

Bartosz POWAŁKA<sup>1</sup>

## **IDENTYFIKACJA SIŁY SKRAWANIA NA PODSTAWIE POMIARÓW PRZYSPIESZEŃ Z ZASTOSOWANIEM TECHNIK REGULARYZACJI**

Artykuł prezentuje metodę estymacji sił skrawania na podstawie pomiarów przyspieszeń drgań oraz częstotliwościowej funkcji przejścia. Poprawę uwarunkowania macierzy funkcji przejścia uzyskano przez zastosowanie technik regularyzacji TSVD i Tikhonova powiązane z metodą L-curve. Zastosowanie technik regularyzacji przyniosło poprawę dokładności oszacowania drugiej składowej harmonicznej siły skrawania. Przeprowadzona analiza mierzonych przyspieszeń z wykorzystaniem krótkoczasowej transformacji Fouriera (STFT) wykazała, że główną przyczyną niedokładności estymacji pierwszej składowej harmonicznej jest niestacjonarność obiektu wynikająca z zachodzących w trakcie obróbki zmian wzajemnego położenia elementów układu korpusowego obrabiarki. Ograniczona skuteczność klasycznych metod regularyzacji sugeruje konieczność opracowania metod wykorzystujących zależności oparte na modelu sił skrawania.

### **1. WPROWADZENIE**

Znajomość sił działających w trakcie eksploatacji jest zagadnieniem istotnym z punktu widzenia analizy dynamiki budowli i układów mechanicznych. Często bezpośredni pomiar tych sił jest bardzo utrudniony lub wręcz niemożliwy. Stosowane są wówczas techniki identyfikacji odwrotnej, w których nieznanne siły działające na układ wyznaczone są na podstawie odpowiedzi drganiowej. Zakładając stałą lokalizację sił eksploatacyjnych wykorzystuje się macierz częstotliwościowych funkcji przejścia, która po odwróceniu umożliwia rekonstrukcję sił na podstawie mierzonych odpowiedzi. Położenie sił w procesie frezowania jest znane: siły skrawania działają na narzędzie skrawające i przedmiot obrabiany. Pomiar sił skrawania jest wymagany m.in. do estymacji współczynników oporu właściwego skrawania, które wykorzystywane są do budowy wykresu stabilności, czyli tzw. krzywych workowych. Wykres ten umożliwia dobór parametrów skrawania (głębokości skrawania i prędkości obrotowej wrzeciona) gwarantujących uniknięcie powstania drgań samowzbudnych typu regeneracyjnego. Zazwyczaj współczynniki oporu właściwego skrawania wyznaczone są na drodze eksperymentalnej poprzez prowadzenie serii testów skrawania dla kilku wartości posuwu na ostrze, w trakcie których siły skrawania mierzone są bezpośrednio na podstawie siłomierza. Współczynniki oporu właściwego skrawania

---

<sup>1</sup> Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki

estymowane są poprzez dopasowanie modelu siły skrawania do przebiegów eksperymentalnych. Podejście takie wymaga jednak stosowania siłomierza i może być z powodzeniem realizowane w warunkach laboratoryjnych, jednak jest bardzo utrudnione w przemyśle. Realizacja testu skrawania wymusza bowiem przygotowanie próbki możliwej do zamocowania na siłomierzu i przygotowanie programu realizującego obróbkę. Dodatkowo obrabiarka, na której test ten jest realizowany jest wyłączona czasowo z produkcji, co w wielu przypadkach nie jest do zaakceptowania. Metoda umożliwiająca pomiar sił skrawania na podstawie drgań mierzonych w trakcie obróbki jest pożądana przede wszystkim ze względu na brak ingerencji w sam proces produkcyjny.

Odwrotna identyfikacja sił eksploatacyjnych przeprowadzana jest zazwyczaj w oparciu o wykorzystanie metody najmniejszych kwadratów (NK) [1]. Jednak estymacja sił eksploatacyjnych przy użyciu metody NK może być obciążona znacznymi błędami. Niedokładności oszacowania sił wynikają z błędów macierzy funkcji przejścia, błędów mierzonych odpowiedzi oraz słabego uwarunkowania macierzy funkcji przejścia. Słabe uwarunkowanie macierzy funkcji przejścia może powodować zwielokrotnienie błędów mierzonych odpowiedzi. Aby zminimalizować wpływ błędów mierzonych odpowiedzi oraz słabego uwarunkowania macierzy funkcji przejścia stosowane są metody regularyzacji. Najczęściej stosowane są metoda TSVD (Truncated Singular Value Decomposition) oraz metoda regularyzacji Tikhonova [2]. Efektywność tych metod porównana została przez Liu i Sheparda [3]. Doszli oni do wniosku, że regularyzacja Tikhonova jest skuteczniejsza od TSVD, gdy stosowane macierze funkcji przejścia są niewielkich rozmiarów. Istotnym elementem w regularyzacji TSVD jest dobór poziomu regularyzacji, poniżej którego wartości szczególne są usuwane z rozwiązania zaś w regularyzacji Tikhonova określany jest tzw. parametr regularyzacyjny. Zwiększanie wartości tych parametrów prowadzi do stabilizacji rozwiązania, jednak przyjęcie zbyt dużych wartości może powodować niedoszacowanie wartości sił. Najczęściej stosowanymi metodami doboru tych parametrów są OCV (ordinary cross-validation) [4], GCV (generalized cross-validation) [5] oraz metoda L-curve [6]. Porównanie skuteczności metody GCV oraz L-curve przeprowadzone zostało przez Busby i Trujillo [7]. Zaobserwowali oni, że metoda L-curve daje lepsze rezultaty w przypadku modeli o dużych wymiarach. Efektywność metody OCV, GCV oraz metody L-curve została oceniona w pracy [8]. W pracy [9] pokazano zastosowanie innego podejścia, wykorzystującego kryterium rozbieżności Morozova [10], do doboru parametru regularyzacyjnego w zagadnieniu pośredniego pomiaru sił skrawania. Parametr regularyzacyjny wyznaczony został na podstawie wielkości szumu oraz innych niż siła skrawania źródeł drgań, który oszacowany został na podstawie przebiegu przyspieszeń drgań zarejestrowanych w trakcie ruchu jałowego obrabiarki.

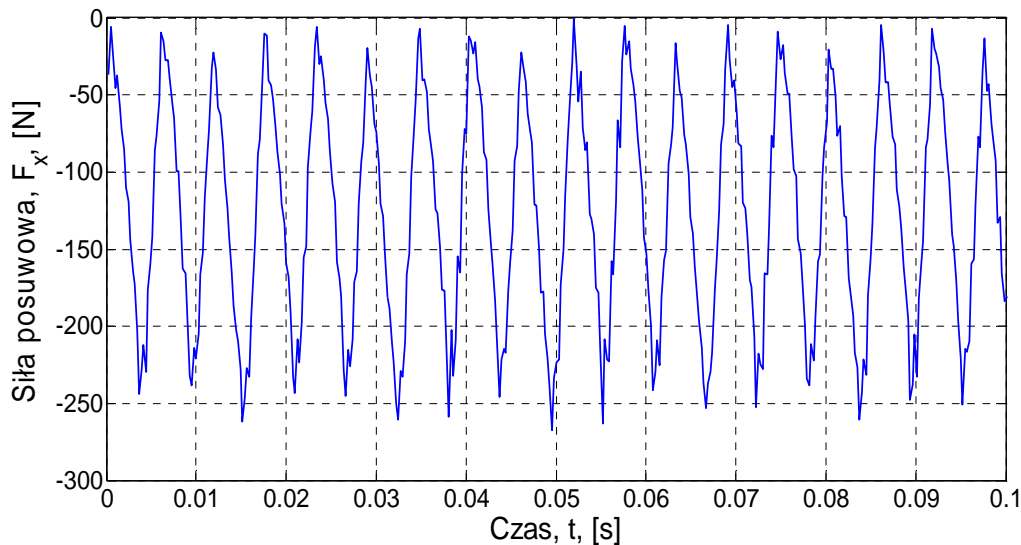
W artykule porównano wyniki estymacji sił skrawania uzyskiwane z zastosowaniem metody najmniejszych kwadratów bez regularyzacji oraz przy stosowaniu regularyzacji TSVD i regularyzacji Tikhonova. Ponieważ wymiary macierzy funkcji przejścia w rozpatrywanym zagadnieniu są niewielkie, przy metodzie TSVD nie dobierano poziomu regularyzacji, lecz w sposób arbitralny usunięto najmniejszą wartość szczególną. W przypadku regularyzacji Tikhonova dobór parametru regularyzacyjnego oparto na metodzie L-curve. Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że dokładność estymacji drugiej harmonicznej siły skrawania jest wyższa niż pierwszej harmonicznej

odpowiadającej częstotliwości wcinania się ostrzy w materiał skrawający. Przeprowadzona analiza czasowo-częstotliwościowa (STFT) umożliwiła określenie przyczyn tej zależności.

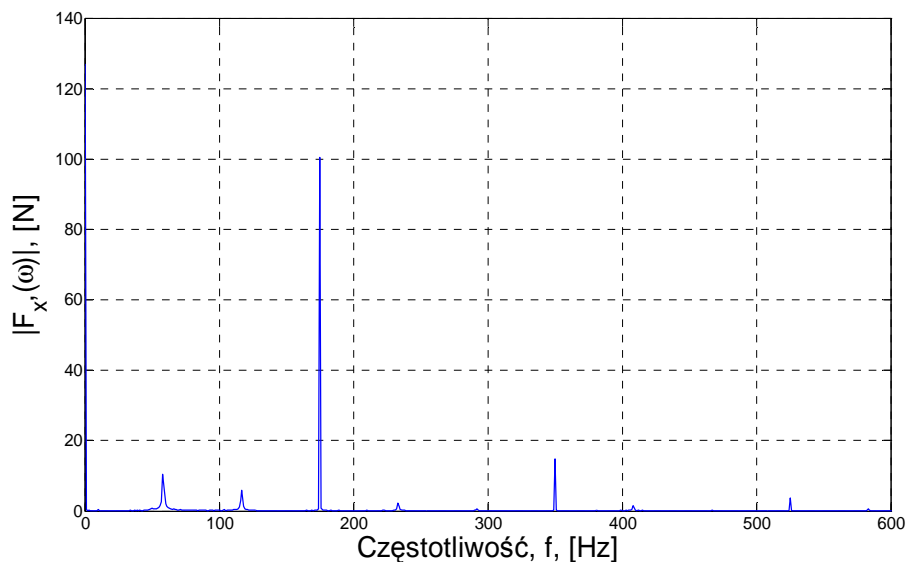
## 2. MACIERZ CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH FUNKCJI PRZEJŚCIA

W trakcie obróbki frezowaniem generowane są siły działające na narzędzie skrawające oraz przedmiot obrabiany. Ponieważ siły te mają charakter zmienny w czasie, dlatego powodują one powstawanie drgań. Amplituda drgań zależna jest od amplitudy sił

a)



b)



Rys. 1. Siła skrawania na kierunku posuwu dla frezowania pełną szerokością freza o  $z=3$  ostrzach, głębokość skrawania  $a_p=1$  mm, posuw na ostrze  $f_i=0,1$  mm, prędkość obrotowa wrzeciona  $N=3500$  obr/min

a) przebieg czasowy, b) widmo częstotliwościowe

Fig. 1. Feed force in full immersion cutting using 3-fluted cutter at depth of cut;  $a_p=1$  mm, feed rate  $f_i=0,1$  mm, spindle speed  $N=3500$  RPM a) force-time plot, b) FFT of the force

skrawania, która zależna jest od rodzaju materiału obrabianego, materiału i geometrii narzędzia skrawającego oraz od przyjętych parametrów obróbki, tj. głębokości skrawania  $a_p$  i posuwu na ostrze  $f_t$ . Istotną cechą siły skrawania przy frezowaniu jest jej okresowy charakter, o okresie wynoszącym.

$$\tau = \frac{60}{Nz}, \quad (1)$$

gdzie:  $N$  - prędkość obrotowa wrzeciona [obr/min],  
 $z$  - liczba ostrzy freza.

Przykładowy przebieg sił skrawania na kierunku posuwu przedstawiony został na rysunku 1a. Na rysunku 1b przedstawiono widmo częstotliwościowe tej siły.

Konsekwencją okresowego charakteru siły skrawania jest taki sam charakter sygnału drgań rejestrowanego podczas realizacji obróbki. W ogólnym przypadku zależność pomiędzy siłą działającą na układ a generowanymi przez nią drganiami opisywana jest za pomocą macierzy częstotliwościowych funkcji przejścia. Częstotliwościowa funkcja przejścia jest definiowana jako iloraz zespolonych wartości: harmonicznego odpowiedzi (drgań) do harmonicznego wymuszenia. W niniejszej pracy pomiar drgań był prowadzony przy użyciu dwóch trójosiowych czujników przyspieszeń. Stąd zależność pomiędzy wektorem przyspieszeń  $\mathbf{a}(\omega) = [a_1(\omega) \ a_2(\omega) \ a_3(\omega) \ a_4(\omega) \ a_5(\omega) \ a_6(\omega)]^T$  a wektorem działających sił skrawania  $\mathbf{F}(\omega) = [F_x(\omega) \ F_y(\omega) \ F_z(\omega)]^T$  przyjmuje postać:

$$\mathbf{a}(\omega) = \mathbf{G}(\omega)\mathbf{F}(\omega) \quad (2)$$

Gdzie macierz częstotliwościowych funkcji przejścia ma postać:

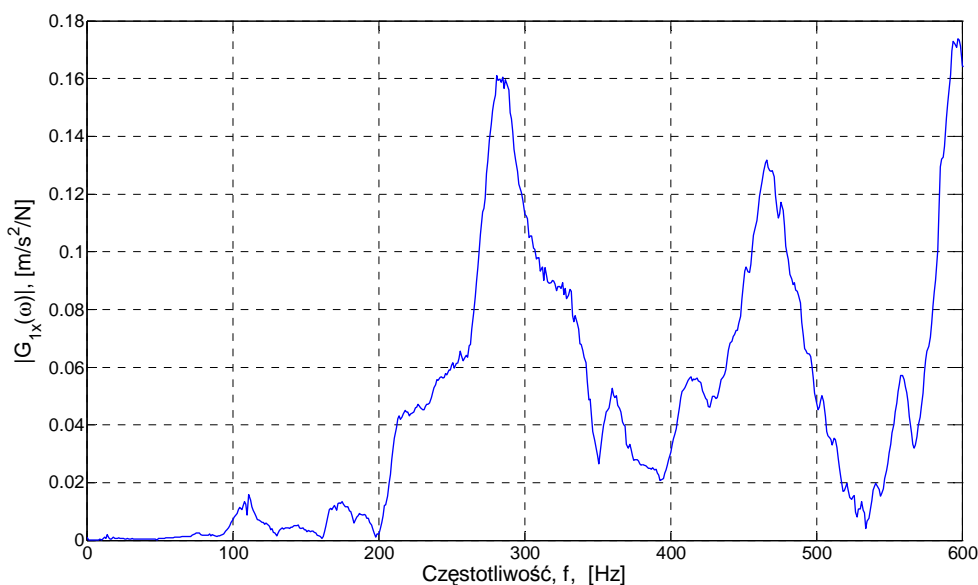
$$\mathbf{G}(\omega) = \begin{bmatrix} G_{1x}(\omega) & G_{1y}(\omega) & G_{1z}(\omega) \\ G_{2x}(\omega) & G_{2y}(\omega) & G_{2z}(\omega) \\ G_{3x}(\omega) & G_{3y}(\omega) & G_{3z}(\omega) \\ G_{4x}(\omega) & G_{4y}(\omega) & G_{4z}(\omega) \\ G_{5x}(\omega) & G_{5y}(\omega) & G_{5z}(\omega) \\ G_{6x}(\omega) & G_{6y}(\omega) & G_{6z}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Częstotliwościowe funkcje przejścia będące składnikami macierzy  $\mathbf{G}(\omega)$  otrzymane zostały eksperymentalnie na podstawie testu impulsowego. W trakcie tego testu dokonywano uderzeń młotkiem modalnym w końcówkę freza kolejno wzdłuż trzech kierunków X, Y i Z, natomiast czujniki przyspieszeń zamocowane były na korpusie wrzeciona. Na rysunku 2 pokazano lokalizację pierwszego z dwóch akcelerometrów wykorzystywanych w trakcie badań (drugi czujnik, który również umieszczono na

wrzecionie jest niewidoczny na zdjęciu). Na zdjęciu zaznaczono kierunek lokalnej osi czujnika, której przy wymuszeniu na kierunku X odpowiada częstotliwościowa funkcja przejścia  $G_{1x}(\omega)$ . Na rysunku tym zaznaczono również układ współrzędnych przyjęty do pomiaru sił skrawania. Test impulsowy przeprowadzono na kierunkach zgodnych z osiami przyjętego układu współrzędnych. Częstotliwościowa funkcja przejścia  $G_{1x}(\omega)$  została pokazana na rysunku 3.



Rys. 2. Test impulsowy przeprowadzony dla wyznaczenia macierzy częstotliwościowych funkcji przejścia  
Fig. 2. Impulse test conducted for the construction of the matrix transfer function



Rys. 3. Doświadczalna częstotliwościowa funkcja przejścia  $G_{1x}(\omega)$   
Fig. 3. Experimental FRF  $G_{1x}(\omega)$

Równanie (2) jest wykorzystywane do estymacji składowych harmonicznych siły skrawania. Równanie to dla  $k$ -tej harmonicznej częstotliwości wchodzenia ostrzy freza w przedmiot obrabiany  $\omega_i$  przyjmuje postać:

$$\mathbf{a}(k\omega_i) = \mathbf{G}(k\omega_i)\mathbf{F}(k\omega_i), \quad (4)$$

przy czym  $\omega_i = 2\pi Nz/60$ .

### 3. METODA IDENTYFIKACJI SIŁY SKRAWANIA

Proponowana identyfikacja sił skrawania polega na estymacji składowych harmonicznych  $\mathbf{F}(k\omega_i)$  na podstawie wektora mierzonych przyspieszeń  $\mathbf{a}(k\omega_i)$  przy użyciu zależności (4). Identyfikacji  $k$ -tej składowej harmonicznej można dokonać stosując wprost metodę najmniejszych kwadratów. Sprowadza się to do minimalizacji normy

$$\min_{\mathbf{F}(k\omega_i)} \|\mathbf{G}(k\omega_i)\mathbf{F}(k\omega_i) - \mathbf{a}(k\omega_i)\|_2^2 \quad (5)$$

Rozwiązanie uzyskane za pomocą (5) może jednak okazać się niedokładne, co może mieć miejsce, gdy macierz funkcji przejścia (3) jest słabo uwarunkowana. Poprawę uwarunkowania macierzy funkcji przejścia można uzyskać stosując metodę TSVD, która jest oparta na rozkładzie macierzy na wartości szczególne. Estymator składowej harmonicznej siły skrawania uzyskany metodą najmniejszych kwadratów (5) można wyznaczyć z wykorzystaniem rozkładu na wartości szczególne jako

$$\hat{\mathbf{F}}^{LS}(k\omega_i) = \mathbf{G}(k\omega_i)^+ \mathbf{a}(k\omega_i) = \mathbf{V}\mathbf{S}^+ \mathbf{U}^H \mathbf{a}(k\omega_i) \quad (6)$$

gdzie  $\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H = \mathbf{G}(k\omega_i)$  jest rozkładem macierzy funkcji przejścia na wartości szczególne.

Macierz  $\mathbf{S}$  jest macierzą diagonalną zawierającą wartości szczególne od największej do najmniejszej. Ponieważ, zgodnie z równaniem (6), największa niestabilność numeryczna powodowana jest przez najmniejsze wartości szczególne, dlatego dla poprawy uwarunkowania właśnie one są eliminowane z rozwiązania. W przypadku macierzy funkcji przejścia o wymiarach 3x6 macierz  $\mathbf{S}$  ma 3 niezerowe wartości szczególne. Rozwiązanie regularyzowane uzyskane w wyniku eliminacji najmniejszej, trzeciej wartości szczególnej ma postać

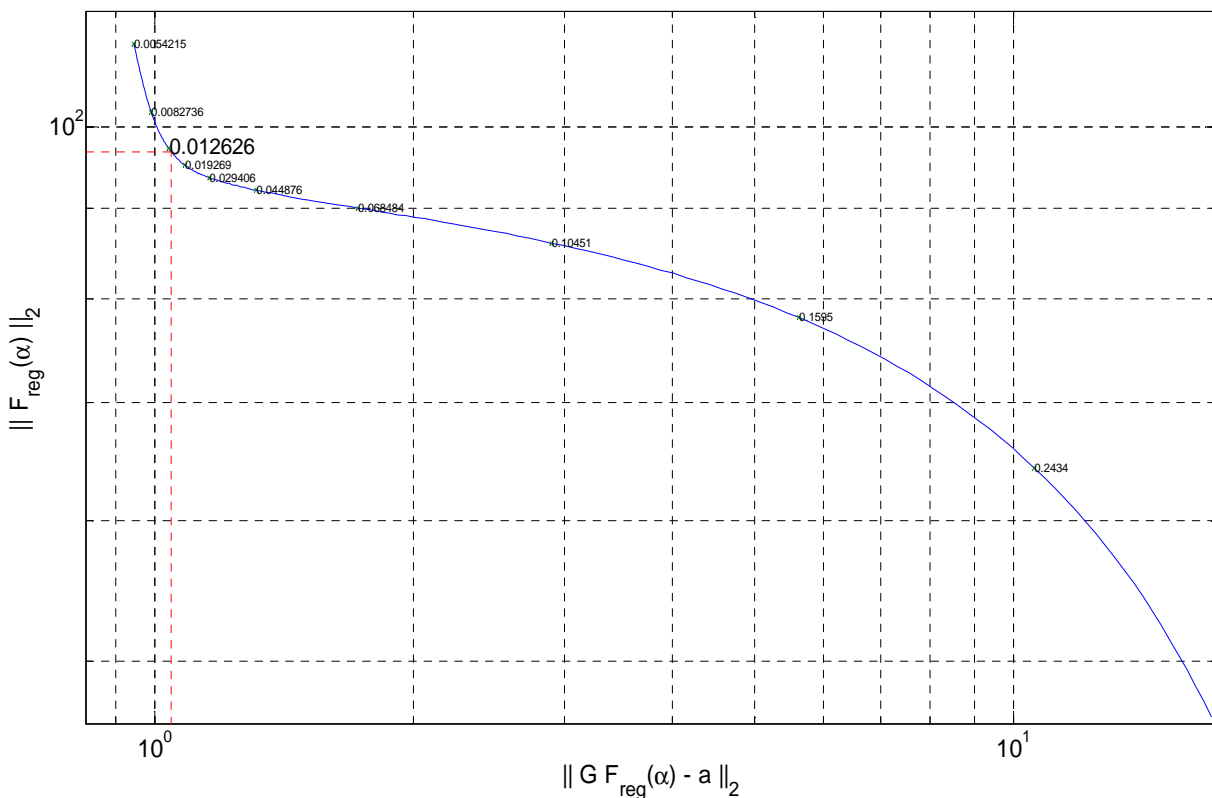
$$\hat{\mathbf{F}}_{reg}^{TSVD}(k\omega_i) = \left( \sum_{i=1}^2 s_i^{-1} \mathbf{U}_i^H \mathbf{V}_i \right) \mathbf{a}(k\omega_i) \quad (7)$$

gdzie  $\mathbf{U}_i$  oznacza  $i$ -tą kolumnę macierzy  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}_i$  jest  $i$ -tą kolumną macierzy  $\mathbf{V}$ ,  $s_i$  jest  $i$ -tą wartością szczególną macierzy funkcji przejścia.

W metodzie regularyzacji TSVD przyjmowane jest „ostre” kryterium dotyczące wartości szczególnych polegające na całkowitej eliminacji z rozwiązania tych wartości, które są poniżej przyjętego progu. Podejście takie, w wielu przypadkach może powodować niedoszacowanie estymatora w stosunku do wartości prawdziwej rozwiązania. Alternatywnym podejściem jest zastosowanie regularyzacji Tikhonova, w której uwzględnia się wszystkie wartości szczególne, jednak przyjęty parametr regularyzacji w największym stopniu wpływa na te o najniższych wartościach. W przypadku rozpatrywanego zagadnienia rozwiązanie regularyzowane uzyskane tą metodą przyjmie postać:

$$\hat{\mathbf{F}}_{reg}^{Tikh}(k\omega_t) = \left( \sum_{i=1}^3 \left( \frac{s_i^2}{s_i^2 + \alpha} s_i^{-1} \right) \mathbf{U}_i^H \mathbf{V}_i \right) \mathbf{a}(k\omega_t) \quad (8)$$

Kluczowym elementem tej metody jest dobór parametru regularyzacyjnego  $\alpha$ . Jednym z możliwych sposobów jest zastosowanie metody L-curve. Metoda ta polega na wykreśleniu krzywej określającej zależność pomiędzy normą rozwiązania regularyzowanego i normą odpowiadającego mu residuum dla różnych wartości parametru regularyzacji.



Rys. 4. Wyznaczenie parametru regularyzacyjnego za pomocą krzywej L

Fig. 4. Determination of the regularization parameter using L-curve

Wykres ten tworzony jest w skali logarytmicznej, a parametr regularyzacji wyznacza punkt charakterystyczny, w którym następuje przejście z części krzywej odpowiadającej

szybkim spadkowi normy rozwiązania do części, w której zwiększanie parametru powoduje duży przyrost normy residuum. Podejście to stanowi kompromis pomiędzy stabilizacją rozwiązania a zbyt dużym niedoszacowaniem rozwiązania. Rysunek 4 przedstawia przykładową krzywą L wraz z zaznaczonym parametrem regularyzacji.

#### 4. DOŚWIADCZALNA IDENTYFIKACJA SIŁ SKRAWANIA

Opisane metody estymacji zastosowano do oszacowania sił skrawania dla różnych wartości posuwu na ostrze oraz różnych prędkości obrotowych wrzeciona. Zmiana posuwu na ostrze powoduje odpowiednią zmianę amplitudy siły skrawania, podczas gdy zmiana prędkości obrotowej wrzeciona powoduje zmianę częstotliwości wchodzenie ostrzy w przedmiot obrabiany. Zmiana posuwu na ostrze ma zatem bezpośredni wpływ na stosunek sygnału do szumu (tzw. SNR), co może wpływać na dokładność oszacowania. Prędkość obrotowa wrzeciona może również wpłynąć na dokładność oszacowania siły skrawania, gdyż wywiera bezpośredni wpływ na uwarunkowanie macierzy funkcji przejścia (3), która jest funkcją częstotliwości. W realizowanych w ramach badań testach skrawania obróbkę prowadzono pełną szerokością 3-ostrzowego freza, głębokość skrawania  $a_p$  wynosiła 1 mm, co zapewniało stabilną obróbkę bez powstawania drgań samowzbudnych. Tym samym obróbce towarzyszyły jedynie drgania wymuszone. Przeprowadzono 12 testów skrawania dla posuwów na ostrze i prędkości obrotowych zestawionych w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry skrawania przyjęte w przeprowadzonych testach  
Table 1. Cutting parameters in tests

l.p.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f_t$ [mm]	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,1	0,0	0,09	0,1
	8	9		8	9		8	9		8		
$N$ [obr/m in]	340	340	340	350	350	350	360	360	360	370	370	370
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\omega_r/(2\pi)$ [Hz]	170	170	170	175	175	175	180	180	180	185	185	185

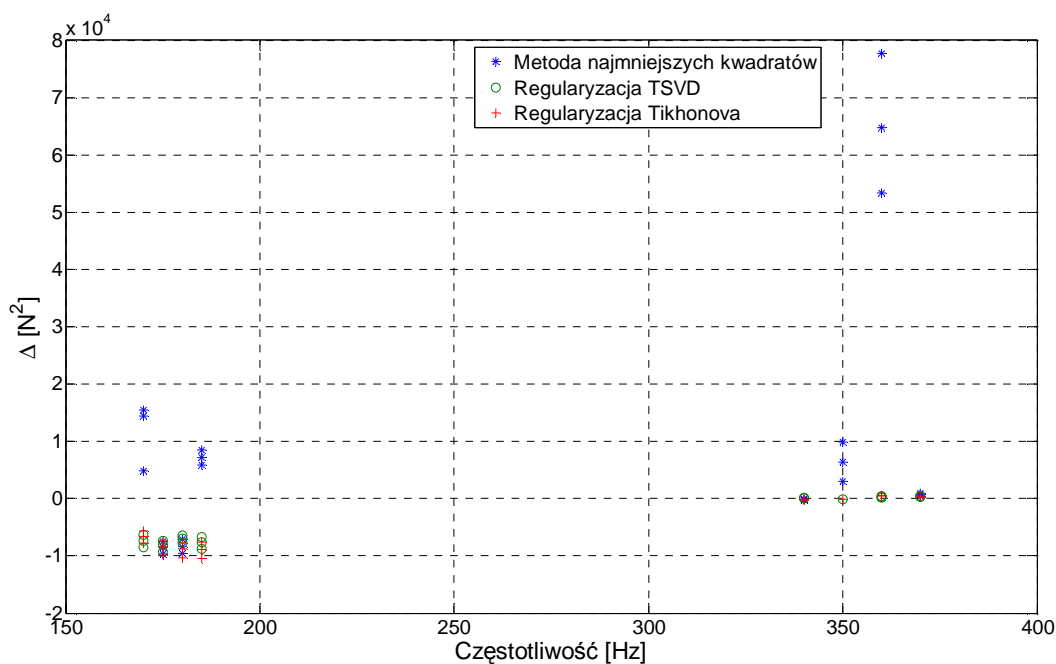
W trakcie przeprowadzonych testów skrawania dokonywano bezpośredniego pomiaru sił skrawania 6-składowym siłomierzem firmy Kistler oraz pomiaru przyspieszeń z użyciem 2 akcelerometrów trójskładowych. Następnie za pomocą zależności (6), (7) i (8), czyli stosując odpowiednio metodę najmniejszych kwadratów, metodę najmniejszych kwadratów wraz z regularyzacją TSVD i metodę najmniejszych kwadratów wraz z regularyzacją Tikhonova, przeprowadzano estymację pierwszej i drugiej składowej harmonicznego siły



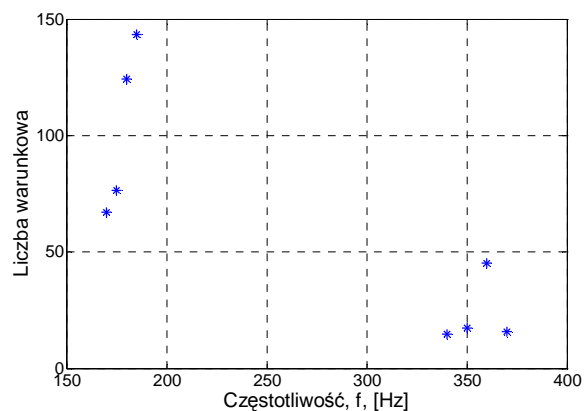
skrawania. Dla oceny dokładności estymowanej składowej harmonicznej siły skrawania przyjęto rozbieżność w stosunku do pomiaru bezpośredniego (z użyciem siłomierza) zdefiniowaną jako:

$$\Delta(k\omega_i) = \hat{\mathbf{F}}^H(k\omega_i)\hat{\mathbf{F}}(k\omega_i) - \mathbf{F}^H(k\omega_i)\mathbf{F}(k\omega_i) \quad (9)$$

Na rysunku 5 przedstawiono wykres tak zdefiniowanego błędu dla porównywanych metod dla wszystkich przeprowadzonych testów w funkcji częstotliwości, natomiast na rysunku 6 zaprezentowano błąd w funkcji posuwu na ostrze. Analizując drugi z wykresów można stwierdzić, że posuw na ostrze nie ma wpływu na poziom błęd oszacowania.

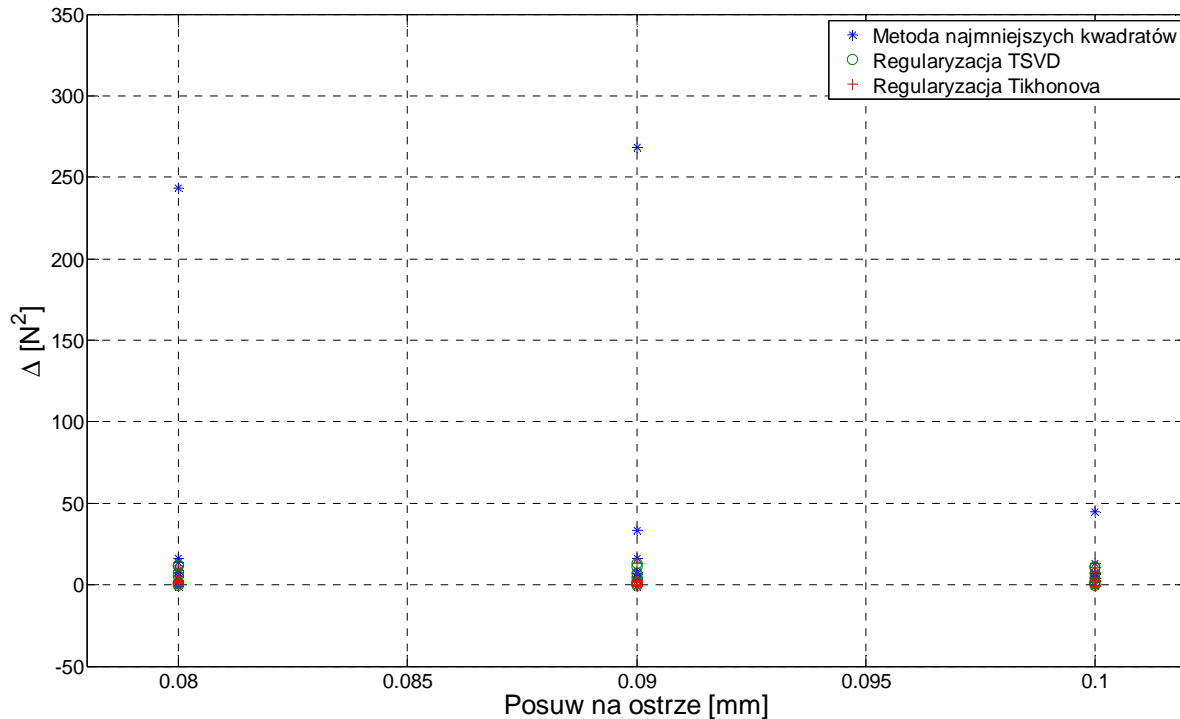


Rys. 5. Błąd estymacji składowych harmonicznych siły skrawania w funkcji częstotliwości  
Fig. 5. Estimation error of the cutting force harmonic components as a frequency function



Rys. 6. Liczba warunkowa macierzy funkcji przejścia  
Fig. 6. Condition number of transfer function matrix

Więcej informacji niesie wykres błędu w funkcji częstotliwości. Na wykresie tym widoczne są dwie grupy częstotliwościowe; reprezentują one odpowiednio pierwsze i drugie składowe harmoniczne. Zastosowanie metod regularyzacji przyniosło dużą poprawę oszacowania dla drugiej składowej harmonicznej.

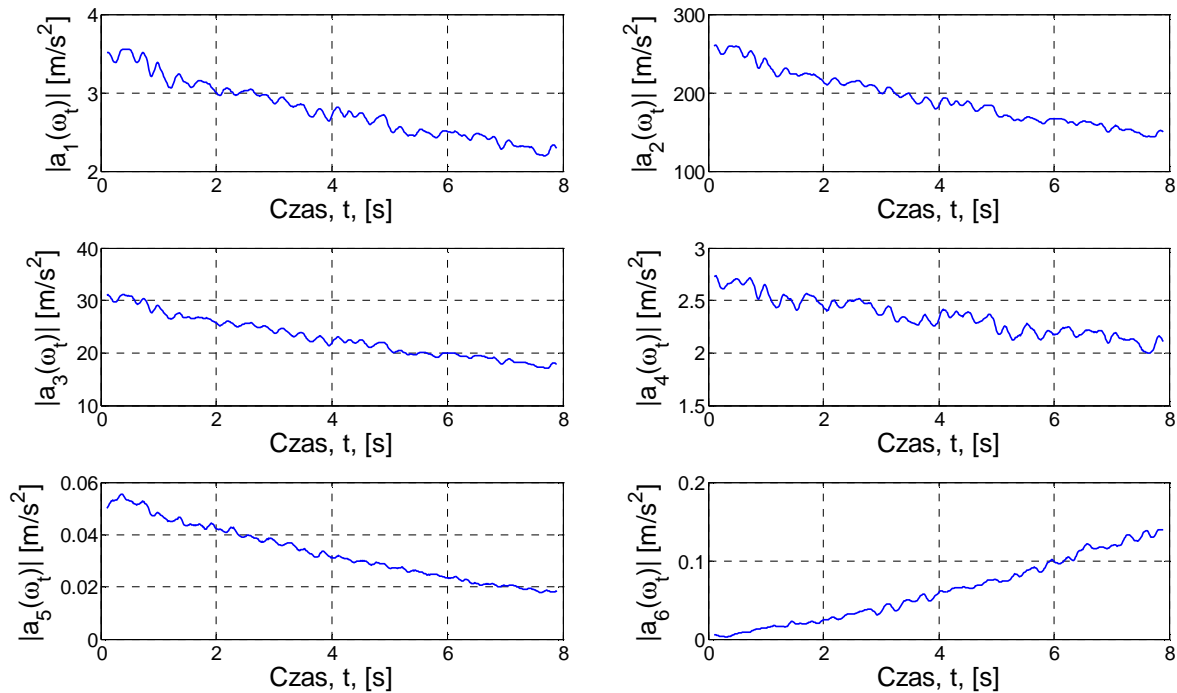


Rys. 7. Błąd estymacji składowych harmonicznych siły skrawania w funkcji posuwu na ostrze  
 Fig. 7. Estimation error of the cutting force harmonic components as a feed rate function

## 5. PODSUMOWANIE

Błędy oszacowania pierwszej harmonicznej zarówno dla rozwiązań regularyzowanych, jak i nieregularyzowanych są zbliżone i pozostają na stosunkowo wysokim poziomie. Aby wykryć przyczynę tych zależności przeanalizowano wpływ uwarunkowania macierzy częstotliwościowych funkcji przejścia. Wykres liczby warunkowej, będącej stosunkiem największej do najmniejszej wartości szczególnej przedstawiono na rysunku 6. Zauważalne jest istotnie lepsze uwarunkowanie macierzy funkcji przejścia dla częstotliwości odpowiadającej drugiej harmonicznej. Jednak należy podkreślić, że w przypadku estymacji pierwszej harmonicznej zastosowanie metod regularyzacji poprawiających uwarunkowanie nie przyniosło pożądanych rezultatów. Regularyzacja poprawiła znacznie jakość rozwiązania dla częstotliwości 360 Hz, dla której macierz funkcji przejścia była słabo uwarunkowana. Wyjaśnienie tej zależności otrzymano po przeprowadzeniu analizy stacjonarności sygnałów przyspieszeń. Równanie (4), będące punktem wyjścia do oszacowania sił skrawania, zakłada niezmienność częstotliwościowych

funkcji przejścia. Oznacza to niezmiennosc częstotliwościowych funkcji przejścia w trakcie obróbki w stosunku do ich wartości wyznaczonych w teście impulsowym. Założenie to może nie być spełnione, gdyż w trakcie realizacji obróbki następuje przemieszczanie się elementów układu korpusowego obrabiarki, co może wpłynąć na zmianę jej charakterystyki dynamicznej.

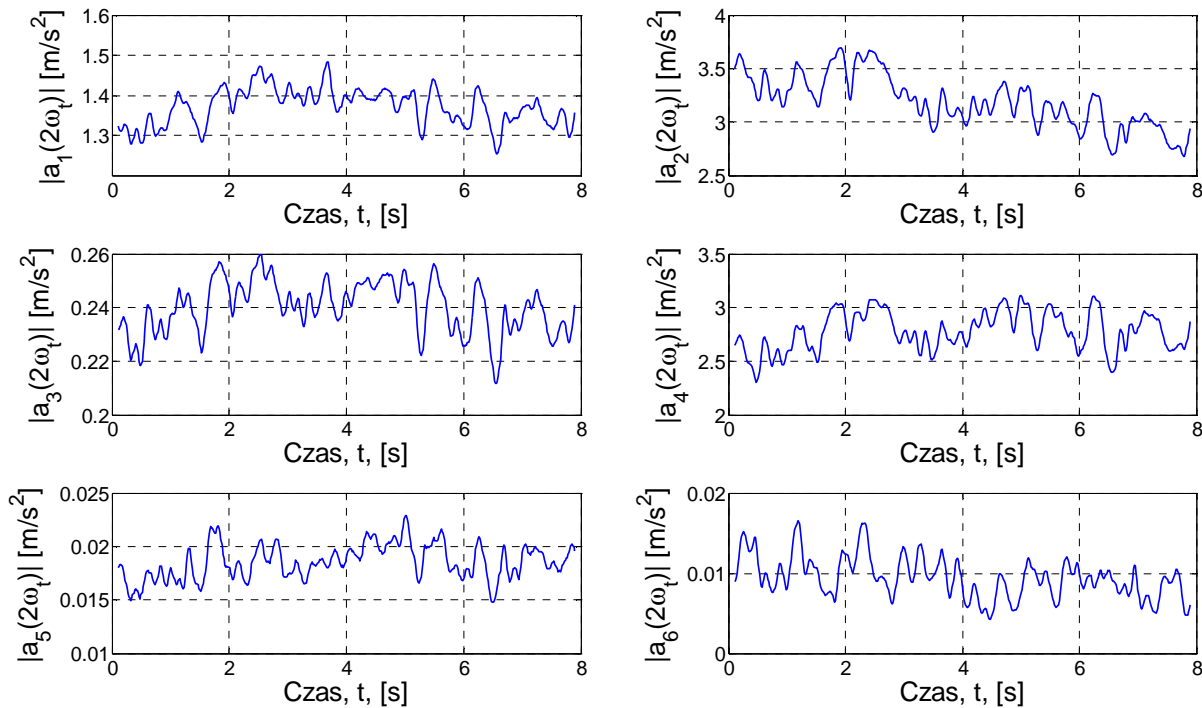


Rys. 8. Zmienność amplitudy przyspieszeń 1. harmonicznej wcinania się ostrzy w materiał obrabiany  
Fig. 8. Time variability of acceleration amplitudes of the 1st harmonic of tooth passing frequency

Aby ocenić czy dla wybranej częstotliwości nastąpiła zmiana charakterystyki dynamicznej wpływająca bezpośrednio na poziom drgań, przeprowadzono czasowo-częstotliwościową analizę sygnałów przyspieszeń STFT (długość okna 0.2 s). Na rysunku 8 pokazano przebieg amplitud rejestrowanych przyspieszeń odpowiadających częstotliwości 170Hz (test nr 1) w funkcji czasu, a na rysunku 9 przebieg amplitud odpowiadających częstotliwości 2. harmonicznej – 340Hz. Amplitudy przyspieszeń dla 1. harmonicznej charakteryzują się dużą zmiennością z widocznym trendem na wszystkich przebiegach. Oznacza to, iż ruch realizowany przez elementy korpusowe obrabiarki istotnie wpływa na zmianę sztywności dynamicznej dla częstotliwości 170Hz. Znacznie mniejszą zmienność obserwuje się dla częstotliwości 340Hz i dlatego oszacowanie drugiej harmonicznej siły skrawania okazało się znacznie dokładniejsze (rys. 5).

Klasyczne techniki regularyzacji, takie jak TSVD i regularyzacja Tikhonova powodują redukcję wpływu błędów doświadczalnie wyznaczonej częstotliwościowej funkcji przejścia na estymatory siły skrawania. Stąd dla niskich wartości funkcji przejścia udział błędów jest wyższy, i w konsekwencji, mogą wywierać one większy wpływ na dokładność oszacowania

sił. W rozważanym przypadku funkcja przejścia charakteryzowała się niskimi wartościami w zakresie częstotliwości odpowiadającym pierwszej składowej harmoniczej. Stąd, również i ten czynnik mógł przyczynić się do obniżenia dokładności oszacowania.



Rys. 9. Zmienność amplitudy przyspieszeń 2. składowej harmoniczej wcinania się ostrzy w materiał obrabiany  
Fig. 9. Time variability of acceleration amplitudes of the 2nd harmonic component of tooth passing frequency

Rozwiązaniem problemu ograniczonej skuteczności klasycznych metod regularyzacji w przypadku układów niestacjonarnych może być stosowanie dedykowanych technik, które wykorzystują zależności wynikające wprost z rozpatrywanych zjawisk. W przypadku identyfikacji sił skrawania możliwe jest wykorzystanie zależności występującymi pomiędzy składowymi harmonicznymi siły skrawania. Zależność ta nie wpływa bezpośrednio na uwarunkowanie macierzy funkcji przejścia, jak w przypadku stosowania klasycznych technik regularyzacji, jednak nakładając ograniczenie na rozwiązanie może powodować jego stabilizację.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2011 jako projekt badawczy NR03-0031-04.

#### LITERATURA

- [1] STEVENS K.K., 1987, *Force identification problems – an overview*, Proceedings of the SEM Spring Conference on Experimental Mechanics, Houston.
- [2] TIKHONOV A.N., 1963, *Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method*, Soviet Math. Dokl., 4/1035–1038.

- [3] LIU Y., SHEPARD W.S., 2005, *Dynamic force identification based on enhanced least squares and total least-squares schemes in the frequency domain*, Journal of Sound and Vibration, 282/37–60.
- [4] ALLEN M., 1974, *The relationship between variable selection and data augmentation and a method for prediction*, Technometrics, 16/125–127.
- [5] GOLUB G.H., HEATH M., WAHBA G., 1979, *Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter*, Technometrics, 21/2/215–223.
- [6] HANSEN P.C., 1992, *Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve*, SIAM Rev., 34/561–580.
- [7] BUSBY H. R., TRUJILLO D. M., 1997, *Optimal regularization of an inverse dynamics problem*, Computers and Structures, 63/243–248.
- [8] CHOI H.G., THITE A.N., THOMPSON D.J., 2007, *Comparison of methods for parameter selection in Tikhonov regularization with application to inverse force determination*, Journal of Sound and Vibration, 304/894-917.
- [9] POWAŁKA B., DHUPIA J., ULSOY G., KATZ R., 2008, *Identification of machining force model parameters from acceleration measurements*, International Journal for Manufacturing Research, 3/265-284.
- [10] MOROZOV A., 1966, *On the solution of functional equations by the method of regularization*, Soviet Math. Dokl., 7/414-417.

#### IDENTIFICATION OF CUTTING FORCES USING ACCELERATION MEASUREMENTS AND REGULARIZATION TECHNIQUES

Paper presents estimation of cutting forces on the basis of acceleration measurements and frequency response functions (FRFs). Improvement of FRF matrix is obtained by means of TSVD and Tikhonov regularization techniques and L-curve method. Application of regularization techniques resulted in an improved estimation accuracy of the 2nd harmonic component of the cutting force. Short-Time Fourier Transform (STFT) of the acceleration signals showed that the main reason for the inaccuracy of the 1st harmonic component estimation was the object nonstationarity which was caused by changes of relative location of machine tool elements. Limited effectiveness of general regularization techniques suggests necessity of development of methods that are based on the model of cutting forces.