

Ryszard PRZYBYŁ¹
Małgorzata SIKORA¹

WZAJEMNA ZALEŻNOŚĆ SZTYWNOŚCI PROMIENIOWEJ I OSIOWEJ W HYDROSTATYCZNYCH ŁOŻYSKACH POPRZECZNO-WZDŁUŻNYCH

Przedstawiono zależność sztywności zintegrowanego hydrostatycznego łożyska poprzeczno-wzdłużnego od jego parametrów geometrycznych i hydraulicznych. Poddano analizie sztywność w kierunku promieniowym i osiowym w przypadku, gdy czop nie obraca się. Szczególną uwagę zwrócono na wpływ wskaźników ciśnienia w komorach łożyska nieobciążonego na sztywność w obu wspomnianych kierunkach. Zależności te opisano odpowiednimi wzorami i pokazano na wykresach. Wykazano wzajemne związki sztywności w obu kierunkach. Przedstawiono możliwość optymalizacji wskaźników ciśnienia komorowych z punktu widzenia sztywności łożyska.

1. WPROWADZENIE

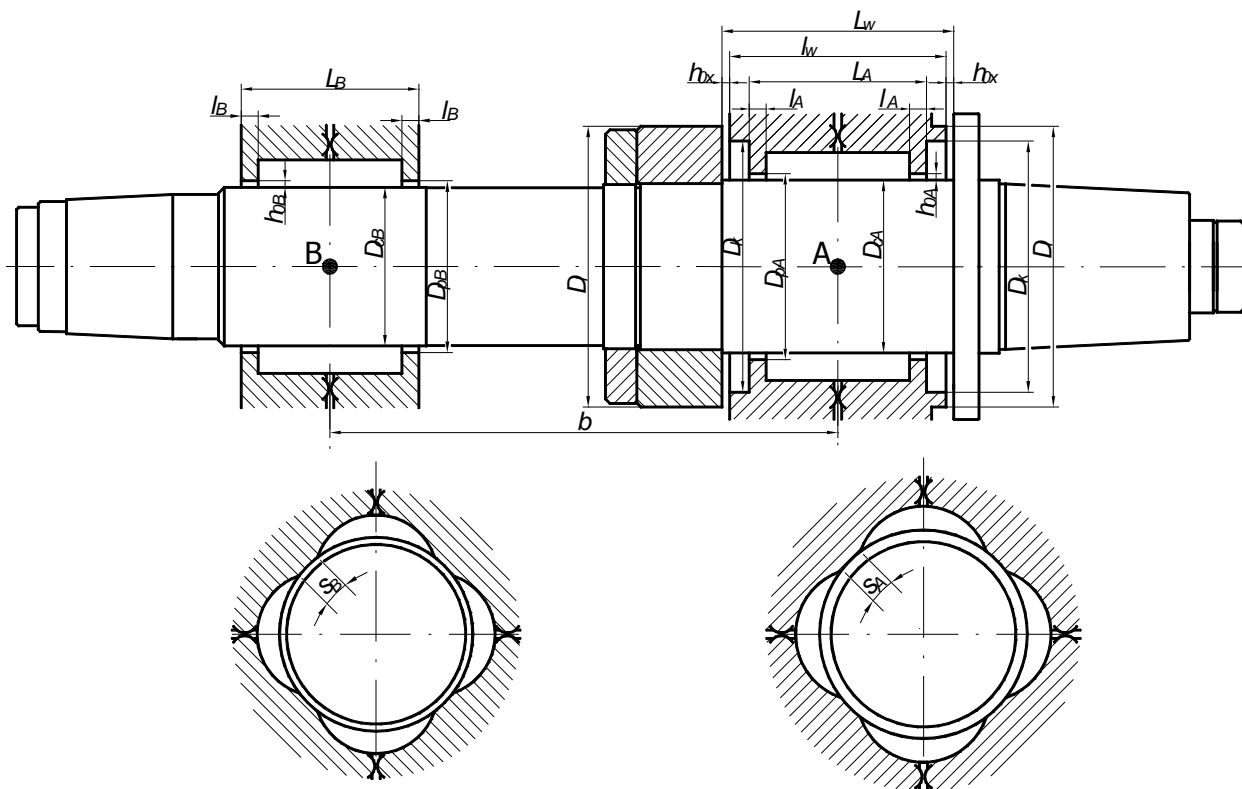
Łożyska hydrostatyczne nie budzą obecnie tak dużego zainteresowania, jak w latach siedemdziesiątych i osiemdziesiątych XX wieku. W obrabiarkach są stosowane w takich przypadkach, w których inne odmiany łożysk nie mogą sprostać ekstremalnym wymaganiom. Są niezastąpione wtedy, gdy żąda się szczególnie dużej dokładności biegu wrzeciona i doskonałego tłumienia drgań [2-3]. W porównaniu z łożyskami hydrodynamicznymi i tocznymi pozwalają na znaczne zmniejszenie bicia wrzeciona [1]. Umożliwiają uzyskanie lustrzanej gładkości obrabianej powierzchni. Posiadają dużą sztywność w zakresie małych obciążeń, charakterystycznych dla warunków pracy obrabiarek precyzyjnych. Zapewniają pracę w warunkach tarcia płynnego zarówno przy bardzo małych (w tym zerowych), jak i przy bardzo dużych prędkościach obrotowych. W prawidłowo zaprojektowanym i poprawnie eksploatowanym łożysku hydrostatycznym nigdy nie dochodzi do metalicznego styku czopa i panwi podczas pracy, co daje praktycznie nieograniczoną trwałość takiego łożyska.

W ogólnym przypadku do podparcia wrzeciona konieczne są dwa łożyska poprzeczne i jedno łożysko wzdłużne dwustronnego działania. Istnieje duża różnorodność rozwiązań konstrukcyjnych łożysk hydrostatycznych oraz ich układów. Spośród nich można wyróżnić

¹ Politechnika Łódzka, Instytut Obrabiarek i TBM, 90-924 Łódź, ul. Stefanowskiego 1/15

zintegrowane łożyska poprzeczno-wzdłużne, które są przystosowane do równoczesnego przeniesienia sił promieniowych i osiowych.

Zastosowanie takich łożysk pozwala na uproszczenie konstrukcji zespołu wrzecionowego. Straty mocy w tych łożyskach są mniejsze, niż w niezależnych łożyskach poprzecznych i wzdłużnych. Ponadto łożyska zintegrowane wymagają mniejszego natężenia przepływu oleju, co przyczynia się do zmniejszenia wydatku pompy zasilającej układ. W efekcie otrzymuje się konstrukcję prostszą, łatwiejszą do wykonania, tańszą i korzystniejszą pod względem energetycznym [6], [8-9], [14].



Rys. 1. Główne wymiary badanego zespołu wrzecionowego
Fig. 1. Main dimensions of the bearing unit

Na rys. 1 przedstawiono konstrukcję i główne wymiary zespołu wrzecionowego badanego w ramach prac [10-12]. W przedniej podporze A zastosowano łożysko poprzeczno-wzdłużne walcowo-czołowe. Olej dostarczany jest poprzez cztery dławiki do czterech komór walcowej części tego łożyska. Następnie olej przedostaje się do dwóch komór o średnicy D_k łożyska wzdłużnego walcowego. Jego przepływ jest przy tym dławiony w szczelinach o wysokości h_{0A} , które pełnią rolę dławików. Na zewnątrz łożyska olej wypływa przez szczeliny o wysokości h_{0x} .

Tylną podporę B stanowi hydrostatyczne czterekomorowe łożysko poprzeczne walcowe. Olej dopływa do komór przez cztery dławiki, a wydostaje się z nich przez szczeliny o wysokości h_{0B} .

2. SZTYWNOŚĆ ŁOŻYSKA POPRZECZNEGO

W przypadku czopa nieobrcającego się sztywność statyczna typowego łożyska poprzecznego w obu kierunkach promieniowych jest jednakowa i równa ciśnieniowemu składnikowi sztywności K_p [7]:

$$c_y = c_z = K_p \quad (1)$$

Dla łożyska takiego, jak w podporze B (rys. 1), wartość składnika K_p można obliczyć z poniższego wzoru wg [7]:

$$K_p = U \frac{D_r L_r \beta_0}{h_0} p_s \quad (2)$$

We wzorze tym występują wielkości:

– współczynnik bezwymiarowy

$$U = \frac{3k^2}{4\pi \left[\frac{1}{2(1-\beta_0)\sin^2(\pi/k)} + \delta \right]} \quad (3)$$

– wskaźnik przepływów międzykomorowych w łożysku nieobciążonym

$$\delta = \frac{kL_r l}{\pi D s} \quad (4)$$

– zastępcza średnica łożyska

$$D_r = \left(1 - \frac{ks}{2\pi D} \sin^2 \frac{\pi}{k} \right) D \quad (5)$$

– zastępcza długość łożyska

$$L_r = L - l \quad (6)$$

W oznaczeniach wymiarów: D , L , l , s , h_0 (rys. 1) pominięto indeks B . Liczba komór to k , zaś ciśnienie zasilania – p_s .

Na specjalną uwagę zasługuje wskaźnik ciśnień w komorach łożyska nieobciążonego β_0 , który wyraża się stosunkiem ciśnienia w komorze do ciśnienia zasilania. Wskaźnik ten można obliczyć wg [7] z zależności:

$$\beta_0 = \frac{1}{1 + 2R_d/R_p} \quad (7)$$

W mianowniku powyższego wzoru występuje stosunek wskaźników oporów hydraulicznych: dławika R_d i szczeliny wypływowej nieobciążonego łożyska poprzecznego R_p . Wartości wskaźnika R_d oblicza się ze związków, których postać zależy od konstrukcji dławika [13]. Natomiast wskaźnik R_p określony jest wg [7] następująco:

$$R_p = \frac{12kl}{\pi D h_0^3} \quad (8)$$

Zwykle dąży się do uzyskania możliwie dużej sztywności poprzecznej łożyska K_p . W przypadku łożysk hydrostatycznych istnieje możliwość stosunkowo łatwej regulacji tej sztywności poprzez zmianę ciśnienia zasilania p_s lub wskaźnika ciśnień komorowych β_0 . Oba te czynniki można wykorzystywać w celu dostrojenia właściwości gotowego łożyska, którego wszystkie wymiary geometryczne są już znane. Szczególnie interesująca jest zależność sztywności od wskaźnika β_0 . Wskaźnik ten można dobierać dowolnie poprzez zmianę wskaźnika oporu hydraulicznego dławika R_d , zgodnie z wzorem (7).

Wprowadzając pojęcie bezwymiarowego ciśnieniowego składnika sztywności o postaci

$$\bar{K}_p = \frac{K_p h_0}{D_r L_r p_s} \quad (9)$$

i uwzględniając (2) oraz (3), otrzymuje się

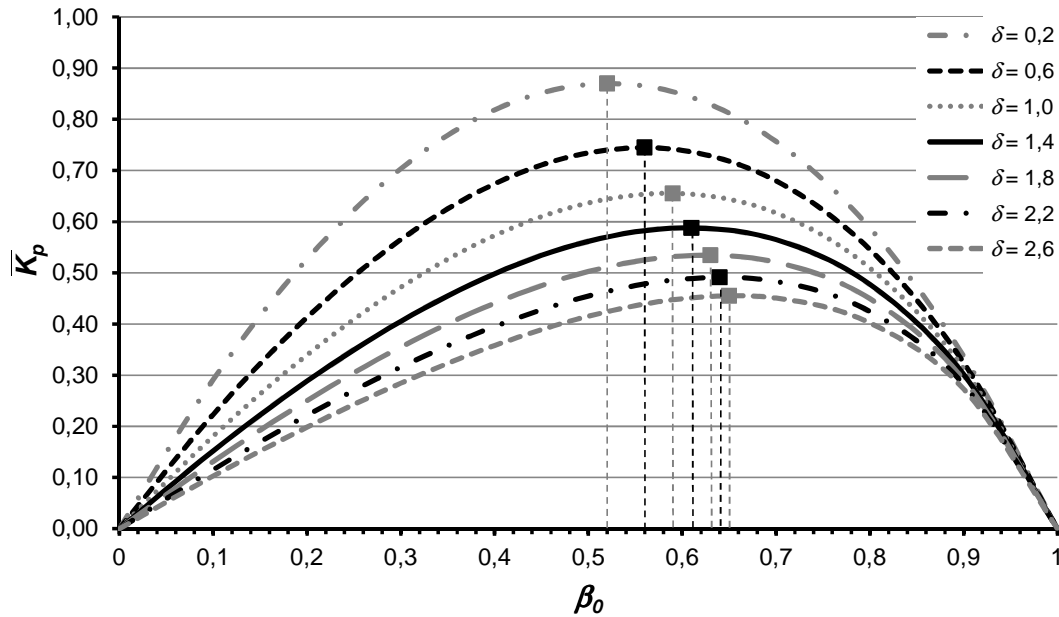
$$\bar{K}_p = \frac{3k^2}{4\pi} \cdot \frac{\beta_0}{\frac{1}{2(1-\beta_0)\sin^2(\pi/k)} + \delta} \quad (10)$$

Na rys. 2 przedstawiono zależność \bar{K}_p od β_0 dla kilku wartości wskaźnika przepływów międzykomorowych δ . Na wykresach zaznaczono maksymalne wartości bezwymiarowych składników \bar{K}_p , uzyskiwane dla optymalnych wskaźników ciśnień komorowych $(\beta_0)_{opt}$, które obliczono ze wzoru wg [5]

$$(\beta_0)_{opt} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{1}{1 + 2\delta \sin^2(\pi/k)}}} \quad (11)$$

Na podstawie analizy rysunku 2 i zależności (11) można stwierdzić, że optymalne wartości wskaźnika β_0 mieszczą się w przedziale

$$0,5 < (\beta_0)_{opt} < 1 \quad (12)$$



Rys. 2. Zależność bezwymiarowego składnika sztywności \bar{K}_p od wskaźnika ciśnień komorowych β_0 dla typowego łożyska poprzecznego czterokomorowego ($k = 4$) przy różnych wartościach wskaźnika przepływów międzykomorowych δ

Fig. 2. Characteristics of dimensionless component of stiffness \bar{K}_p versus pressure ratio β_0 for typical radial bearing with four recesses ($k = 4$) at different circumferential flow rates δ

W przypadku, gdy zachodzi ruch względny między czopem a panwią, optimum wskaźnika β_0 – jeśli istnieje – przyjmuje niższe wartości niż wówczas, gdy tego ruchu nie ma. Przy odpowiednio dużej prędkości obrotowej zależność sztywności od wskaźnika ciśnień staje się monotoniczna – optimum wówczas nie istnieje [5].

3. SZTYWNOŚĆ ZINTEGROWANEGO ŁOŻYSKA POPRZECZNO-WZDŁUŻNEGO

W zintegrowanym łożysku poprzeczno- wzdłużnym ciśnieniowy składnik sztywności K_p , odnoszący się do kierunku poprzecznego, wyraża się wzorem (13), analogicznym do (2)

$$K_p = U \frac{D_r L_r \beta_0}{h_0} \Delta p \quad (13)$$

We wzorze tym prawie wszystkie czynniki mają znaczenie takie samo, jak występujące w formule (2) i są opisane zależnościami (3)÷(8). Wyjątkiem jest Δp , czyli spadek ciśnienia na łożysku poprzecznym wg [4]:

$$\Delta p = \frac{1 - \beta_{0x}}{1 + \beta_0 \beta_{0x} - \beta_{0x}} p_s \quad (14)$$

Pojawiła się tu nowa wielkość: β_{0x} – wskaźnik ciśnień w komorach nieobciążonego łożyska wzdłużnego wg [4]

$$\beta_{0x} = \frac{1}{1 + R_p / (kR_w)} \quad (15)$$

gdzie geometryczny wskaźnik oporu hydraulicznego szczeliny wypływowej nieobciążonego łożyska wzdłużnego jest równy wg [4]

$$R_w = \frac{6 \ln(D_l / D_k)}{\pi h_{0x}^3} \quad (16)$$

Wymiary łożyska wzdłużnego D_l , D_k i h_{0x} pokazano na rys. 1.

W zintegrowanym łożysku poprzeczno-wzdłużnym zależność składnika sztywności K_p od wskaźnika β_0 jest funkcją złożoną, gdyż wskaźnik ten pojawia się nie tylko w liczniku ułamka (13), ale również we wzorze (3), określającym wartość współczynnika U oraz w formule (14), opisującej spadek ciśnienia Δp na łożysku poprzecznym.

Wartość β_0 , regulowana poprzez zmianę dławika, nie ma wpływu na wskaźnik ciśnień komorowych β_{0x} w łożysku wzdłużnym, gdyż ten zależy – zgodnie z wzorem (15) – od wymiarów szczelin wypływowych w łożysku poprzecznym i wzdłużnym (wskaźniki R_p i R_w).

Sztywność łożyska w kierunku wzdłużnym można obliczyć z zależności podanych w pracy [4]:

$$c_{tx} = 6 \frac{A_{rx}}{h_{0x}} \beta_{0x} (1 - \beta_{0x}) \Delta p_x \quad (17)$$

gdzie

$$A_{rx} = \frac{\pi}{4} \left[\frac{D_l^2 - D_k^2}{2 \ln(D_l / D_k)} - D^2 \right] \quad (18)$$

$$\Delta p_x = \frac{\beta_0}{1 + \beta_0 \beta_{0x} - \beta_{0x}} p_s \quad (19)$$

Wielkość A_{rx} oznacza zastępczą (czynną) powierzchnię łożyska wzdłużnego, a Δp_x – spadek ciśnienia na tym łożysku.

Jak wynika z wzorów (17)÷(19), sztywność c_{tx} zależy od obu wskaźników: β_{0x} i β_0 . Należy zatem pamiętać, że zmiana wskaźnika ciśnień komorowych β_0 w łożysku poprzecznym, realizowana w celu dostrojenia tego łożyska, wywołuje zmiany wartości sztywności c_{tx} w kierunku wzdłużnym.

W przypadku łożyska wzdłużnego dobór wartości wskaźnika ciśnień β_{0x} nie jest tak prosty, jak w łożysku poprzecznym. Wydaje się, że najbardziej skutecznym sposobem będzie tu wykonanie łożyska z odpowiednią szczeliną h_{0x} . Można to osiągnąć poprzez obróbkę tulei łożyska na właściwy wymiar l_w (rys. 1).

Na rys. 3 przedstawiono zależność sztywności K_p i c_{tx} od wskaźnika ciśnień w komorach łożyska poprzecznego β_0 . Wykresy sporządzono dla czterech różnych wartości wskaźnika ciśnień w komorach łożyska wzdłużnego β_{0x} . Przyjęto, że zmiana wartości β_{0x} odbywa się przez dobór odpowiedniej szczeliny h_{0x} . Wartości h_{0x} wynosiły 29 – 45 – 60 – 71 μm . Odpowiadały im wskaźniki ciśnień β_{0x} równe odpowiednio 0,79 – 0,5 – 0,3 – 0,21.

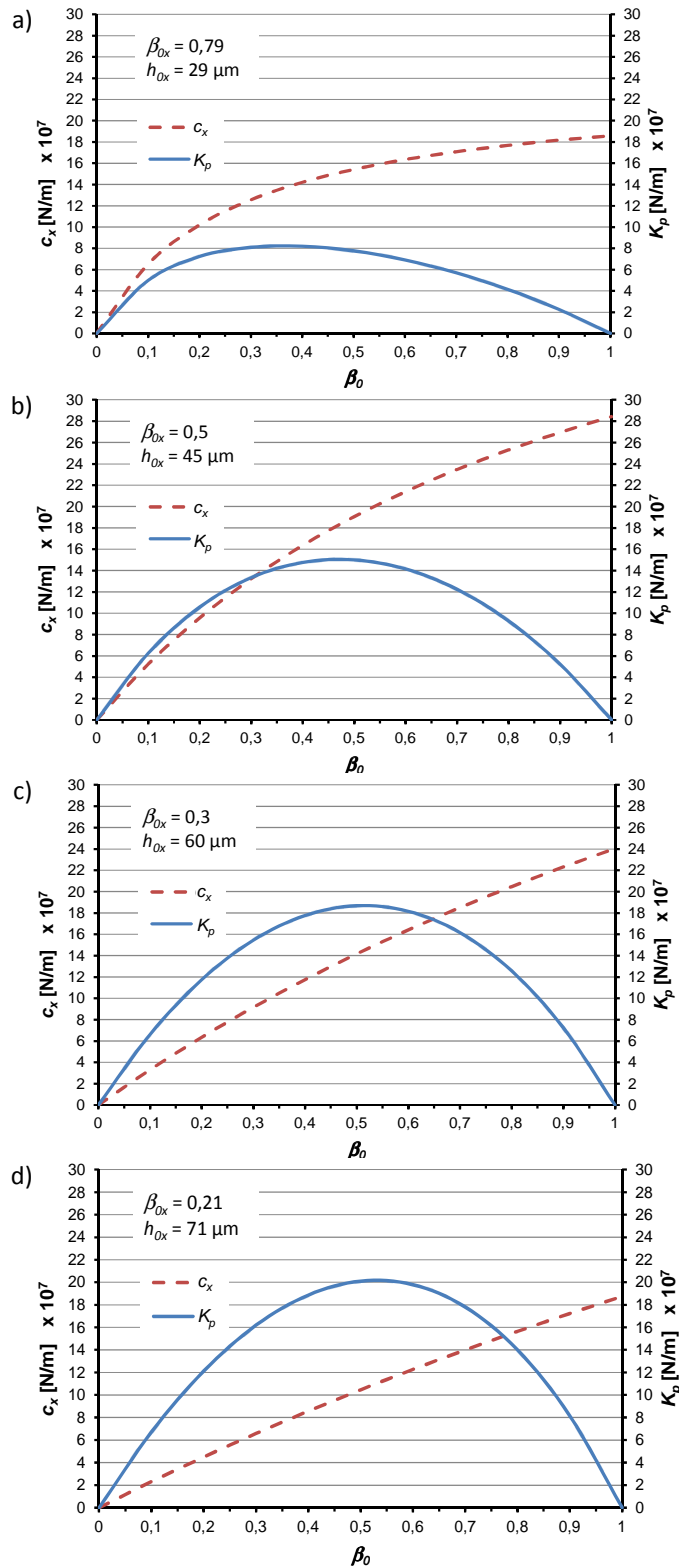
Wymiary zintegrowanego łożyska poprzeczno-wzdłużnego, dla których wykonano wykresy z rys. 3, zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wymiary zintegrowanego łożyska poprzeczno-wzdłużnego
Table 1. Dimensions of the combined journal and thrust bearing

1	Łożysko poprzeczne	
1.1	Średnica otworu w panwi D_{pA} [mm]	90,03
1.2	Długość łożyska L_A [mm]	134
1.3	Szerokość progu wypływowego l_A [mm]	4,0
1.4	Szerokość progu międzykomorowego s_A [mm]	12,0
1.5	Szczelina promieniowa h_{0A} [μm]	54
1.6	Liczba komór k	4
2	Łożysko wzdłużne	
2.1	Średnica zewnętrzna łożyska D_l [mm]	116
2.2	Średnica zewnętrzna komory D_k [mm]	110
2.3	Szczelina osiowa h_{0x} [μm]	29÷71 (wg rys. 3)

We wszystkich przypadkach z rys. 3 zależność sztywności wzdłużnej c_{tx} od wskaźnika β_0 jest funkcją monotoniczną – sztywność rośnie wraz ze wzrostem β_0 . Spośród czterech przypadków z rys. 3 największą sztywność wzdłużną c_{tx} można osiągnąć dla $\beta_{0x} = 0,5$. Jej wartość przekracza $28 \cdot 10^7$ N/m w pobliżu $\beta_0 = 1$. Dla $\beta_{0x} = 0,79$ i $\beta_{0x} = 0,21$ wartości maksymalne są jednakowe w obu przypadkach i równe ok. $18,5 \cdot 10^7$ N/m, ale charakter zmian sztywności c_{tx} w zakresie małych wartości β_0 jest korzystniejszy przy $\beta_{0x} = 0,79$. Natomiast możliwa do osiągnięcia sztywność poprzeczna (składnik K_p) jest zdecydowanie większa dla $\beta_{0x} = 0,21$.

W przebiegu K_p w funkcji β_0 widoczne jest wyraźne maksimum lokalne, podobnie jak dla klasycznego hydrostatycznego łożyska poprzecznego. W porównaniu z zależnościami dla typowego łożyska poprzecznego (rys. 2) wykresy z rys. 3 wskazują, że maksimum związku $K_p = f(\beta_0)$ może przemieścić się poniżej $\beta_0 = 0,5$.



Rys. 3. Wpływ wskaźnika β_0 na sztywność łożyska wzdłużnego c_x i ciśnieniowy składnik sztywności K_p dla ciśnienia zasilania $p_s = 1,5$ MPa i różnych wartości wskaźnika ciśnień komorowych łożyska wzdłużnego β_{0x} :

a) $\beta_{0x} = 0,79$, b) $\beta_{0x} = 0,50$, c) $\beta_{0x} = 0,30$, d) $\beta_{0x} = 0,21$

Fig. 3. Influence of β_0 rate on stiffness of thrust bearing c_x and pressure component of stiffness K_p for supply pressure $p_s = 1.5$ MPa and different pressure ratios of thrust bearing β_{0x} :

a) $\beta_{0x} = 0.79$, b) $\beta_{0x} = 0.50$, c) $\beta_{0x} = 0.30$, d) $\beta_{0x} = 0.21$

4. PODSUMOWANIE

Na podstawie przedstawionych rozważań można stwierdzić, że w zintegrowanym łożysku poprzeczno-wzdłużnym, w przypadku czopa nieobracającego się, istnieje wyraźna wzajemna zależność sztywności w kierunku poprzecznym i wzdłużnym.

Sztywność wzdłużna rośnie wraz ze wzrostem wskaźnika ciśnień w komorach łożyska poprzecznego. Zmiany te są monotoniczne. Intensywność tych zmian zależy od wartości wskaźnika ciśnień w komorach łożyska wzdłużnego.

Sztywność w kierunku poprzecznym posiada wyraźne maksimum, które osiąga dla optymalnej wartości wskaźnika ciśnień w komorach łożyska poprzecznego. Maksymalna wartość tej sztywności zależy od wskaźnika ciśnień w komorach łożyska wzdłużnego. Od tegoż wskaźnika uzależniona jest też wartość optymalna wskaźnika ciśnień w komorach łożyska poprzecznego. W przypadku łożyska zintegrowanego wartość optymalna jest przesunięta w stronę mniejszych wartości, niż w klasycznym łożysku poprzecznym.

Przedstawione rozważania wskazują, iż możliwa byłaby optymalizacja wskaźników ciśnień komorowych z punktu widzenia sztywności. Przez analogię do typowego łożyska poprzecznego [5] można jednak sądzić, że wskaźniki ciśnień komorowych w obu częściach łożyska będą miały wpływ na nośność łożyska, współczynnik tłumienia drgań, częstotliwość drgań własnych, strumień objętości oleju przepływającego przez łożysko, straty mocy pompowania, sumaryczne straty mocy w łożysku i przyrost temperatury oleju. Analityczne i doświadczalne badanie tych zależności może być przedmiotem dalszych prac. Ich efektem mogłaby się stać optymalizacja wielokryterialna wskaźników ciśnień komorowych w zintegrowanym łożysku poprzeczno-wzdłużnym.

LITERATURA

- [1] FRANK W., NEUGEBAUER R., VOLL H., 1995, *Nutzung des Leistungsmögens von Spindellagerungen*, Konstruktion, 3, 53–58.
- [2] HALE L. C., WULFF T. A., SEDGEWICK J. C., 2005, *Testing a low-influence spindle motor*, Precision Engineering, 29, 1–10.
- [3] KANE N. R., SIHLER J., SLOCUM A. H., 2003, *A hydrostatic rotary bearing with angled surface self-compensation*, Precision Engineering, 27, 125–139.
- [4] LEWANDOWSKI D., PRZYBYŁ R., *Obliczenia i projekt konstrukcji wrzeciennika IPH (PTScP 85×260-SH) w wersji modelowej*, w pracy: Lewandowski D., Oryński F., Krępski M., Przybył R., Stańczyk E., Wilk St., *Rozwiązanie problemu łożyskowania wrzecion szlifierek z elektrycznym napędem bezpośrednim lub pasowym dla prędkości obrotowych 3÷120 tys. obr/min przez zastosowanie łożysk hydro- i aerostatycznych przy współpracy z OBRMiUT Kraśnik – sprawozdanie z I etapu pracy*. Prace IOiTBM Politechniki Łódzkiej. Łódź 1980 (praca niepublikowana).
- [5] PRZYBYŁ R., 1995, *Optymalizacja wskaźnika ciśnień komorowych w poprzecznym łożysku hydrostatycznym z uwzględnieniem ruchu obrotowego*. Tribologia, XXVI, 3, 229–247.
- [6] PRZYBYŁ R., 2005, *Podstawowe problemy projektowania zespołów wrzecionowych wyposażonych w łożyska hydrostatyczne*, w monografii: Dąbrowski L. (red.), *Obróbka ścierna w technikach wytwarzania. Badania i aplikacje*, Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- [7] PRZYBYŁ R., 2003, *Poprzeczne łożyska hydrostatyczne w zespołach wrzecionowych obrabiarek*, Łódź, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej Nr 921 Rozprawy Naukowe Z.322, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej.
- [8] ROWE W. B., 1983, *Hydrostatic and Hybrid Bearing Design*, London, Butterworths.

- [9] ROWE W. B., O'DONOGHUE J. P., 1971, *Design Procedures for Hydrostatic Bearings*, Brighton, Machinery Publishing Co. Ltd.
- [10] SIKORA M., 2010, *Analiza i badania właściwości hydrostatycznych łożysk poprzeczno-wzdłużnych przeznaczonych dla wrzecion obrabiarek*, Łódź, Politechnika Łódzka (praca doktorska).
- [11] SIKORA M., 2009, *Badania zespołu wrzecionowego szlifierki z hydrostatycznym łożyskiem poprzeczno-wzdłużnym*, *Hydraulika i Pneumatyka*, 6, 10–14.
- [12] SIKORA M., 2009, *Untersuchungen des hydrostatischen Spindellagerungssystems*, Proc. 12th International Symposium of Students and Young Mechanical Engineers "Advances in Mechanical Engineering", Gdansk University of Technology, Gdansk, 103–112.
- [13] SIKORA M., PRZYBYŁ R., 2007, *Badania dławików stosowanych w łożyskach hydrostatycznych*, *Hydraulika i Pneumatyka*, 6, 5–8.
- [14] STANSFIELD F. M., 1970, *Hydrostatic Bearings for Machine Tools*, Brighton, Machinery Publishing Co. Ltd.

MUTUAL DEPENDENCE OF RADIAL AND AXIAL STIFFNESS OF HYDROSTATIC COMBINED JOURNAL AND THRUST BEARINGS

In the paper the characteristics of the stiffness of the hydrostatic combined journal and thrust bearing in relation to its geometrical and hydraulic parameters is presented. Radial and axial stiffness of the bearing with non-rotating shaft was taken into account. Influence of the pressure ratios in non-loaded bearing on stiffness in both directions was particularly concerned. The derived characteristics were described by means of mathematical formulas and graphical diagrams. Mutual dependencies of stiffness in both directions were examined. Optimization capabilities of pressure ratios in respect of bearing stiffness is also presented.