

Krzysztof JEMIELNIAK¹

Rafał WYPYSIŃSKI¹

WYZNACZANIE GRANICY STABILNOŚCI PRZY TOCZENIU METODĄ SYMULACJI NUMERYCZNEJ

W artykule przedstawiono główne zasady symulacji numerycznej nieliniowych drgań samowzbudnych obrabiarek przy toczeniu w układzie wielomodalnym o dwóch stopniach swobody. Uwzględniono zarówno wychodzenie narzędzia z materiału obrabianego, jak i przenikanie się powierzchni przyłożenia z powierzchnią skrawania. Opracowane wzory i algorytmy zaimplementowano w uniwersalnym i łatwym do rozbudowania o kolejne stopnie swobody programie komputerowym w środowisku LabVIEW. Dokładność uzyskiwanych symulacji zweryfikowano przez porównanie ich wyników z otrzymywanymi analitycznie bez nieliniowości.

1. WPROWADZENIE

Analityczne i numeryczne metody analizy stabilności obróbki w dziedzinie częstotliwości są znane od dawna, wciąż jednak są rozwijane i doskonalone [1]. Algorytmy i oprogramowanie opracowane w Zakładzie Automatyzacji Obrabiarek i Obróbki Skrawaniem zostały przedstawione w artykule „Analityczne i numeryczne wyznaczenie granicy stabilności przy toczeniu”, poprzedzającym ten artykuł. Mimo wygody i szybkości obliczeń metody takie mają swoje wady. Uzyskiwane rozwiązania nie dają informacji o przebiegach i amplitudach tak sił skrawania jak i samych drgań [2]. Co ważniejsze, nie umożliwiają one uwzględnienia nieliniowości procesu skrawania [2], zmienności dynamicznych współczynników sił skrawania w czasie obróbki, czy zmienności właściwości układu masowo-dyssypacyjno-sprężystego (MDS) w czasie obróbki [3],[4]. Stąd niemal od początku prac nad dynamiką procesu skrawania podejmowane są próby analizy stabilności i przebiegu drgań w dziedzinie czasu metodami symulacyjnymi. Podwaliny pod metodykę takich symulacji położył Tlustý i in. [5],[6]. Prace takie prowadzone były również w Politechnice Warszawskiej [7]. Niniejszy artykuł poświęcony jest stworzeniu podstaw algorytmów i oprogramowania umożliwiającego symulację drgań samowzbudnych przy toczeniu. Dynamiczny układ OUPN (Obrabiarka–Uchwyt–Przedmiot–Narzędzie) został opisany w artykule poprzedzającym ten.

¹ Zakład Automatyzacji, Obrabiarek i Obróbki Skrawaniem, Wydział Inżynierii Produkcji Politechniki Warszawskiej

2. PODSTAWY SYMULACJI DRGAŃ SAMOWZBUDNYCH

W części pierwszej artykułu przedstawiono analityczną i numeryczną metodę analizy granicy stabilności w oparciu o linową charakterystykę dynamicznych sił skrawania:

$$\begin{cases} F_r = b[k_{rd}(-r_t + r_T) - h_{er}\dot{r}_t] \\ F_t = b[k_{td}(-r_t + r_T) - h_{et}\dot{r}_t] \end{cases} \quad (1)$$

Gdzie:

F_r, F_t - całkowite siły skrawania w kierunku prostopadłym i stycznym do kierunku skrawania,

k_{rd}, k_{td} - dynamiczne opory właściwe skrawania,

h_{er}, h_{et} - współczynniki tłumienia procesu skrawania, \dot{r}_t - prędkość narzędzia względem przedmiotu obrabianego, b - szerokość warstwy skrawanej,

$r_t = r(t)$ - tzw. modulacja wewnętrzna grubości warstwy skrawanej, czyli aktualne przemieszczenie narzędzia względem przedmiotu obrabianego w funkcji czasu t ,

$r_T = r(t - T)$ - tzw. modulacja zewnętrzna grubości warstwy skrawanej, czyli przemieszczenie w poprzednim obrocie przedmiotu obrabianego (w czasie poprzedniego przejścia - o T sekund wcześniejszej), dla czasu między kolejnymi przejściami ostrza $T=1/n_{WR}$, n_{WR} - prędkość obrotowa wrzeciona.

Symulacja numeryczna pozwala na uwzględnienie wielu zjawisk i parametrów, które w innych metodach analizy są do uwzględnienia trudne lub niemożliwe. Z tego względu rozważania oparto na czterech podstawowych założeniach.

- 1) Dynamiczna charakterystyka sił skrawania może mieć dowolny przebieg – wystarczy go opisać (np. określić doświadczalnie jej zależność od chwilowego przekroju warstwy skrawanej) i w programie symulacyjnym można dokładnie obliczać jej wartość w każdym kroku symulacji i dla każdego punktu ostrza skrawającego. Tu zastosowano model potęgowy, którego linearyzację opisują równania (2):

$$\begin{cases} F_r = b[C_r(h_0 - r_t + r_T)^{1-m_r} - h_{er}\dot{r}_t] \\ F_t = b[C_t(h_0 - r_t + r_T)^{1-m_t} - h_{et}\dot{r}_t] \end{cases} \quad (2)$$

Gdzie:

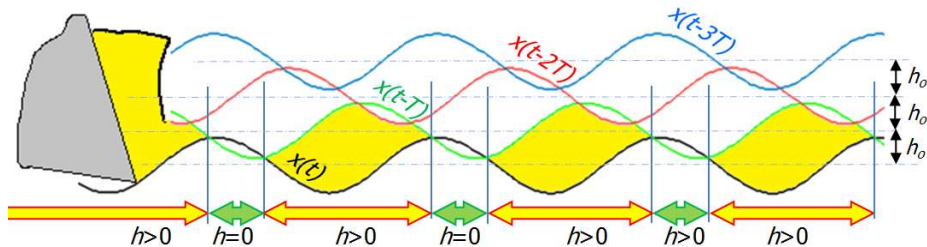
C_r, C_t, m_r, m_t - stałe wyznaczone doświadczalnie, h_0 - nominalna wartość grubości WS. Dodatkową cechą tego modelu jest uwzględnianie całej siły skrawania, a nie tylko jej składowej dynamicznej. Nie ma to znaczenia dla analizy stabilności, jako że układ MDS odpowiada na tę siłę ugięciem statycznym, jednakże jest wygodniejsze i zapewnia pobudzenie wstępne układu, bez konieczności wprowadzania dodatkowych zakłóceń.

- 2) Podstawową nieliniowością procesu skrawania jest wychodzenie narzędzia z materiału obrabianego (rys. 1), powodujące zanik sił skrawania. Może być ono uwzględnione przez uściślenie znaczenia wielkości r_T we wzorze (1): należy ją wyznaczyć jako ślad pozostawiony na powierzchni skrawania powstały w poprzednim lub wcześniejszych obrotach (przejściach):

$$r_T = \text{minimum} \{ r(t-T), h_0 + r(t-2T), 2h_0 + r(t-3T) \dots \} \quad (3)$$

gdzie: h_0 - nominalna grubość warstwy skrawanej.

Nieliniowość ta jest podstawową przyczyną ustalania się tzw. cyklu granicznego, czyli drgań samowzbudnych o ustalonej amplitudzie.



Rys. 1. Ślady pozostawione na powierzchni skrawania przy wychodzeniu narzędzia z materiału
Fig. 1. Traces left on the cutting surface when the tool leaves material

- 3) Liniowe tłumienie procesu skrawania wynika ze zmian kierunku chwilowej siły skrawania i zmian chwilowego kąta natarcia i przyłożenia [8]. Symulacja numeryczna umożliwia uwzględnienie nieliniowości wynikającej z interferencji powierzchni przyłożenia z powierzchnią skrawania, która odgrywa szczególną rolę przy niskich prędkościach skrawania, wywołując znany efekt stabilności niskich prędkości. Efekt ten nie jest możliwy do wyznaczenia w oparciu o liniową analizę stabilności. Tu wstępnie przyjęto, że czynnik ten będzie proporcjonalny do kąta nachylenia toru narzędzia $\eta \approx \tan \eta = \dot{r}_t / v_0$. Ten dodatkowy czynnik tłumiący nie występuje przy dodatniej prędkości drgań ($\dot{r}_t \geq 0$). Stąd tłumienie, które występuje w zależności (1) w symulacji numerycznej przyjmuje postać:

$$h_{er} = \begin{cases} h_r & \text{dla } \dot{r}_t \geq 0 \\ h_r - LSS \frac{\dot{r}_t}{v_0} & \text{dla } \dot{r}_t < 0 \end{cases} \quad (4)$$

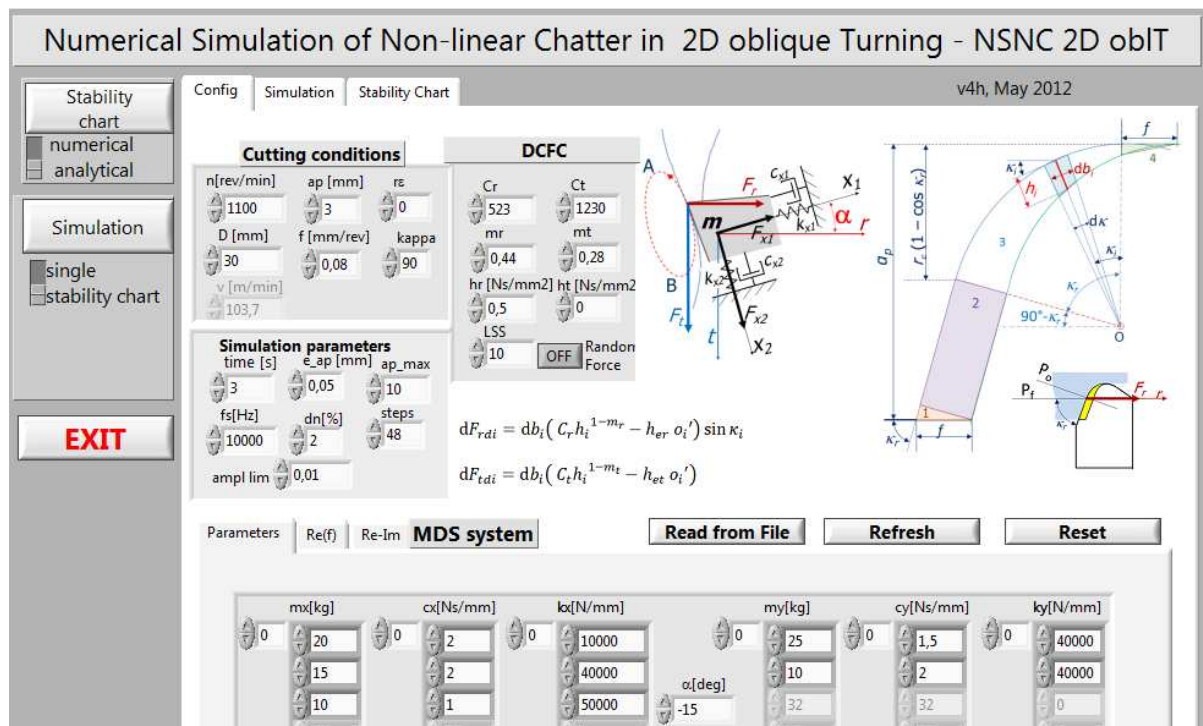
$$h_{et} = \begin{cases} h_t & \text{dla } \dot{r}_t \geq 0 \\ h_t - LSS \frac{\dot{r}_t}{v_0} & \text{dla } \dot{r}_t < 0 \end{cases} \quad (5)$$

gdzie LSS – współczynnik proporcjonalności (od ang. *low speed stability*), wyznaczany doświadczalnie, v_0 - nominalna prędkość skrawania.

- 4) Symulacja numeryczna pozwala na uwzględnienie bardziej złożonych przypadków procesu skrawania. Dla procesu toczenia istotne jest, iż symulacje mogą być wykonane dla toczenia nieswobodnego (dla nieliniowej krawędzi skrawającej, z uwzględnieniem naroża) nieortogonalnego i praktycznie o dowolnej liczbie stopni swobody.

W przypadku toczenia nieswobodnego istnieje przynajmniej kilka różnych możliwości obliczania chwilowych przekrojów warstwy skrawanej i sił skrawania. Najczęściej spotyka się dwa podejścia podziału obszaru chwilowego przekroju warstwy skrawanej:

- na elementy o kształcie trapezoidów (lub równoległoboków) w przekrojach równoległych. Zaleta – zawsze ten sam kształt elementów, co upraszcza proces dyskretyzacji przekroju warstwy skrawanej (WS). Ograniczenie – rozkład sił działających na krawędź skrawającą nie odpowiada dokładnie obciążeniu rzeczywistemu,
- na elementy o różnych kształtach z normalnym ustawieniem granic obszarów do krawędzi skrawającej – wykorzystywane w symulacji. Podejście to cechuje większa złożoność i czas obliczeń, większa dokładność i odzwierciedlenie układu rzeczywistego. Geometryczne warunki określania chwilowego przekroju WS przedstawiono na panelu czołowym programu (rys. 2).



Rys. 2. Panel czołowy programu NSNC 2D oblit
Fig. 2. Front panel of the NSNC 2D oblit program

Przed przystąpieniem do tej symulacji program wyznacza liczbę iteracji N odpowiadającą czasowi między kolejnymi przejściami ostrzy (tu jednego obrotu przedmiotu obrabianego):

$$N = \frac{60 \cdot f_s}{n_{WR}} \quad (6)$$

gdzie f_s [Hz] - częstotliwość próbkowania, n_{WR} [obr/min] – prędkość obrotowa wrzeciona oraz krok symulacji (czas trwania iteracji):

$$dt = \frac{1}{f_s} \quad (7)$$

Algorytm pojedynczego kroku symulacji opisano poniżej.

Dla wszystkich postaci drgań (dla każdego ze stopni swobody) wyznaczane są aktualne wartości prędkości w danej iteracji, w oparciu o wartość prędkości w iteracji poprzedniej oraz wartość przyspieszenia w poprzedniej iteracji. Mając wartości prędkości w poprzedniej iteracji oraz przemieszczenia w poprzedniej iteracji, określana jest aktualna wartość przemieszczenia. Zatem dla układu o dwóch stopniach swobody i kierunków x_1 i x_2 :

$$\dot{x}_{1i} := \dot{x}_{1iB} + \ddot{x}_{1iB} dt \quad \dot{x}_{2i} := \dot{x}_{2iB} + \ddot{x}_{2iB} dt \quad (8)$$

$$x_{1i} := x_{1iB} + \dot{x}_{1iB} dt \quad x_{2i} := x_{2iB} + \dot{x}_{2iB} dt \quad (9)$$

Całkowite przemieszczenie x (zależności 10) i przyspieszenie \dot{x} (zależności 11) są określane jako suma przemieszczeń (9) i przyspieszeń (8) dla wszystkich postaci drgań w danym kierunku (x_1 oraz x_2):

$$x_1 := \sum_{i=1}^{n_{x1}} x_{1i} ; \quad x_2 := \sum_{i=1}^{n_{x2}} x_{2i} \quad (10)$$

$$\dot{x}_1 := \sum_{i=1}^{n_{x1}} \dot{x}_{1i} ; \quad \dot{x}_2 := \sum_{i=1}^{n_{x2}} \dot{x}_{2i} \quad (11)$$

Wartość drgań (przemieszczeń) i prędkości w kierunku promieniowym r , wynikające z rzutowania przemieszczeń i prędkości określonych dla kierunków x_1 i x_2 - obróconych względem kierunku prostopadłego do prędkości skrawania (r) o kąt α - opisują zależności:

$$r := x_1 \cos \alpha + x_2 \sin \alpha; \quad \dot{r} := \dot{x}_1 \cos \alpha + \dot{x}_2 \sin \alpha \quad (12)$$

oraz chwilowa wartość grubości warstwy skrawanej:

$$h := h_0 - (r - r_T) \quad (13)$$

Następnie wyznaczane są cząstkowe (działające na fragment krawędzi skrawającej o długości db – patrz rys. 2) siły skrawania w zależności od wartości h i \dot{r} :

- a) dla $h > 0$ określana jest składowa cząstkowej siły dF_r pochodząca od zmian grubości WS:

$$dF_{tk} := C_t h^{(1-m_t)}; \quad dF_{rk} := C_r h^{(1-m_r)} \quad (14)$$

oraz składowa cząstkowe siły dF_r pochodząca od prędkości drgań w kierunku r :

$$\text{- dla } \dot{r} < 0: \quad dF_{th} := h_t - LSS \frac{\dot{r}}{v_0}; \quad dF_{rh} := h_r - LSS \frac{\dot{r}}{v_0}; \quad r_T := r \quad (15)$$

$$\text{- dla } \dot{r} > 0 \quad dF_{th} := h_t ; \quad dF_{tr} := h_r; \quad r_T := r \quad (16)$$

$$\text{czyli:} \quad dF_r = dF_{rk} + dF_{rh}; \quad dF_t = dF_{tk} + dF_{th} \quad (17)$$

$$b) \text{ dla } h \leq 0: r_T := h_0 + r_T; \quad dF_t := 0; \quad dF_r := 0 \quad (18)$$

Następnie wyznaczane są całkowite wartości sił przez sumowanie sił cząstkowych wzdłuż krawędzi skrawającej podzielonej na cztery odcinki (patrz rys. 2). Tu jednakże, dla uproszczenia opisu i umożliwienie porównania z rozwiązaniem analitycznym, przyjęto toczenie ortogonalne: $r_\varepsilon = 0$ i $\kappa_r = 90^\circ$, kiedy to $a_p = b$. Występuje jedynie prostoliniowa krawędź skrawająca – odcinek 2 na rys. 2, a siły całkowite wyznaczane są z zależności:

$$F_t := b dF_t; \quad F_r := b dF_r \quad (19)$$

$$F_{x_1} := F_r \cos \alpha - F_t \sin \alpha; \quad F_{x_2} := F_r \sin \alpha + F_t \cos \alpha \quad (20)$$

oraz przyspieszenia dla wszystkich postaci drgań (kolejne iteracje) w obu kierunkach:

$$\ddot{x}_{1i} := (F_{x_1} - c_{x_1i} \dot{x}_{1i} - k_{x_1i} x_{1i}) / m_{x_1i} \quad \ddot{x}_{2i} := (F_{x_2} - c_{x_2i} \dot{x}_{2i} - k_{x_2i} x_{2i}) / m_{x_2i} \quad (21)$$

Długi czas wyznaczania granicy stabilności metodą symulacji numerycznej jest główną przeszkodą w szerszym stosowaniu tej techniki, mimo jej oczywistej przewagi, jeśli chodzi o dokładność otrzymywanego wyniku i możliwości uwzględnienia nieliniowości. Jeśli symulacja numeryczna ma być stosowana w praktyce, jej algorytm musi być zoptymalizowany pod względem czasu i dokładności obliczeń. Zastosowano dochodzenie do wynikowej granicznej głębokości skrawania kolejnymi, malejącymi krokami. Dokładność symulacji, w pewnym zakresie, rośnie wraz z częstotliwością próbkowania (krokiem symulacji). Z drugiej strony czas trwania symulacji (koszt obliczeniowy) jest wprost proporcjonalny do tej częstotliwości. Stąd postanowiono, że częstotliwość ta będzie na początku (daleko od wyznaczonej granicy stabilności) stosunkowo niska, zaś duża przy dochodzeniu do końcowego rozwiązania. Ponieważ o stabilności decyduje postać drgań, dla której część rzeczywista funkcji przejścia układu MST osiąga minimum, częstotliwość ta (f_{Re_min}) przyjmowana jest jako punkt wyjścia.

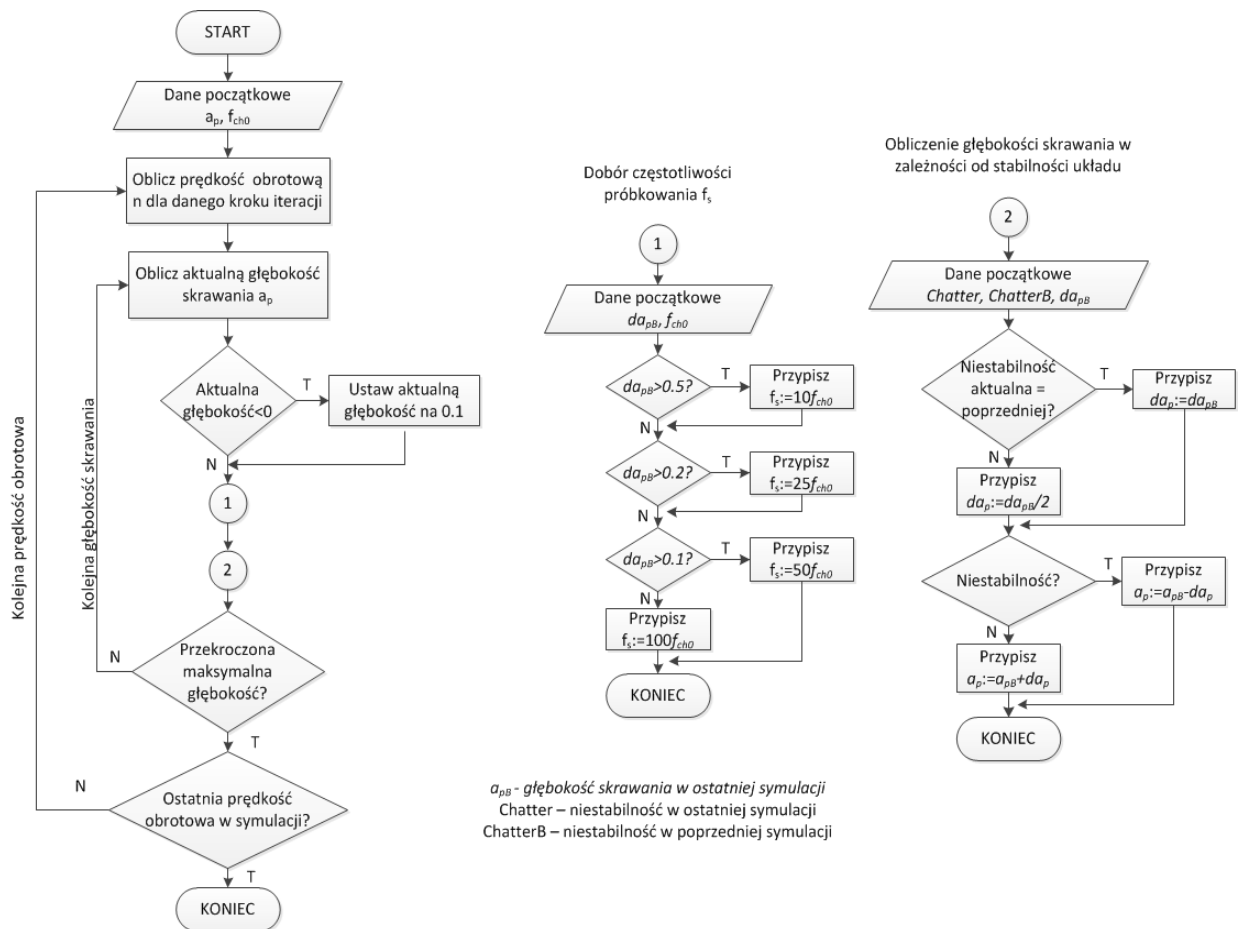
Granica stabilności to zależność granicznej głębokości skrawania od prędkości obrotowej wrzeciona. Tu założono, że użytkownik wskazuje:

- time [s] – czas symulacji t ,
- początkową głębokości skrawania a_p ,
- maksymalną głębokości skrawania a_{p_max} ,
- początkową, maksymalną prędkość obrotową wrzeciona n_0 ,
- dopuszczalny błąd wyznaczania granicznej głębokości skrawania e_{a_p} ,
- liczbę prędkości obrotowych, dla których ma być wyznaczona granica stabilności $steps$,
- krok zmiany prędkości obrotowej wrzeciona w % d_n .

Wyznaczanie granicy stabilności zaczyna się od wskazanych przez operatora wartości a_p i n . Kolejne wartości granicznej głębokości skrawania są wyznaczane w oparciu o opracowany i opisany na rys. 3 algorytm wyznaczania granicy stabilności. Kolejne wartości prędkości obrotowej odpowiadają malejącemu ciągowi arytmetycznemu o kroku

dn , przy czym wykonywana jest liczba kroków równa wartości zadeklarowanej przez użytkownika wartości $steps$.

Uwaga: zastosowany tu zapis „:=” oznacza operację przypisania („staje się”).



Rys. 3. Algorytm wyznaczania granicy stabilności
 Fig. 3. Stability boundary algorithm

W algorytmie występuje zmienna *chatter* oznaczająca wystąpienie drgań samowzбудnych. W klasycznej analizie stabilności dla układów liniowych niestabilność oznacza narastanie drgań do nieskończoności. Na granicy stabilności drgania wywołane przejściowym zakłóceniem są ustalone – nie rosną i nie maleją. W układach rzeczywistych także przy niestabilności zawsze następuje ustalenie się tzw. cyklu granicznego (lub zniszczenie układu). Podstawową nieliniowością powodującą ustalenie się tego cyklu przy skrawaniu jest wychodzenie narzędzia z materiału obrabianego, powodujące zanik sił skrawania (zależności 18). Taki cykl graniczny jest oczywiście stosunkowo mało interesujący, jako że oznacza bardzo silne drgania. Ciekawsze jest ograniczenie ustalania się cyklu granicznego w wyniku nieliniowego tłumienia procesu skrawania, wynikającego z oddziaływania między powierzchnią przyłożenia a powierzchnią skrawania (równanie 15). W obu przypadkach jednak nie można drgań ustalonych uznać za granicę stabilności. Stąd też po zakończeniu symulacji w ustalonych warunkach skrawania program ocenia stabilność układu na podstawie podwójnej amplitudy drgań w czasie ostatniego obrotu, porównując ją

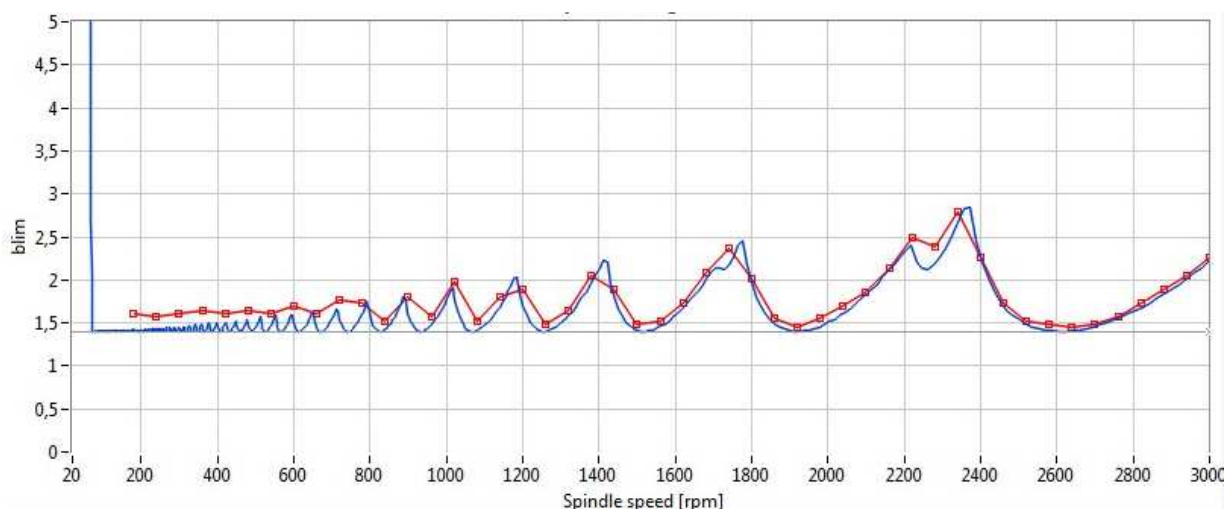
z dopuszczalną, zadeklarowaną przez użytkownika (*ampl lim* na rys. 2). Przekroczenie tej amplitudy oznacza niestabilność.

Wykorzystując wzory, założenia, wnioski i algorytmy przedstawione powyżej, opracowano program „Numerical Simulation of Non-linear Chatter in 2D Turning – NSNC 2D obl T” w środowisku LabVIEW 2010. Analityczne i numeryczne wyznaczanie granicy stabilności przedstawione w pierwszej części artykułu również wykonywano tym programem.

3. TESTOWANIE PROGRAMU DO SYMULACJI

Panel czołowy programu w trakcie ustawiania parametrów układu MST i procesu skrawania przedstawiono na rys. 2. Jego niektóre możliwości zostaną przedstawiane niżej podczas opisu wyników testów.

Zasadnicze znaczenie dla użyteczności programu ma dokładność symulacji. Na rys. 4 przedstawiono porównanie granicy stabilności wyznaczonej dla warunków z rys. 2 metodą analityczną (niebieska linia ciągła) i przez symulację (punktowa linia czerwona). Jak widać, błędy symulacji nie przekraczają założonej dokładności $e_{ap} = 0.05\text{mm}$, co świadczy o poprawności algorytmu symulacji.



Rys. 4. Porównanie metody analitycznej z wynikami symulacji dla bazowych parametrów
Fig. 4. Comparison of the analytical method with numerical simulation for the basic parameters

Zjawiska towarzyszące procesowi skrawania oraz pojawieniu się i rozwojowi drgań samowzbudnych, jak również wpływ wszelkich nieliniowości procesu skrawania użytkownik może dodatkowo analizować dzięki przedstawieniu:

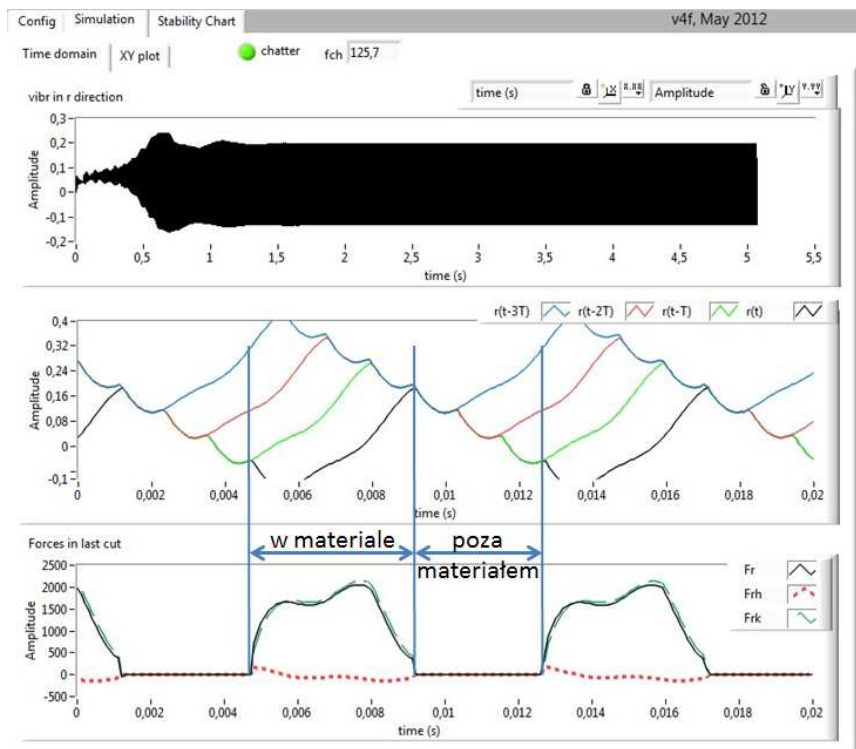
- a) przebiegów drgań w kierunku promieniowym r ,
- b) śladów pozostawionych na powierzchni skrawania przy 4 kolejnych obrotach przedmiotu obrabianego,

c) przebiegów sił w funkcji czasu.

Na rys. 5 (dla ustawień z rys. 2) można zaobserwować ustalenie cyklu granicznego, spowodowane wychodzeniem narzędzia z materiału. Zjawisko to widoczne jest na przecięciu się torów ruchu narzędzia w kolejnych obrotach przedmiotu i przebiegów sił skrawania, przy czym:

- F_r (czarny) – całkowita siła skrawania w kierunku r
- F_{rk} (czerwony) – składowa siły F_r pochodząca od sztywności procesu skrawania (zmian grubości WS)
- F_{rh} (zielony) – składowa siły F_r pochodząca od tłumienia procesu skrawania (prędkości drgań w kierunku r)

Gdy ostrze jest w materiale, wtedy siły są różne od zera, gdy ostrze jest poza materiałem, siły są z definicji równe zero, zarówno pochodzące od sztywności jak i tłumienia procesu skrawania. To fundamentalna nieliniowość procesu skrawania, trudna do uwzględnienia analitycznie.



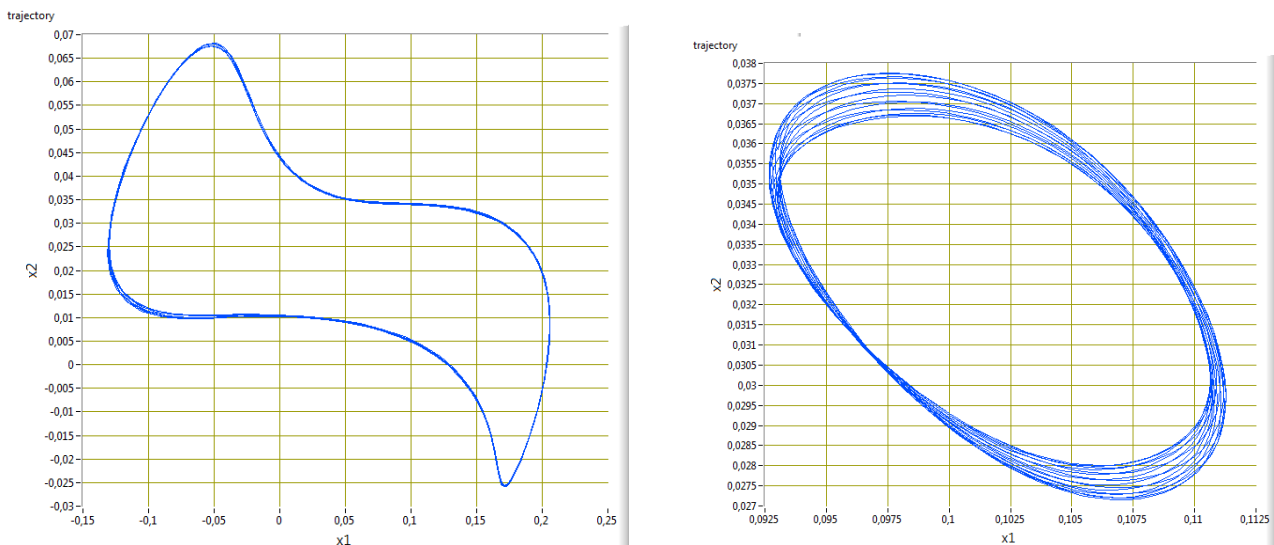
Rys. 5. Przykładowe wyniki symulacji z ustaleniem cyklu granicznego, spowodowanego wychodzeniem narzędzia z materiału dla bazowych parametrów

Fig. 5. Sample simulation results with determination of limit cycle, due to running the tool out of material for base parameters

Oprócz przebiegów drgań w kierunku r , program umożliwia obserwację położenia narzędzia na płaszczyźnie XY . Tor zakreślany przez narzędzie względem przedmiotu obrabianego w czasie drgań jest krzywą zamkniętą, jednak pod wpływem czynników losowych może mieć różne kształty (rys. 6). Obserwacja krzywej, zakreślonej przez ostrze

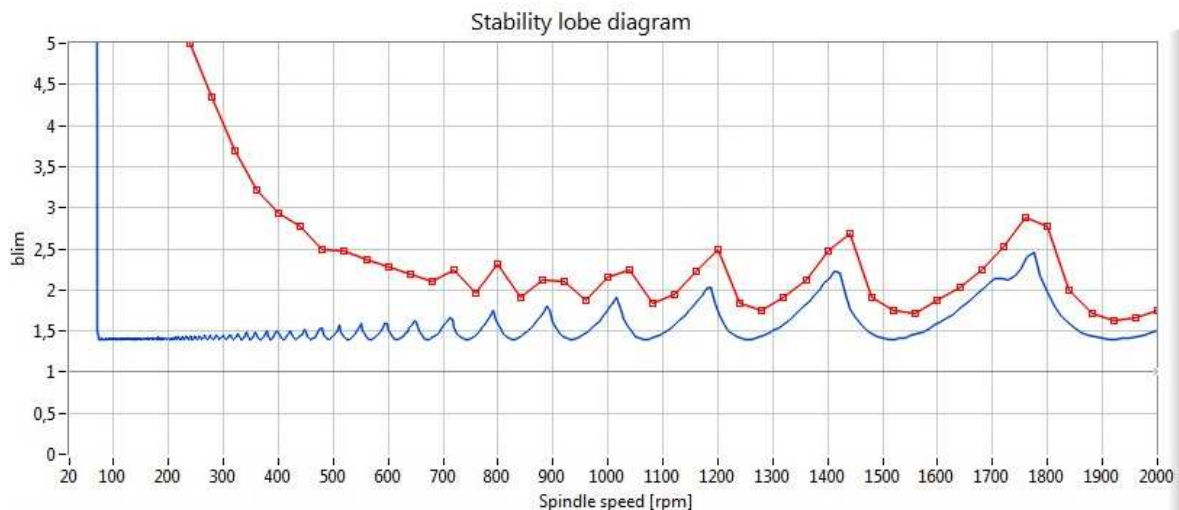
w czasie drgań, umożliwia lepsze zrozumienie obserwowanych zjawisk, zwłaszcza sprężenia przez przemieszczenie.

Po uwzględnieniu efektu stabilności niskich prędkości skrawania ($LSS=200$, pozostałe parametry bez zmian) w symulacji numerycznej (rys. 7), dla wyższych prędkości obrotowych można zaobserwować nieznaczne przesunięcie granicy stabilności w kierunku większych głębokości skrawania. Charakterystyczne zwiększanie się stabilności widać jednak szczególnie wyraźnie przy niskich prędkościach obrotowych.



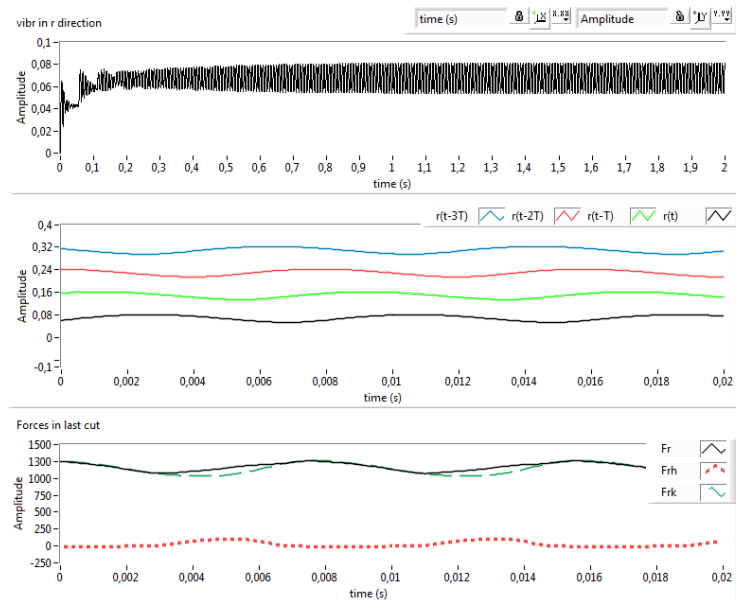
Rys. 6. Tor zakreślany przez narzędzie względem przedmiotu obrabianego w czasie drgań dla parametrów bazowych (po lewej) oraz zmodyfikowanych ($n=500, LSS=100, h_r=0,5, h_t=0$)

Fig. 6. The track traced by the tool relative to the work piece during the vibration for default (left) and modified ($n=500, LSS=100, h_r=0,5, h_t=0$) parameters

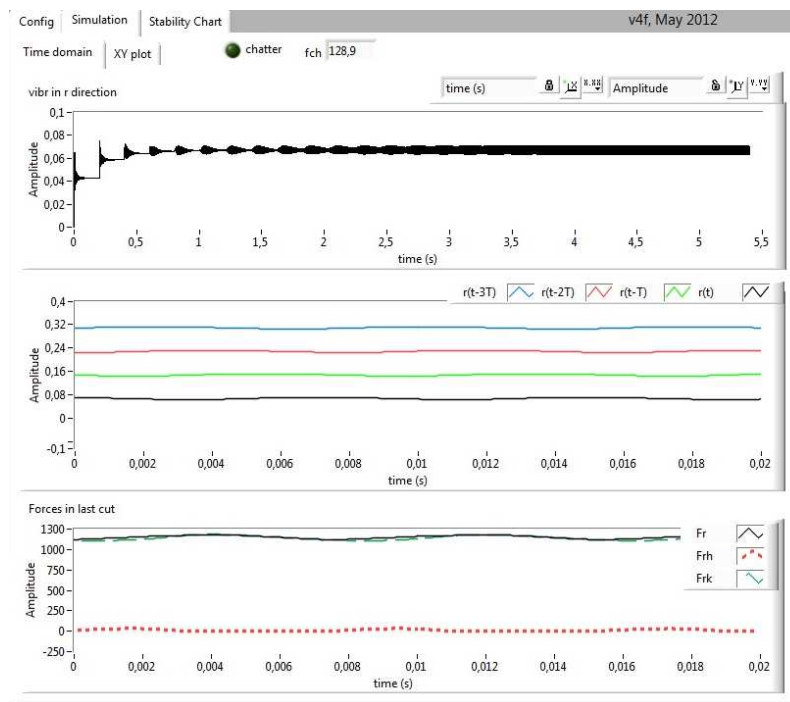


Rys. 7. Porównanie metody analitycznej dla 2 stopni swobody z wynikami symulacji przy uwzględnieniu nieliniowego tłumienia, $LSS=200$

Fig. 7. Comparison of the analytical method for 2 DOF with numerical simulation with nonlinear damping, $LSS=200$



Rys. 8. Ustalenie cyklu granicznego spowodowane nieliniową siłą tłumiącą ($LSS=200$)
 Fig. 8. Determination of limit cycle caused by the nonlinear damping force ($LSS=200$)



Rys. 9. Zjawisko stabilności niskich prędkości skrawania ($n=300$, $LSS=200$)
 Fig. 9. Low cutting speed stability phenomenon ($n=300$, $LSS=200$)

Na rys. 8 zaobserwować można ustalenie cyklu granicznego, jednak nie jest on spowodowany wychodzeniem z materiału jak na rys. 5, lecz nieliniowym tłumieniem procesu skrawania $LSS=200$ – widoczne są wyraźnie nadwyżki siły tłumiącej (F_{rh}) przy

wchodzeniu narzędzia w materiał obrabiany, podczas gdy w pozostałym czasie jest ona znikoma. Podwójna amplita drgań jest znaczna (ok. 0.03mm), układ uznany za niestabilny.

Dla mniejszych prędkości obrotowych (rys. 9, $n=300$, nadal $LSS=200$) zjawisko stabilności niskich prędkości skrawania powoduje znaczny wzrost sił tłumiących. Pojawiające się wtedy drgania mają niewielką podwójną amplitudę (mniejszą niż 0.01mm), co oznacza spełnienie przyjętego kryterium stabilności.

4. PODSUMOWANIE

Metody analityczne wyznaczania granic stabilności są znacznie bardziej wydajne, jednakże symulacja numeryczna zapewnia znaczne większe możliwości, np. uwzględnienie wielu charakterystycznych zjawisk towarzyszących procesowi skrawania, nieliniowości, chwilowe zmiany przekroju WS czy geometrii naroża.

Kolejnym krokiem rozwoju programu do symulacji numerycznej będzie implementacja algorytmów odzwierciedlających zjawiska towarzyszące procesowi frezowania.

Badania realizowane w ramach Projektu "Nowoczesne technologie materiałowe stosowane w przemyśle lotniczym", Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (PO IG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

LITERATURA

- [1] ALTINTAS Y., WECK M., 2004, *Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding*, Annals of the CIRP, 53/2.
- [2] LI H. Z., LI X. P., CHEN X. Q., 2003, *A novel chatter stability criterion for the modelling and simulation of the dynamic milling process in the time domain*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 22, 619-625.
- [3] HONGQI L., YUNG C.S., 2006, *A Comprehensive Dynamic End Milling Simulation Model*, J. Manuf. Sci. Eng. 128/1, 86-95.
- [4] WAN M., ZHANG W. H., TAN G., QIN G. H., 2008, *Systematic simulation procedure of peripheral milling process of thin-walled workpiece*, Journal of materials processing technology, 197, 122–131.
- [5] TLUSTY J., ISMAIL F., 1981, *Basic Non-Linearity in Machining Chatter*, Annals of the CIRP, 30/1, 299-304.
- [6] SMITH S., TLUSTY J., 1993, *Efficient simulation programs for chatter in milling*, Annals CIRP, 42/1, 463–466.
- [7] JEMIELNIAK K., WIDOTA A., 1989, *Numerical Simulation of Non-Linear Chatter Vibration in Turning*, Int. J. Mach. Tools Manufact, 29/2, 239-247.
- [8] JEMIELNIAK K., 1990, *Analityczno - doświadczalny model dynamicznej charakterystyki procesu skrawania przy toczeniu nieswobodnym*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Mechanika, 126.

DETERMINATION OF THE STABILITY BOUNDARY IN TURNING USING NUMERICAL SIMULATION METHOD

The paper presents the main principles of numerical simulation of nonlinear chatter in two dimensional, multimodal turning. Both leaving the workpiece material by the tool and interference of the flank face and the machined surface were considered. Developed formulas and algorithms were implemented in the LabVIEW program, which is universal and easy to expand for more degrees-of-freedom. Accuracy of simulation was tested by comparisons with the results obtained analytically for linear cases.