiwanie zależności funkcyjnych, których model matematyczny jest znany lub także poszukiwany. Jeżeli nie udaje się stworzyć adekwatnego modelu matematycznego przebiegu wielkości mierzonej, to najczęściej jest on przybliżany kombinacją liniową wybranych funkcji elementarnych:

$$\hat{y} = a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_k f_k \quad (1)$$

gdzie: \hat{y} – funkcja aproksymująca, f_1, f_2, \dots, f_k – liniowo niezależne funkcje elementarne, a_1, a_2, \dots, a_k – poszukiwane współczynniki (stałe).

Spośród funkcji elementarnych dobierane są najczęściej wielomiany potęgowe lub trygonometryczne. Te ostatnie są na ogół stosowane, gdy poszukiwane jest widmo częstotliwościowe przebiegu.

Współczynniki a_k w równaniu (1) są z reguły wyznaczone z warunku minimum funkcjonału stanowiącego definicję metody najmniejszych kwadratów:

$$\text{MIN}(S) = \text{MIN} \left(\sum_1^N (\tilde{y}_i - \hat{y}_i)^2 \right), \quad (2)$$

1. Approximation and smoothing the measurement data

The measurement data contain the information about the values of the quantity taken in the measurement points. They also contain the information on the dependence of the quantity measured from the argument. They are charged with various errors or disturbances. The main goal of the processing of the measurement data is to assess the real values of the measured quantities or seek the function dependencies whose mathematical model is known or also sought. If it turns out impossible to create the adequate mathematical model of the course of the measured quantity then it is often approximated by linear combination of selected elementary functions:

$$\hat{y} = a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_k f_k \quad (1)$$

where: \hat{y} – approximating function, f_1, f_2, \dots, f_k – linearly independent elementary functions, a_1, a_2, \dots, a_k – unknown coefficients (constant).

From the elementary functions the power or trigonometric polynomials are most often selected. The trigonometric polynomials are used when a frequency spectrum of the function course is sought.

The coefficients a_k in the equation (1) are generally determined from the condition of the minimum of the functional constituting the definition of the least squares method:

$$\text{MIN}(S) = \text{MIN} \left(\sum_1^N (\tilde{y}_i - \hat{y}_i)^2 \right) \quad (2)$$

gdzie: \tilde{y}_i – wartości pomierzone, y_i – wartości z aproksymacji, N – liczebność zbioru pomiarowego.

Relacje pomiędzy wartościami pomierzonymi, rzeczywistymi i uzyskanymi z aproksymacji określa równość:

$$\tilde{y}_i = y_i + \varepsilon_{Ri} = \hat{y}_i + \varepsilon_{Mi} + \varepsilon_{Ri}, \quad (3)$$

gdzie: y_i – wartość rzeczywista wielkości mierzonej, ε_{Ri} – błąd pomiaru, ε_{Mi} – błąd modelu.

W niektórych przypadkach należy dodatkowo sprawdzać normalność rozkładu ε_{Ri} ; objawem naruszenia czego może być występowanie nadmiernych odchyłek, mogących znacząco zniekształcić uzyskany model.

We wzorze (3) pominięto błędy obliczeniowe (błędy ograniczenia i zaokrąglenia [5]), które mogą także stanowić przyczynę przyjęcia nieadekwatnego modelu. Takie zjawiska mogą wystąpić w aproksymacji całoprzedziałowej wielomianami wysokich stopni, a także funkcjami sklejanymi [7, 8] i falkami [14].

Jednym ze sposobów uniknięcia błędów tego rodzaju jest podzielenie całego przedziału danych na mniejsze przedziały aproksymacji, co stwarza możliwość zastosowania wielomianów niższych stopni [12].

Często aproksymacja bywa nazywana wygładzaniem. Ralston określił pojęcie wygładzania w ten sposób, że jeżeli przybliżenie zachowuje informacje o funkcji wynikające z pomiarów, a zacierza zakłócenia, to mówi się, że wygładza (wyrównuje) dane pomiarowe [12]. Wszystkie metody wygładzania i aproksymacji będą powodowały większe lub mniejsze błędy przebiegów. W związku z tym, tam gdzie w oparciu o dane statystyczne są analizowane trendy opracowano wielką liczbę metod wygładzania danych nie powodujących deformacji przebiegów [11], przez co na ogół rozumie się nieistotność wnoszonych błędów. Obecnie są rozwijane bardziej zaawansowane metody estymacji funkcji regresji [2]. Należy zauważyć, że istotą wygładzania jest przekonanie o zerowej wartości średniej zakłóceń w pewnym przedziale, co będzie spełnione jeżeli są to zakłócenia losowe lub oscylujące wokół położenia średniego (równowagi) w dostatecznie szerokim przedziale uśredniania, np. swobodne (bez strat) oscylacje okresowe.

2. Wygładzanie i aproksymacja wykresu indykatorowego swobodnymi funkcjami ruchomymi

Metodę ruchomej aproksymacji wielomianami swobodnymi (bez więzów) opracowano niezależnie i zastosowano do wyznaczania maksymalnych wartości szybkości narastania ciśnienia w systemach monitorująco-diagnostycznych tłokowych silników okrętowych [6, 9, 10]. Metoda ta jest znana jako filtr Savitzki-Golay'a [13]. W metodzie ruchomej aproksymacji wielokrotnej funkcjami swobodnymi (MFF) w każdym przedziale danych i -tego punktu jest dokonywana aproksymacja średniokwadratowa i wyznaczane są współczynniki wielomianu aproksymującego z warunku minimum funkcjonalu:

$$\text{MIN}(sq_{pi}) = \text{MIN} \left(\sum_{i=1_{pi}}^{i=r_{pi}} (\hat{y}_{(p-1)i} - \hat{y}_{pi})^2 \right), \quad (4)$$

gdzie: sq_{pi} – suma kwadratów odchyłek w przedziale i -tego

where: \tilde{y}_i – measured values, y_i – the values from approximation, N – the size of the measurement set.

The relations between the measured values, real values and the values obtained from the approximation are defined by the following equality:

$$\tilde{y}_i = y_i + \varepsilon_{Ri} = \hat{y}_i + \varepsilon_{Mi} + \varepsilon_{Ri} \quad (3)$$

where: y_i – the real value, ε_{Ri} – the measurement error, ε_{Mi} – the model error.

Certain cases require additional tests if the distribution of ε_{Ri} is normal. If it is not verified excessive deviations can appear significantly distorting the obtained model.

In formula (3) computational errors are neglected (limit errors or the rounding errors [5]) which can also cause the assumption of an improper model. Such effects can appear in the whole interval approximation by polynomials of high order and also by splines [7, 8] and waves [14].

To avoid those errors the whole range of data is divided into smaller intervals of approximation which enables the use of the polynomials of lower orders [12].

The approximation is mostly called the smoothing. Ralston defined the notion of smoothing in the following way: if the approximation keeps the information about the function from the measurements and effaces the disturbances then we can say that it smoothes (fits) the measurement data [12]. All methods of smoothing and approximation cause smaller or greater errors of the function course. Because of that, in the cases when trends are analyzed based on the statistical data a great number of methods of smoothing data which do not cause deformation (understood as neglectible errors) are developed [11]. Nowadays the most advanced methods of estimation is the regression function [2]. What is more, the essence of smoothing lies in the certainty as to the zero value of the mean of disturbances in a certain interval which can be satisfied if we deal with random disturbances or disturbances oscillating around the mean position (equilibrium) in a sufficiently wide interval, i.e. the free (without losses) periodic oscillations.

2. Smoothing and approximation the indicator diagram by the moving free functions

The method of the moving approximation by means of the free polynomials (without constraints) has been developed independently and it has been used for determining the maximum values of the pressure increase rate in the monitoring-diagnostic systems of the marine piston engines [6, 9, 10]. The method is known as Savitzki-Golay filter [13]. In the moving free functions method (MFF method) in every range of data of the i -th point the least square approximation is performed and the coefficients of the approximating polynomial are determined from the minimum functional condition:

$$\text{MIN}(sq_{pi}) = \text{MIN} \left(\sum_{i=1_{pi}}^{i=r_{pi}} (\hat{y}_{(p-1)i} - \hat{y}_{pi})^2 \right), \quad (4)$$

where: sq_{pi} – the sum of squares of deviations in the interval of the i -th point of approximation, p – the multiple of approx-

punktu aproksymacji, p – krotność powtórzeń aproksymacji, l_{pi} , r_{pi} – lewy i prawy koniec i -tego przedziału aproksymacji, $\hat{y}_{0i} = \tilde{y}_i$ – dane pomiarowe ($p=1$).

W każdym punkcie i jest wyznaczana wartość przebiegu, wartość pierwszej pochodnej, a w razie potrzeby także wartości drugiej i dalszych pochodnych oraz wartość całki. Krotność aproksymacji jest tak dobierana żeby uzyskać zadawane przybliżenie (wygładzenie) przebiegu.

Dla porównania właściwości aproksymujących opracowanych algorytmów oraz dla zobrazowania problemu obróbki wykresów indykatorem, w pracy posłużono się przebiegami ciśnienia w cylindrze p_c i na zaworze indykatorem p_v , pomierzonymi jednocześnie na silniku średnioobrotowym Sulzer 6AL20/24 (rys. 2) na obciążeniu znamionowym ($n=750 \text{ min}^{-1}$), z rozdzielczością kątową $0,1^\circ \text{OWK}$ i z 12 bitowym kwantowaniem.

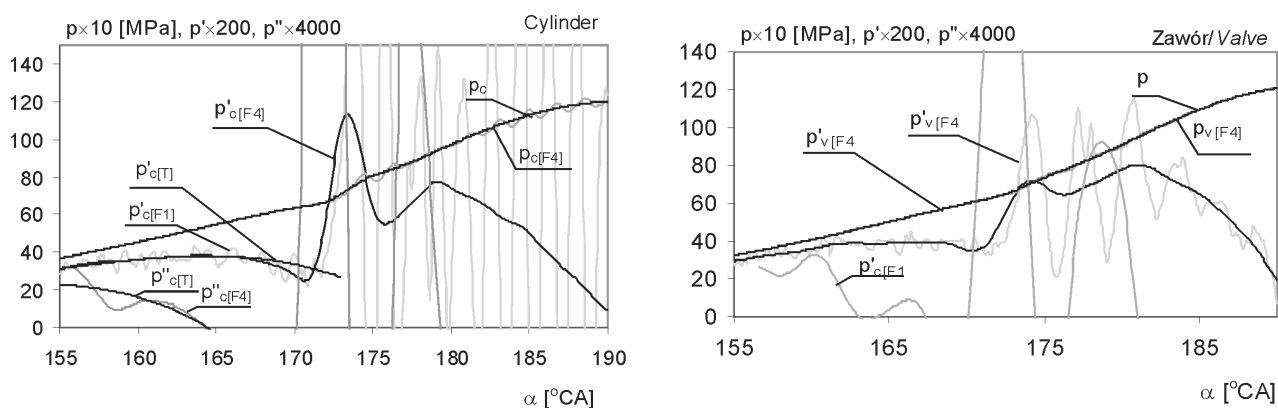
Widoczne na przebiegach p_c i p_v zakłócenia i zniekształcenia należą do największych spośród setek przypadków wykresów indykatorem pomierzonych na silnikach okrętowych różnych typów. Zakłócenia widoczne na przebiegu ciśnienia p_c są następstwem oddziaływania krótkiego (10 mm)

imination replication, l_{pi} , r_{pi} – the left and right end of the i -th interval of approximation, \hat{y}_{0i} – the measurement data ($\hat{y}_{0i} = \tilde{y}_i$ for $p=1$).

In each point i the following are determined: the value of the function course, the value of the first derivative and if needed, the values of the second and further derivatives and also the values of the integral. The multiple of approximation is chosen as to obtain the satisfied approximation (smoothing) of the function course.

To compare the approximating properties of the developed algorithms and also to illustrate the problem of processing of the indicator graphs the course of the pressure in cylinder p_c and in indicator valve p_v were used which were measured simultaneously on the mid-speed engine Sulzer 6AL20/24 (Fig. 2) with the rated load ($n=750 \text{ min}^{-1}$), angular resolution $0,1^\circ$ crankshaft rotation and amplitude resolution 12 bits.

The disturbances and distortions seen on the courses p_c and p_v are the greatest among hundreds of cases of the indicator graphs measured on the naval engines of various types.



Rys. 2. Porównanie wyników aproksymacji wykresów indykatorem metodą MFF: p – ciśnienie, p' – pochodna ciśnienia pierwszego rzędu, p'' – pochodna ciśnienia drugiego rzędu, α – kąt obrotu wału korbowego. Znaczenia indeksów: p_c – pomierzone w cylindrze, p_v – pomierzone na zaworze indykatorem, $p_{c[F1]}$ – jednokrotna aproksymacja ruchomym wielomianem 3 stopnia o szerokości przedziału 1°OWK , $p_{c[F4]}$ – 4-krotna aproksymacja ruchomym wielomianem 3 stopnia, $p'_{c[T]}$ – pochodne uzyskane w wyniku aproksymacji ciśnienia p_c modelem termodynamicznym na odcinku sprężania

Fig. 2. The illustration of the results of approximation of the indicator diagram using the method MFF: p – pressure, p' – the first derivative of pressure, p'' – the second derivative of pressure, α – crank angle. The means of indexes: p_c – for measurements in the cylinder; p_v – for measurements on the indicator valve, $p_{c[F1]}$ – one-pass moving approximation by means of the polynomial of the third order with the integral width 1°ca , $p_{c[F4]}$ – 4-pass moving approximation by means of a polynomial of third order, $p'_{c[T]}$ – derivatives obtained by pressure approximation with using the thermodynamic model of compression

kanalu gazowego znajdującego się pomiędzy czołem czujnika a przestrzenią roboczą cylindra. Zakłócenia obserwowane na przebiegu p_v są wynikiem oddziaływania długiego kanału gazowego i niekorzystnej konstrukcji zaworu indykatorem, co jest charakterystyczne dla średnioobrotowych silników Sulzera typu AR i AL. Z tego powodu oprócz zafalowań występuje duże opóźnienie przebiegu p_v w porównaniu z

The distortions seen on the course of p_c are results of the influence of short gas channel (10 mm) located between the face of sensor and the working space of the cylinder. The disturbances observed during the course p_v are the results of the influence of long gas channel and a disadvantageous design of the the indicator valve, which is characteristic of the mid-speed engines Sulzer – type AR and AL. Because of that, instead of the distortion there is a significant delay of p_v in comparison with p_c . To make the comparison easier the diagram of p_v was left translated with $2,5^\circ \text{ca}$ in respect to the diagram of p_c .

¹⁾ EGR (Exhaust Gas Recirculation) – określano jako stosunek masowego strumienia recykulowanych spalin do sumy masowych strumieni tych spalin i powietrza zasasyanych do cylindra.

przebiegiem p_c . Dla ułatwienia porównań wykres p_v został przesunięty w lewo względem wykresu p_c o $2,5^\circ$ OWK.

Przebiegi pochodnych $p'_{c[F1]}$ i $p'_{v[F1]}$ (rys. 2) uzyskane w wyniku 1-krotnej aproksymacji wielomianem 3 stopnia o długości 1° OWK (11 punktów pomiarowych) ilustrują skalę trudności, które przychodzi pokonać wyznaczając pochodne z prezentowanych wykresów indykatorowych. Przebiegi pochodnych drugiego rzędu nie zostały pokazane z uwagi na ich całkowitą nieczytelność w tej skali zobrazowania. Wygładzanie polegające na zwiększaniu szerokości przedziału aproksymacji prowadzi w tym przypadku do niedopuszczalnych zniekształceń przebiegu i pochodnych.

Wyznaczanie pochodnej pierwszego rzędu z wykresu indykatorowego należy uznać za główny problem obróbki z uwagi na jej zastosowanie w analizie wywiązywania się ciepła. Dysponując adekwatnym i gładkim przebiegiem pierwszej pochodnej nietrudno wyznaczyć kolejne pochodne.

W przypadku niektórych wykresów indykatorowych zadowalające wyniki może dać zastosowanie aproksymacji wielokrotnej (MFF). Wygładzone przebiegi ciśnień $p_{c[F4]}$ i $p_{v[F4]}$ (rys. 2) uzyskano w wyniku 4-krotnej aproksymacji wielomianem 2 stopnia o odpowiednio dobranym przedziale aproksymacji. Pochodne pierwszego rzędu otrzymano aproksymując przebieg wygładzony, a pochodne drugiego rzędu otrzymano aproksymując pochodne pierwszego rzędu. Widoczne są zafalowania pochodnej $p'_{c[F4]}$ w pobliżu punktu przejścia przez zero, co może prowadzić do dużych błędów wyznaczenia położenia tego punktu. Zafalowania te można zmniejszyć zwiększając szerokość przedziału aproksymacji, lecz zwiększa się wtedy błąd nieadekwatności modelu. Dla przebiegu ciśnienia w cylindrze wartości te mieszczą się w przedziale $164,1-164,5^\circ$ OWK w zależności od typu zastosowanego obiektu aproksymacji i szerokości przedziału aproksymacji. Są to małe wartości błędów w porównaniu z wartością $164,5^\circ$ OWK uzyskaną w wyniku aproksymacji przebiegu p_c modelem termodynamicznym.

Jednakże dla zastosowanie modelu termodynamicznego, konieczna jest znajomość położenia GMP, które jest na ogół poszukiwane. Szczególną ostrożność należałoby przejawiać chcąc wykorzystać miejsce zerowe drugiej pochodnej wyznaczonej na wykresie indykatorowym pomierzonym na zaworze indykatorowym (rys. 2), gdzie jest widoczny prawie płaski przebieg pochodnej $p'_{c[F4]}$ w przedziale do rozpoczęcia spalania, co może prowadzić do znacznych błędów oceny położenia miejsca zerowego drugiej pochodnej. Obrazuje to jak trudno jest stworzyć uniwersalną metodę obróbki danych, jako że oczekiwania co do stopnia wygładzenia danych prowadzą często do sprzecznych wymagań odnośnie parametrów aproksymacji.

Stosując MFF można uzyskać wystarczającą jakość aproksymację dla wielu przypadków wykresów indykatorowych, zwłaszcza w przypadku wykresów indykatorowych silników wolnoobrotowych.

To illustrate all the difficulties which have to be overcome in order to determine the derivatives from the indicator diagram, Fig. 2 shows the courses of the derivatives

and $p'_{v[F4]}$ determined through the moving power polynomial of third order with a symmetric interval of 1° crankshaft rotation (11 measurement points). The courses of the derivative of the second order are not presented because of their total illegibility in that scale. The smoothing that relies on the increasing width of the approximating interval leads, in that case, to unacceptable distortions of the derivatives and courses.

Determining the derivative of the first order from the indicator graph should be acknowledged as the main problem of the processing because of its application in the analysis of heat evolution. Having the proper and smooth course of the first derivative it is easy to determine further derivatives.

In the case of certain indicator graphs, using the multiple approximation (MFF) gives satisfactory results. The smoothed courses of $p_{c[F4]}$ and $p_{v[F4]}$ (Fig. 2) are obtained as a result of quadruple approximation by means of the polynomial of the second order with a proper approximation interval.

The derivatives of the first order are obtained by the approximation of the smoothed course while the derivatives of the second order are obtained by the approximation of the derivatives of the first order. The fluctuation of $p'_{c[F4]}$ near the zero level is seen, which can lead to big errors in determining the position of that point. This fluctuation can be reduced by increasing the width of the approximation interval but the error of inadequate model also increases.

In our case i.e. the course of the pressure in the cylinder those values oscillate from $164,1-164,5^\circ$ crankshaft rotation depending on the type of the used object of approximation and the width of the approximation interval. Those errors are small in comparison with the value of $164,5^\circ$ crankshaft rotation obtained as a result of approximation of the course p_c by means of the thermodynamic model.

However, the use of the thermodynamic model requires the knowledge of the TDC position, which is generally sought. A special care should be taken by using the zero of the derivative of the second order determined in the indicator diagram measured on the indicator valve (Fig. 2). We can see an almost flat course $p'_{c[F4]}$ in the interval up to the onset of combustion. It can lead to big errors in evaluating the position of the zero of the derivative of the second order. Thus, we can see how difficult it is to create a universal method of the data processing because our expectations as to the degree of the data smoothing lead to contradictory requirements of the approximation parameters.

Using the MFF a sufficient quality of the approximation in lots of cases of the indicator diagram can be obtained, particularly in the case of the indicator diagram of low-speed engines.

3. Ruchoma aproksymacja obiektami z więzami

Stosując najprostszy ruchomy obiekt aproksymujący w postaci segmentu (wycinka) funkcji bez więzów nie można na ogół uzyskać jednocześnie zadowalającego wygładzenia i przybliżenia funkcji.

Stosując różne metody łączenia segmentów funkcji tego samego rodzaju lub odmiennych rodzajów można tworzyć obiekty aproksymujące o odpowiednich właściwościach wygładzających i przybliżających. Autor artykułu opracował własną metodykę tworzenia takich obiektów oraz opracował dotychczas około 30 obiektów aproksymujących wielomianowych różnych typów, przy których tworzeniu zastosowano następujące zabiegi:

- dobór aproksymującej funkcji elementarnej,
- aproksymację wielokrotną (rekurencyjną),
- łączenie segmentów funkcji: sklejanie i nitowanie,
- łamanie funkcji,
- symetrię i asymetrię przedziałową i funkcji.

Przyjęto stałość cech obiektów w trakcie trwania danego kroku aproksymacji zbioru danych. Natomiast w przypadku aproksymacji wielokrotnej dopuszczono możliwość zmian parametrów obiektu w kolejnym kroku aproksymacji. Nie stosowano wag dla odchyłeń. Występują one w sposób ukryty w przypadku aproksymacji wielokrotnej i nakładania się wycinków funkcji. Możliwe jest tworzenie obiektów wykorzystujących inne funkcje elementarne niż wielomiany potęgowe, jak np. funkcje trygonometryczne czy wykładnicze, lecz nie przynosi to korzyści, pomijając przypadki, gdy przebiegi są opisywane funkcjami tego typu.

Jeżeli obiekt aproksymujący składa się z f segmentów (wycinków) funkcji, to warunek minimum funkcjonu dla i -tego położenia ruchomego obiektu aproksymującego można zapisać następująco:

$$(5)$$

gdzie: f – liczba połączonych segmentów funkcji, l_{pj} , r_{pj} – lewy i prawy koniec przedziału segmentu j , z – oś argumentów, w – więzy.

Jest to wzór w oparciu o który w każdym i -tym punkcie są wyznaczone parametry funkcji, którą wybrano jako model w rozpatrywanym przedziale. Wzór (5) można uogólnić uzmienniając typ obiektu w każdym kroku aproksymacji.

Ideą stosowania wzorów (1-5) jest poszukiwanie zadawalającego przybliżenia w oparciu o wiedzę fragmentaryczną w odniesieniu do całościowo nieznanego modelu matematycznego przebiegu reprezentowanego przez dane. Gdyby postać modelu była znana, to wyznaczono by jego stałe wykorzystując bezpośrednio kryterium najmniejszych kwadratów.

We wzorze (5) nie zadeklarowano równości krańców przedziałów, tzn. przyjęto, że może zachodzić $l_{j+1} - r_j \neq 1$, co oznacza dopuszczenie dodatniego lub ujemnego przekrycia przedziałów poszczególnych segmentów funkcji w obiekcie. W przypadku wystąpienia przekrycia funkcji niektóre dane mogą być wykorzystywane dwukrotnie, a w drugim przypadku nie wszystkie dane z wnętrza obiektu są uwzględniane dla wyzna-

3. The moving approximation by means of the objects with constraints

Using the simplest moving approximating object in the form of a segment (part) of a function without constraints it is impossible to obtain a satisfactory smoothing and the approximation of the function at the same time.

Using various methods of combining segments of the function of the same type or of different types, we can create approximating objects with suitable smoothing and approximating properties. The author of this paper has developed his own methodology of creating such objects and to date he has developed about 30 approximating polynomial objects of various types. During the creation of those objects the following actions were taken:

- choice of the elementary approximating function,
- multiple (recurrent) approximation,
- connecting the segments of functions: gluing and riveting,
- breaking of the functions,
- symmetry and asymmetry of intervals and of approximating functions.

It is assumed that the characteristics of the objects are constant during a given step of the approximation of the data set. However, in the case of the multiple approximation the possibility of changes in the parameters of the object in the next approximation step is allowed. The weights for the deviations were not used. They appear in a disguised form in multiple approximation and in the overlappng of the segments of functions. It is possible to create the objects using other elementary functions like trigonometric or exponential functions but it is not beneficiary, neglecting the cases when the courses are described by functions of those types.

If the approximating object consists of f segments (elements) of the function, then the condition of minimum of the functional for the i -th position of the moving object can be written as follows:

$$\text{MIN}(S_{pi}) = \text{MIN} \left(\sum_{j=1}^f \sum_{i=l_{pj}}^{r_{pj}} (\hat{y}_{(p-1)ji} - \hat{y}_{pji}(z, w))^2 \right) \quad (5)$$

where: f – the number of connected segments of the function, l_{pj} , r_{pj} – left, right ends of the interval of the segment j , z – the axis of arguments, w – constraints.

On the basis of formula (5), in every i -th point, the parameters of the function chosen as a model are determined. (5) can be generalized by varying the type of the object in any phase of the approximation.

The main purpose of the use of the formulas (1-5) is finding a satisfactory approximation on the basis of a partial knowledge in respect to totally unknown mathematical model of the course represented by the data. If the form of the model was known, its constants would be determined directly by means of the least squares criterion.

In (5) the equality of the interval ends is not declared, i.e. it assumes that $l_{j+1} - r_j \neq 1$ which means the assumption of the positive or negative overlapping of the intervals of segments of the function of the object. In the case an overlap-

czenia danego punktu aproksymacji. Z tego też względu w miejsce nazwy "funkcja" przyjęto nazwę "obiekt aproksymujący".

3.1. Obiekty aproksymujące zbudowane z funkcji łączonych

Wyróżniono dwa rodzaje łączenia wycinków funkcji: sklejanie i nitowanie. W węzłach (punktach) połączeń są nakładane znane więzy w postaci: $y^{(m)} = \text{idem}$, gdzie m – rząd pochodnej. Dla $m = 0$ zachodzi $y^{(0)} = y$. Konieczne jest przy tym spełnienie oczywistego warunku co do liczby tych więzów z uwagi na istnienie rozwiązań równań aproksymacji.

W pracy przyjęto, że połączenie sklepane dwóch funkcji tego samego rodzaju w danym węźle j obiektu aproksymacji

występuje wtedy, gdy zachodzi $y_{r_j}^{(m)} \dot{\neq} y_{l_{j+1}}^{(m)}$ dla najmniej $m=1$

i jednocześnie zachodzi $y_{r_j}^{(m)} = y_{l_{j+1}}^{(m)}$ dla co najmniej $m=2$, a przedziały funkcji y_j i y_{j+1} nie przekrywają się w tym punkcie, tzn. zachodzi $r_j - l_{j+1} = 1$. Dla wystąpienia połączenia sklejanego dwóch funkcji różnych rodzajów wystarczy spełnienie warunku drugiego. Symbol $\dot{\neq}$ oznacza warunek nieuwiązania w odróżnieniu od symbolu \neq , który nie ma tutaj znaczenia tożsamego z nieuwiązaniem.

Jeżeli w punkcie połączenia występuje przekrycie funkcji ($r_j - l_{j+1} \neq 1$), to takie połączenie nazwano, dla odróżnienia, nitowanym. W szczególności przekrycie może być ujemne.

Dokonany podział wynika nie tylko ze skojarzeń fizycznych, lecz także z konsekwencji wynikających dla opisu matematycznego obiektu i jego rozwiązania w sensie wyznaczenia współczynników obiektu oraz z różniących się właściwości aproksymujących.

Uniwersalnym terminem dla obydwóch typów połączeń funkcji, a także dla funkcji łamanych jest stosowana nazwa funkcji giętych (spline).

Na rysunku 3 pokazano schemat przykładu obiektu nitowanego powstałego przez znitowanie dwóch wycinków funkcji w trzech punktach.

Do analizy przebiegów wykorzystano obiekt nitowany o symbolu [2R33] zbudowany z dwóch wielomianów 3 stopnia połączonych w 3 punktach (rys. 4) więzami równości funkcji i obiekt typu mieszanego (sklejany i nitowany) o symbolu [2CR3T], który został zbudowany z dwóch wielomianów 3 stopnia o przedziałach przekrywających się w węźle, gdzie 3 pochodna pozostaje nieuwiązana.

Wyniki aproksymacji z wykorzystaniem tych obiektów pokazano na rysunku 4. Jak widać na rysunku 4 w przedziałach, gdzie wyniki pomiarów reprezentują funkcję o mało zmieniających się parametrach wyniki wygładzania pokrywają się dla obiektów różnych typów i dla różnych parametrów zastosowanych obiektów.

3.2. Obiekty aproksymujące na bazie funkcji łamanych

Kolejną metodą nadania cech specjalnych obiektom aproksymujących jest wprowadzenie więzów w postaci współczynników w_{jm} wnoszących nieciągłość pochodnych w wę-

ping of a function occurs, some of the data can be used twice while in the second case not all the data from the inside of the object are taken into account to determine the given point of approximation. Because of that, instead of "function" the name of "approximating object" is chosen.

3.1. The approximating objects built from the connected functions

Two kinds of connecting (splining) the segments of the function are distinguished: gluing and riveting. In the knots (in the points) of connections known constraints are applied: $y^{(m)} = \text{idem}$, where m denotes the order of the derivative and for $m = 0$, $y^{(0)} = y$ holds. It is necessary to satisfy the obvious condition concerning the number of those constraints because of the existence of the solutions of the approximation equations.

In the paper it is assumed that the gluing of two functions of the same kind in a given knot (point) j of the approximating objects exists only when

$$r_j - l_{j+1} = 1$$

and at the same time $y_{r_j}^{(m)} = y_{l_{j+1}}^{(m)}$ holds for another given m , and the intervals of the functions y_j and y_{j+1} do not overlap in that point, i.e. $r_j - l_{j+1} = 1$ holds.

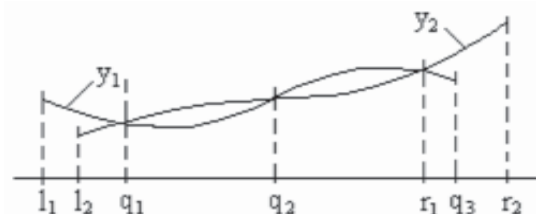
For the gluing of two various kinds of functions to occur it suffices to satisfy the second condition. The symbol $\dot{\neq}$ means the condition of disconnection in contradiction to the symbol \neq which does not denote disconnection.

If, in the connecting point there is an overlap of the function ($r_j - l_{j+1} \neq 1$) then such connection is called riveting. In a particular case the overlap can be negative.

That partition follows not only from the physical associations but from the mathematical description of the object and its solution in the sense of determining the coefficients as well.

Spline is the universal term for both of those types of function connections.

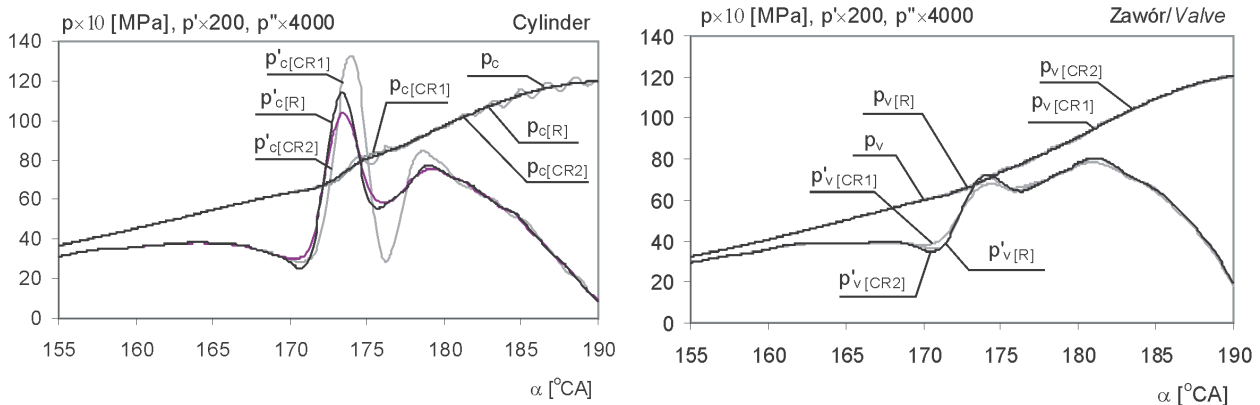
Fig. 3 presents the scheme of a riveting object formed from riveting of two segments of the function in three points.



Rys. 3. Schemat obiektu aproksymującego nitowanego w trzech punktach: $y_1(q_1) = y_2(q_1)$, $y_1(q_2) = y_2(q_2)$, $y_1(q_3) = y_2(q_3)$

Fig. 3. The scheme of the riveting approximating object: $y_1(q_1) = y_2(q_1)$, $y_1(q_2) = y_2(q_2)$, $y_1(q_3) = y_2(q_3)$

To analyze the courses a riveting object is used [2R33] built from two polynomials of the 3rd order connected in 3 points (Fig. 3) by the constraints of equality of the function as well as the object [2CR3T] of the mixed type (glued and riveted) which was built from two polynomials of the 3rd or-



Rys. 4. Porównanie wyników aproksymacji wykresów indykatorowych ruchomymi wielomianami sklejanymi i nitowanymi: p – ciśnienie, p' – pochodna ciśnienia pierwszego rzędu, α – kąt obrotu wału korbowego. Znaczenia indeksów: p_c – pomiary w cylindrze, p_v – pomiary na zaworze indykatorowym, ..._[CR1] – aproksymacja obiektem sklejanym i nitowanym typu [2CR3T] dla pierwszych wartości parametrów obiektu, ..._[CR2] – aproksymacja obiektem sklejanym i nitowanym typu [2CR3T] dla drugich wartości parametrów obiektu, ..._[R] – aproksymacja obiektem nitowanym typu [2R33]

Fig. 4. The comparison of the results of approximation of the indicator diagrams by means of the moving glued and riveted objects: p – pressure, p' – the first derivative of pressure, α – crank angle. The means of indexes: p_c – for measurements in the cylinder, p_v – for measurements on the indicator valve, ..._[CR1] – 4-pass moving approximation by means of the object [2CR3T] for the first values of object parameters, ..._[CR2] – as above, for the second values, ..._[R] – the results of the approximation by means of the object [2R33]

złach, w wyniku czego uzyskiwane funkcje są łamane (gięte). Dla utworzenia w węzle j połączenia typu łamanego konieczne jest by zachodziło

$$\text{oraz } y_j^{(m)} = w_{jm} y_{j+1}^{(m)} \text{ dla naj-}$$

mniej jednego m, gdzie $w_{jm} \neq 1$. W tym punkcie funkcje są z założenia ciągłe, a wartości pochodnych, na które nałożono ten warunek zmieniają się skokowo, co powoduje załamania funkcji w węzłach.

Tak zdefiniowane funkcje nie są funkcjami sklejanymi, dla których jest charakterystyczne występowanie chociażby jednego niewiązania funkcji lub pochodnej. Zmieniając wartości, znak i wzmacniając (tłumiąc) pochodne można kształtować właściwości obiektów aproksymujących.

Schemat prostego obiektu aproksymującego będącego funkcją łamaną (spline) pokazano na rysunku 5.



Rys. 5. Przykład ruchomego obiektu aproksymującego o strukturze łamanej (spline): $y_1^{(0)} = y_2^{(0)}$, $y_1^{(m)} = w_{1m} y_2^{(m)}$, $y_2^{(0)} = y_3^{(0)}$, $y_2^{(m)} = w_{2m} y_3^{(m)}$, w_{1m}, w_{2m} – stałe, j – numer węzła, m – numer pochodnej

Fig. 5. An example of approximating object with broken structure

$$\text{(spline): } y_1^{(0)} = y_2^{(0)}, y_1^{(m)} = w_{1m} y_2^{(m)}, y_2^{(0)} = y_3^{(0)},$$

$$y_2^{(m)} = w_{2m} y_3^{(m)}, w_{1m}, w_{2m} - \text{constants, } j - \text{knot number, } m - \text{order of derivative}$$

der with the intervals overlapping in that knot where the 3rd derivative remains disconnected. The results of the approximation using those objects are shown on Fig. 4.

As is seen in Fig. 4 in the intervals where the results of the measurements represent the function for which the parameters slightly change the results of the smoothing are the same for the objects of various types and for various parameters of the used objects.

3.2. The approximating objects in the base of the broken functions

The next method of assigning special characteristics to the approximating objects is introducing the constraints in the form of the coefficients w_{jm} . The derivatives are not continuous in those knots. In order to make a connection of broken type in the knots j, it is necessary that $y_j^{(0)} = y_{j+1}^{(0)}$

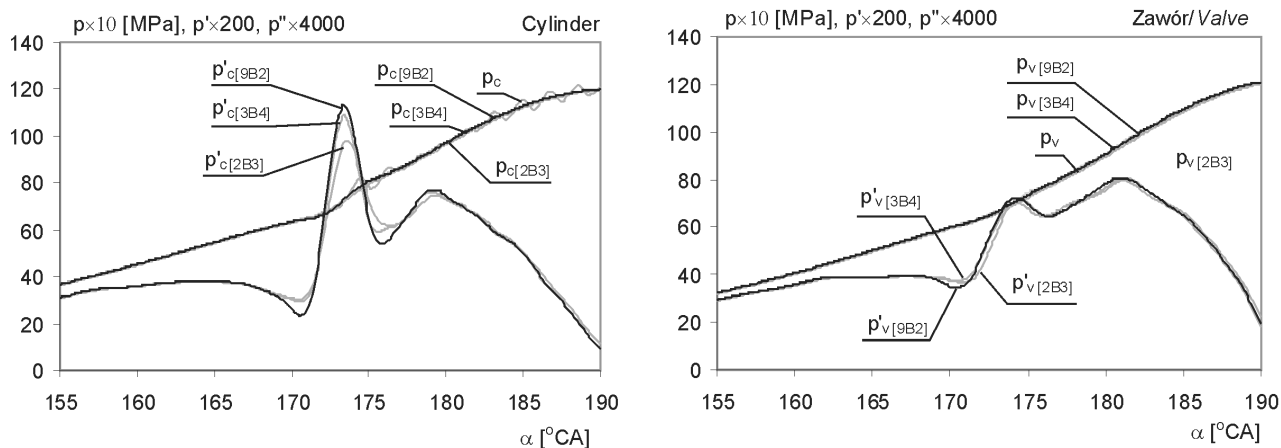
and $y_j^{(m)} = w_{jm} y_{j+1}^{(m)}$ hold for at least one m, where $w_{jm} \neq 1$.

In that point the functions are continuous and the values of the derivatives on which the condition is imposed, change in a discrete way, which causes a break-down of the function in the knots.

Following the adopted definitions such defined functions are not splines for which at least one disconnection of the function or the derivative is characteristic. Changing the sign and amplifying (damping) the derivatives we can form the properties of the approximating objects.

The scheme of the simple approximating object which is a broken function is shown in Fig. 5.

Fig. 6 presents the results of the approximation of the courses of the pressures using the objects [9B2], [2B3], [3B4] (Fig. 5).



Rys. 6. Porównanie wyników aproksymacji wykresów indykatorowych ruchomymi wielomianami łamanymi: p – ciśnienie, p' – pochodna ciśnienia pierwszego rzędu, α – kąt obrotu wału korbowego. Znaczenia indeksów: \dots_c – pomiary w cylindrze, \dots_v – pomiary na zaworze indykatorowym, $\dots_{[9B2]}$ – 4 krotna aproksymacja 9 członowym wielomianem 2 stopnia, $\dots_{[2B3]}$ – 4 krotna aproksymacja 2 członowym wielomianem łamanym 3 stopnia, $\dots_{[3B4]}$ – 4 krotna aproksymacja 3 członowym wielomianem łamanym 4 stopnia

Fig. 6. The comparison of the results of approximation of the indicator diagram by moving broken polynomials: p – pressure, p' – the first derivative of pressure, α – crank angle. The means of indexes: \dots_c – for measurements in the cylinder, \dots_v – for measurements on the indicator valve, $\dots_{[9B2]}$ – 4-pass moving approximation by means of a 7-segment polynomial of 2nd order, $\dots_{[2B3]}$ – 4-pass moving approximation by means of a 2-segment polynomial of 3rd order, $\dots_{[3B4]}$ – 4-pass moving approximation by means of a 3-segment polynomial of 4th order

Na rysunku 6 pokazano wyniki aproksymacji przebiegów ciśnienia z wykorzystaniem obiektów typu [9B2], [2B3], [3B4] (rys. 5).

W każdym obiekcie zastosowano więzy łamane w stosunku do wszystkich pochodnych we wszystkich węzłach.

4. Wybór obiektu aproksymującego i interpretacja wyników aproksymacji

Jak wynika z porównania wyników aproksymacji pokazanych na rysunkach 2; 4 i 6, podjęcie decyzji w oparciu o kryteria statystyczne, które z przybliżeń jest najlepsze może nastęrczać trudności. Decyzja o tym, który z obiektów najbardziej adekwatnie aproksymuje dane pomiarowe będzie zależała więc w dużej mierze od znajomości fizyki zjawiska. Dla wyłonienia najlepszego przybliżenia danych może być konieczne skorzystanie z zaawansowanej wiedzy o fizyce procesu spalania. Podstawą oceny jakości przybliżenia w rozpatrywanym przypadku będzie analiza jego dynamiki czyli w pierwszej kolejności przebieg pochodnej pierwszego rzędu p' , szczególnie w pobliżu punktu samozapłonu i w przedziale spalania.

Niezbędne jest także zwrócenie uwagi na błędy wnoszone przez czujnik pomiarowy, układ pomiarowy i metodę pomiaru. W przypadku pomiarów okrętowych wykonywanych w dziedzinie czasu przebiegi mogą być zauważalnie deformowane przez zmienność i oscylacje prędkości obrotowej wału korbowego podczas każdego obrotu, co należy uwzględnić interpretując wyniki analiz.

W przypadku wystąpienia dużych zakłóceń o charakterze nienormalnym może zająć konieczność ich usuwania z danych pomiarowych stosując znane kryteria.

Dobranie odpowiednich obiektów aproksymujących do obróbki przebiegów indykatorowych silników wolnoobrotowych

The object denoted by [9B2] was made from 9 polynomials of the 2nd order, the object denoted by [2B3] was made from 2 polynomials of the 3rd order and the object denoted as [3B4] was made from 3 polynomials of the 4th order. In each of those objects broken constraints are used in respect to all derivatives in all knots.

4. The choice of the approximating object and interpretation of the approximation results

As follows from the comparison of the approximation results presented in Fig. 2, 4, 6 making a decision as to which approximation is the best can be difficult in respect to the statistical criteria. That decision depends on physical knowledge of the phenomenon. To choose the best data approximation it is necessary to apply an advanced knowledge of combustion physics. In the considered case, the basis of the quality of the approximation is the analysis of the dynamics which means the course of a derivative of the first order particularly near the self-ignition point and in the combustion interval.

It is also necessary to pay attention to the error caused by the measuring detector, the measuring system and the measuring method. When the measurements are naval and are made in the time domain the courses can be deformed by the variability and the oscillations of the angular velocity of the crankshaft during rotation.

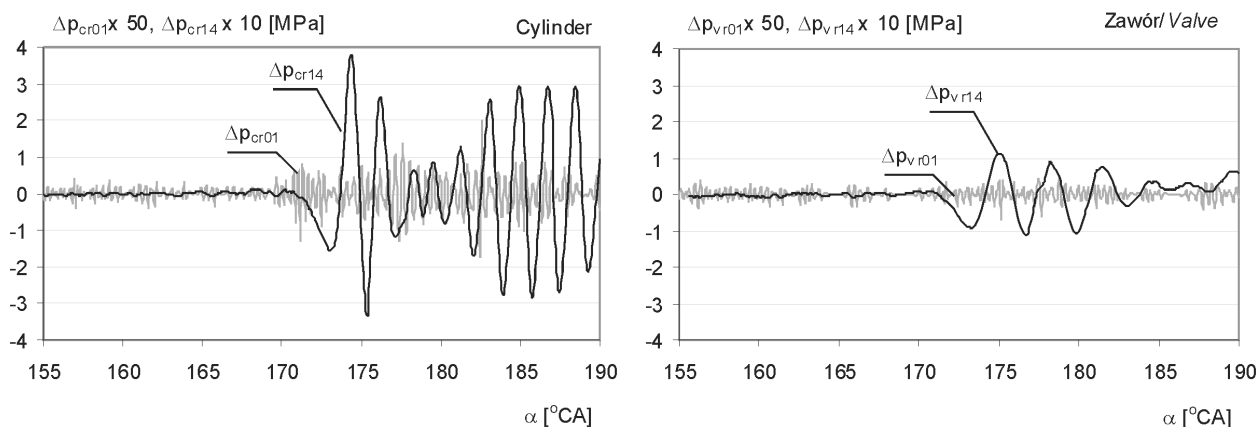
In case large disturbances occur, it may be necessary to remove them from the data using well known criteria. The choice of the proper approximating objects for the processing of the indicator graphs of the low-speed engines is the easiest because of their smaller deformations through the gas channels. In that case all the presented approximating objects give almost the same results.

wych jest znacznie łatwiejsze z uwagi na ich na ogół dużo mniejsze zdeformowanie przez kanały gazowe. W przypadku takich wykresów wszystkie zaprezentowane obiekty aproksymujące mogą dać prawie identyczne wyniki.

5. Wyznaczanie i analiza przebiegów resztowych

Nie zawsze przedmiotem zainteresowania jest wygładzony w następstwie aproksymacji przebieg czy jego pochodne. Np. w diagnostyce przedmiotem zainteresowania są często zakłócenia przebiegu podstawowego, stanowiąc źródło informacji diagnostycznej. Nawet w rozpatrywanym przypadku zakłócenia w postaci oscylacji mogą stanowić źródło informacji, np. o zakresie deformacji przebiegu przez kanał gazowy czy o czystości kanału gazowego.

Na rysunku 7 pokazano przebiegi resztowe uzyskane po pierwszym i po czwartym (ostatnim) kroku wygładzania z zastosowaniem obiektu aproksymującego typu [3B4].



Rys. 7. Przebiegi odchyłeń resztowych uzyskanych w wyniku ruchomej aproksymacji przebiegów indykatorowych obiektem typu [3B4]: Δp – odchylenie resztowe (zakłócenie), α – kąt obrotu wału korbowego. Znaczenia indeksów: \dots_c – pomiary w cylindrze, \dots_v – pomiary na zaworze indykatorowym, \dots_{r01} – odchylenia resztowe po pierwszej aproksymacji, \dots_{r14} – sumaryczne odchylenia resztowe po następnych 3 powtórzeniach aproksymacji

Fig. 7. The runs of the residual deviations obtained as a result of the moving approximation of the indicator graphs by the [3B4] object: Δp – residual deviations, α – crank angle. The means of indexes: \dots_c – for measurements in the cylinder, \dots_v – for measurements on the indicator valve, \dots_{r01} – the residual deviations after the 1st pass of approximation, \dots_{r14} – the residual deviations after the next 3 passes of approximation

Zakłócenia Δp_{cr01} i Δp_{vr01} są zakłóceniami wysokoczęstotliwościowymi wnoszonymi przez czujniki pomiarowe, przetworniki analogowo-cyfrowe i układy pomiarowe. W przedziale spalania dają się zauważyć znaczące różnice poziomów zakłóceń Δp_{cr1} w porównaniu z poziomem zakłóceń Δp_{vr1} , czego przyczyną mogą być różne miejsca pomiaru jak i różne typy czujników użyte do pomiaru ciśnienia. Przebieg p_c pomierzono czujnikiem firmy Optrand, a przebieg p_v czujnikiem firmy Kistler.

Reszty Δp_{cr14} i Δp_{vr14} są oscylacjami wnoszonymi przez kanały gazowe pośredniczące pomiędzy cylindrem, a czujnikami ciśnienia.

6. Podsumowanie i wnioski

W sytuacji kiedy postać modelu matematycznego reprezentowanego przez dane pomiarowe nie jest znana lub znana

5. Determining and analysis of the residual courses

The smoothed course or its derivatives are not always the main goal. In diagnostic we are often interested in disturbances of the basic courses, being the source of diagnostic information.

Even in the considered case, the disturbances in the form of oscillations can inform about the range of deformation of the course through the gas channel or about the purity of the gas channel.

Fig. 7 shows the residual courses of the deviations obtained after the first and the last step of the smoothing using the approximated object of [3B4] type.

Δp_{cr01} and Δp_{vr01} are high frequency disturbances caused by pressure sensors, A/D converter and the measuring systems. In the combustion interval we can notice significant differences of the disturbance levels Δp_{cr01} in comparison

with Δp_{vr01} . It can be caused by different measurement locations and various types of sensors used in the pressure measurements. The p_c course was measured by the Optrand sensor while p_v was measured by Kistler.

The residuals Δp_{cr14} and Δp_{vr14} are oscillations caused by the gas channels between the cylinder and the sensor.

6. Conclusions

When the form of the model represented by the measuring data is unknown or partially known, as is in the case of the indicator diagram, it is required to use the moving approximation interval. The operation enables us to decrease the model errors.

The required quality of the data approximation can be obtained by an adequate formation of the properties of the approximating objects i.e. by means of a selection of the

tylko częściowo, jak w przypadku wykresu indykatorowego, celowe jest stosowanie ruchomego przedziału aproksymacji, co umożliwi zmniejszenie błędów modelu.

Pożądana jakość aproksymacji danych może być uzyskiwana przez odpowiednie kształtowanie właściwości obiektów aproksymujących, np. przez wybór typu funkcji elementarnych, dobór przedziału aproksymacji, aproksymację wielokrotną, łączenie wycinków funkcji z zastosowaniem więzów giętych: sklepanych, nitowanych i łamanych, asymetrię przedziału aproksymacji i rodzaju funkcji. Może być także brane pod uwagę zastosowanie funkcji wagowych, czego w pracy nie uwzględniono.

Stosowanie różnego typu obiektów aproksymujących może prowadzić do porównywalnych wyników aproksymacji, co wynika z porównania rysunków nr 2, 4 i 6.

Ruchome obiekty aproksymujące umożliwiają nie tylko wygładzenie przebiegu, lecz także wyznaczenie pochodnych i całek wykresu indykatorowego. W szczególności można dokonywać dekompozycji zakłóceń bez uciekania się do transformaty Fouriera lub filtrów falkowych.

type of the elementary functions, the choice of the approximation interval, multiple approximation, joining of the sectors of functions through spline knots- glued, riveted and broken and also the asymmetry of the approximating interval and functions.

Applying various types of the approximating objects can lead to comparable results of approximation which results from the comparison of the Figures 2, 4 and 6.

The moving approximating objects not only allow the smoothing of the course but also the determining of the derivatives and integrals of the indicator graphs. Particularly, the decompositions of the disturbances can be done without the Fourier transform or wavelet filters.

Artykuł recenzowany

Literatura/Bibliography

- [1] Brandt S.: Analiza danych. Metody statystyczne i obliczeniowe. Warszawa, PWN 1999.
- [2] Gajek L., Kałuska M.: Wnioskowanie statystyczne. Modele i metody. Warszawa, WNT 2000.
- [3] Kosma Z.: Metody numeryczne dla zastosowań inżynierskich. Politechnika Radomska, 1999.
- [4] McCracken D. D., Dorn W. S.: Numerical Methods and Fortran Programming. John Wiley and Sons, 1965 (tłum. ros. 1977).
- [5] Mosteller F., Tukey J. W.: Data Analysis and Regression. Addison-Wesley Publishing Company, 1979 (tłum. ros. 1982).
- [6] Polanowski S.: Aproksymacja nadążna przebiegu ciśnienia spalania i generowanie pochodnych i całek. Journal of KONES 1996.
- [7] Polanowski S.: Analiza danych pomiarowych z zastosowaniem ruchomych obiektów aproksymujących. Zeszyty Naukowe AMW Nr 2 (157), 2004.
- [8] Polanowski S.: Determination of the Peak Value of a Cylinder Pressure Rate by Means of the Follow-up Approximation or Basic Splines. Machine Dynamics Problems 1999, Vol. 23, No. 4.
- [9] Polanowski S.: Following Approximation of Cylinder Pressure Run and Generation of Derivatives and Integrals. Warszawa, Journal of Polish CIMAC 1996.
- [10] Polanowski S.: Szybka obróbka wykresu indykatorowego do celów kontroli i sterowania. Mat. III Symp. Nauk. EKODIESEL'96, Warszawa 1996.
- [11] Pollard J.H.: A Handbook of Numerical and Statistical Techniques. Cambridge University Press, 1977 (tłum. ros. 1982).
- [12] Ralston A.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, Warszawa 1983.
- [13] Savitzky A., Golay M.J.E.: Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures. Analytical Chemistry, Vol. 36, 1964.
- [14] Wysocki H., Polanowski S.: Dekompozycja falkowa wykresu indykatorowego silnika okrętowego za pomocą Wavelet Explorer. (W oprac. wydaw.) Zeszyty Naukowe AMW, Nr 1(160), 2005.

* Dr inż. Stanisław Polanowski, Akademia Marynarki Wojennej, Instytut Podstaw Techniki.
Mr Stanisław Polanowski Ph.D. M.E. – Naval Academy.

