FIZYKA BUDOWLI W TEORII I PRAKTYCE
TOM III, 2008

Sekcja Fizyki Budowli KILiW PAN

PODSTAWY UPROSZCZONEJ METODY GODZINOWEJ OBLICZANIA ILOŚCI CIEPŁA DO OGRZEWANIA I CHŁODZENIA BUDYNKÓW

Piotr NAROWSKI

Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Środowiska, Zakład Klimatyzacji I Ogrzewnictwa
ul. Nowowiejska 20, 00-653 Warszawa, e-mail: piotr.narowski@is.pw.edu.pl

Słowa kluczowe: W artykule przedstawiono uproszczoną metodę wyznaczania ilości ciepła do ogrzewania i chłodzenia budynku zbudowaną w oparciu o analogię elektryczną modelu skupionej pojemności cieplnej. Podstawą modelu nieustalonego procesu wymiany ciepła pomiędzy budynkiem i jego otoczeniem jest układ 5R1C, którego zachowanie się opisuje równanie różniczkowe zwyczajne. W pracy przedstawiono metodę rozwiązania równania tego modelu przy zmiennych warunkach brzegowych zmodyfikowaną metodą Eulera, która wraz z metodą superpozycji układu liniowego w pojedynczej chwili czasu prowadzi do równań uproszczonej godzinowej metody dynamiki cieplnej budynku.

Słowa kluczowe: fizyka budowli, dynamika cieplna, model 5R1C, metoda godzinowa, świadectwa energetyczne.

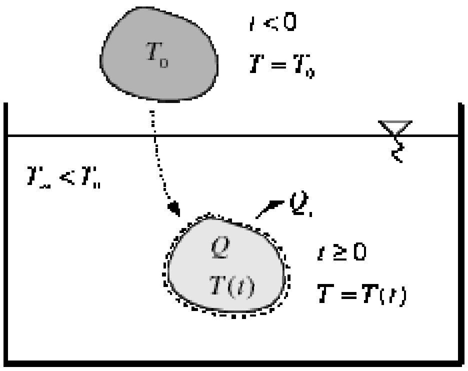
1. WPROWADZENIE

Głównym celem analizy procesów wymiany ciepła w stanach nieustalonych jest wyznaczenie zależności pozwalających na określenie rozkładu temperatury wewnątrz rozpatrywanego ciała w jego bezpośrednim otoczeniu w dowolnej chwili czasu. To jakie będą to zależności wynika wyłącznie z natury zjawiska i założeń jakie będą przyjęte do jego opisu. Jeżeli przyjmiemy, że nie interesuje nas rozkład przestrzenny temperatury wewnątrz przegrody, przez którą przenika ciepło, wówczas opis zjawiska znakomicie się upraszcza i prowadzi do metody skupionej pojemności cieplnej. Pozwala ona na wyznaczenie zmiennej w czasie średniej temperatury wewnątrz przegrody w warunkach nieustalonej wymiany ciepła z otoczeniem. Należy pamiętać o przyjętym założeniu i stosować tę metodę tylko wtedy, gdy współczynnik przewodności cieplnej wewnątrz ciała jest bardzo duży albo w przypadku, gdy współczynnik przejmowania ciepła na jego powierzchni jest bardzo mały.

Powyższe założenia można przyjąć w stosunku do konstrukcji budynku. Przyjmuje się, że współczynnik przejmowania ciepła na ich powierzchni jego przegród jest mały w porównaniu ze współczynnikiem przewodności cieplnej materiałów konstrukcyjnych, co prowadzi do modelu skupionej pojemności cieplnej całego budynku. Model ten ma swój analog elektryczny w postaci układu połączonych ze sobą pięciu rezystorów i jednego kondensatora - 5R1C, w którym napięcia elektryczne odpowiadają temperaturze, a prądy elektryczne strumieniom ciepła. Rozwiązanie zagadnienia nieustalonego przepływu prądu w takim układzie elektrycznym umożliwia wyznaczenie równań uproszczonej metody godzinowej, która służy do obliczania godzinowych wartości energii niezbędnej do ogrzewania albo chłodzenia budynku. Metoda ta jest jednym z najprostszych sposobów rozwiązania zagadnienia zapotrzebowania na energię budynku z uwzględnieniem jego dynamiki cieplnej.

2. METODA SKUPIONEJ POJEMNOŚCI CIEPLNEJ I JEJ ANALOGIA ELEKTRYCZNA

W celu przypomnienia metody skupionej pojemności cieplnej rozważa się prosty przypadek, w którym ciało doznaje nagłej zmiany parametrów cieplnych otocznia, w którym się znajduje. Przykładem może być wyjęty z ogniska kamień wrzucony do wody lub przegroda budynku poddana zmianie temperatury powietrza zewnętrznego. Zakładając dużą wartość współczynnika przewodności cieplnej wewnątrz ciała oraz małą wartość współczynnika przejmowania ciepła na jego powierzchni można założyć, że zmiana temperatury we wnętrzu ciała jest niewielka. Przyjmuje się, że temperatura początkowa ciała T_0 jest jednakowa w całej objętości ciała i jest większa od temperatury otoczenia, w którym to ciało się znalazło $T_\infty < T_0$ w początkowej chwili czasu t = 0. Ciało będzie ostygało w czasie $t > 0$ do momentu, aż osiągnie temperaturę swojego otoczenia T_∞. Zmiana temperatury wewnątrz ciała jest spowodowana wymianą ciepła pomiędzy powierzchnią zewnętrzną ciała i jego otoczeniem.



Rys. 1. Przykład nagłej zmiany parametrów otoczenia ciała
Fig. 1. Example of sudden change of environment parameters

Z prawa Fouriera wynika, że przy braku gradientu temperatury przewodność cieplna materiału dąży do nieskończoności, co w rzeczywistości nigdy nie ma miejsca, ale właśnie to założenie przy małych wartościach współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni ciała jest kwintesencją metody skupionej pojemności cieplnej. Słowo skupiona jest tu na miejscu, ponieważ przyjmuje się że cała masa ciała skupiona jest w jednym punkcie. Znika zatem zmienna przestrzenna, a więc znika gradient temperatury wewnątrz ciała.

Po przyjęciu powyższych założeń, nie jest konieczne rozważanie zjawiska przewodzenia ciepła wewnątrz ciała, a zjawisko wymiany ciepła pomiędzy ciałem i jego otoczeniem w stanie nieustalonym sprowadza się do bilansu energii na jego powierzchni. W rozważanym przypadku zmiana energii wewnętrznej stygnącego ciała równa jest energii cieplnej przejmowanej na jego powierzchni, co można zapisać w postaci równania:

$$Q = -Q_s. \tag{1}$$

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki ilość energii Q dostarczonej do ciała o masie m i cieple właściwym przy stałej objętości c_v, które nie wykonuje pracy zewnętrznej, równa jest zmianie w czasie t jego energii wewnętrznej U:

$$Q = \frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\left[mc_v(T - T_\infty)\right] = mc_v\frac{dT}{dt}. \tag{2}$$

Ilość ciepła przejmowana na powierzchni ciała równa jest iloczynowi współczynnika przejmowania ciepła h, pola powierzchni ciała A_s oraz różnicy temperatury T pomiędzy wnętrzem ciała i jego otoczeniem T_∞:

$$Q_s = hA_s(T - T_\infty). \tag{3}$$

Wstawiając równania (2) i (3) do równania bilansu energii (1) otrzymuje się zależność:

$$mc_v\frac{dT}{dt} = -hA_s(T - T_\infty). \tag{4}$$

Po wprowadzeniu pojęcia potencjału temperatury jako różnicy pomiędzy temperaturą ciała a temperaturą odniesienia (może to być na przykład punkt zero dowolnej skali termometrycznej lub temperatura otoczenia ciała):

$$\theta \equiv T - T_\infty \tag{5}$$

i zauważeniu, że $\frac{d\theta}{dt} = \frac{dT}{dt}$ można zapisać:

$$\rho V c_v\frac{d\theta}{dt} = -hA_s\theta. \tag{6}$$

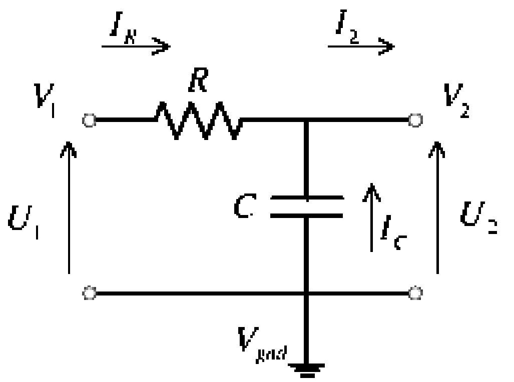
gdzie V jest objętością ciała, a ρ jego gęstością.

Iloczyn gęstości, objętości i ciepła właściwego jest pojemnością cieplną ciała C, natomiast iloczyn współczynnika przejmowania ciepła h i pola powierzchni zewnętrznej jest konduktancją (przewodnością) cieplną H nazywaną także współczynnikiem strat ciepła. Odwrotność konduktancji cieplnej to oporność cieplna R. Zatem równanie (6) można zapisać w postaci:

$$C\frac{d\theta}{dt} = -H\theta. \tag{7}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{RC}\theta. \tag{8}$$

Istnieje analogia równania (6) w teorii obwodów elektrycznych. Odpowiednikiem procesu wymiany ciepła pomiędzy ciałem i jego otoczeniem w metodzie skupionej pojemności cieplnej jest przepływ prądu elektrycznego w układzie złożonym z rezystora i kondensatora przedstawiony na rysunku 2. Układ taki nazywa się czwórnikiem RC i jest to filtr dolnoprzepustowy, który tłumi wymuszenia okresowe o częstotliwościach większych od częstotliwości granicznej $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$.



Rys. 2. Czwórnik RC
Fig. 2. Low-pass RC filter

Wykorzystując definicję oporu elektrycznego i pojemności elektrycznej oraz korzystając z I prawa Kirchoffa można wyznaczyć równanie różniczkowe opisujące zależność pomiędzy napięciem na kondensatorze i prądem płynącym przez rezystor i kondensator:

$$\frac{V_2(t) - V_1(t)}{R} + C\frac{dV_2}{dt} + I_2(t) = 0. \tag{9}$$

Przyjmując, że prąd $I_2(t)$ w dowolnej chwili czasu jest równy zero, co oznacza brak połączenia zacisku z jakimkolwiek innym elementem, oraz przyjmując, że potencjał $V_1(t) = V_{gnd}$, czyli zwarcie do zera, otrzymuje się równanie:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{RC}V. \tag{10}$$

Równanie (10) jest analogiczne do równania (8) i opisuje proces rozładowywania naładowanego do napięcia początkowego $V(0) = V_0$ kondensatora o pojemności C przez rezystor o oporze R. W przypadku wymiany ciepła przez ciało z jego otoczeniem równanie tej postaci oznacza ostyganie ciała w jego otoczeniu.

Równania różniczkowe (8) i (10) dla określonych warunków początkowych można rozwiązać metodą rozdzielenia zmiennych. Całkując równanie z rozdzielonymi zmiennymi otrzymuje się zależność:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\frac{t}{RC}}. \tag{11}$$

Z powyższego równania wynika, że temperaturę stygnącego ciała można wyznaczyć na podstawie zależności:

$$\theta(t) = \theta_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \tag{12}$$

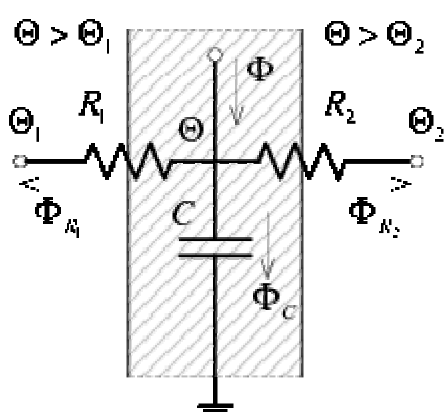
Analogicznie spadek napięcia na kondensatorze, który rozładowuje się przez rezystor można określić na podstawie wzoru:

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \tag{13}$$

Występujący w obu równaniach (12) i (13) iloczyn rezystancji i pojemności RC jest stałą czasową τ, wyznaczającą czas, po którym potencjał osiągnie wartość równą $e^{-1} \approx 0{,}368$ wartości potencjału początkowego.

3. JEDNOWĘZŁOWY MODEL SKUPIONEJ POJEMNOŚCI CIEPLNEJ BUDYNKU

W jednowęzłowym modelu cieplnym budynku zakłada się, że cały budynek stanowi jedno ciało o skupionej pojemności cieplnej. Przyjęcie tego założenia powoduje, że wymiana ciepła budynku z otoczeniem jest analogiczna do stygnącego ciała opisanego w poprzedniej części i opisywana jest tymi samymi równaniami. W najprostszym przypadku wszystkie części budynku stanowią jedną zwartą całość, którą przedstawia się w postaci skupionej pojemności cieplnej C. Opór przenikania ciepła R przez powłokę zewnętrzną budynku jest odpowiednikiem rezystancji w obwodzie elektrycznym. Schemat jednowęzłowego modelu cieplnego budynku przedstawiono na rysunku 3. Na rysunku tym symbolami θ oznaczono temperatury w poszczególnych punktach natomiast symbolem Φ strumienie ciepła.



Rys. 3. Jednowęzłowy model RC budynku
Fig. 3. One node RC building model

Nieznana zmienna w czasie temperatura θ zależy od zmiennych w czasie wartości temperatury $\theta_1 = \theta_1(t)$ i $\theta_2 = \theta_2(t)$ oraz strumienia ciepła dostarczanego lub obieranego w węźle $\Phi = \Phi(t)$ oraz od oporów cieplnych R_1, R_2 i pojemności cieplnej konstrukcji budynku C. Zgodnie z I prawem Kirchoffa w węźle schematu należy dodać do siebie wszystkie strumienie ciepła Φ i otrzymaną sumę przyrównać do zera:

$$-\frac{\theta-\theta_1}{R_1}-\frac{\theta-\theta_2}{R_2}-C\frac{d\theta}{dt}+\Phi=0. \qquad (14)$$

Jeżeli zamiast oporów cieplnych w równaniu **(**14**)** wstawi się konduktancje cieplne (współczynniki strat ciepła) $H = \frac{1}{R}$ i odpowiednio je przekształci wówczas można zapisać:

$$C\frac{d\theta}{dt}=-H_1(\theta-\theta_1)-H_2(\theta-\theta_2)+\Phi. \qquad (15)$$

Równanie to opisuje zmianę średniej temperatury konstrukcji budynku przy zmiennych wartościach temperatury powietrza po obu jej stronach i przy zmiennym strumieniu ciepła dostarczanym do wnętrza konstrukcji. Jeżeli przyjmiemy, że θ_1 jest tożsama z temperaturą powietrza zewnętrznego θ_e, natomiast θ_2 jest tożsama z temperaturą powietrza wewnętrznego θ_i oraz strumień ciepła dostarczanego do wnętrza konstrukcji budynku $\Phi = 0$ wówczas otrzymuje się równanie różniczkowe zwyczajne opisujące zmianę temperatury wnętrza konstrukcji θ w zależności od zmiany temperatury powietrza na zewnątrz i wewnątrz budynku:

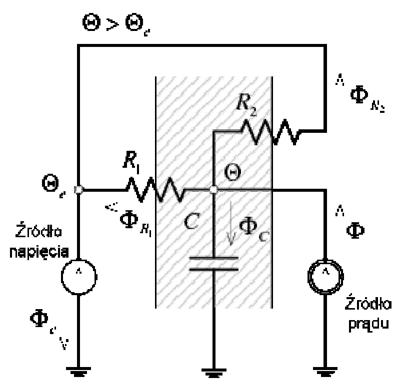
$$C\frac{d\theta}{dt}=H_e(\theta_e-\theta)+H_i(\theta_i-\theta). \qquad (16)$$

gdzie H_e i H_i oznaczają przewodności (konduktancje) cieplne po stronie zewnętrznej i wewnętrznej budynku.

Jeżeli w równaniu (15) przyjmiemy, że $\theta_1 = \theta_2 = \theta_e$ czyli, temperatury po obu stronach konstrukcji będą równe temperaturze powietrza zewnętrznego, co oznacza odpływ ciepła przez obie powierzchnie przegrody do przestrzeni zewnętrznej, wówczas równanie modelu można zapisać zgodnie z równaniem (7) w postaci:

$$C\frac{d\theta}{dt}=-(H_1+H_2)\theta+\Phi. \qquad (17)$$

Jednowęzłowy model skupionej pojemności cieplnej budynku zależny tylko od temperatury powietrza zewnętrznego i strumienia ciepła dostarczanego do wnętrza konstrukcji opisany równaniem (17) został przedstawiony na rysunku 4. Jest on szczególnie przydatny, gdy nie jest znana temperatura powietrza wewnętrznego, natomiast znane są strumienie ciepła dostarczane do wnętrza konstrukcji budynku. Równanie to opisuje także wymianę ciepła ciała z wydrążonym wnętrzem, połączonym z otaczającym to ciało przestrzenią. Rozwinięcie tego modelu do postaci 5R1C pozwala na wyznaczanie temperatury powierzchni wewnętrznych przegród zewnętrznych budynku oraz temperatury powietrza wewnętrznego.



Rys. 4. Model 2R1C budynku wymieniającego ciepło z otoczeniem

Fig. 4. Building 2R1C model

Zależność przedstawiona wzorem (17) jest równaniem różniczkowym ogólnym opisującym ostyganie lub ogrzewanie konstrukcji budynku o skupionej pojemności cieplnej. Rozwiązanie numeryczne tego równania zostanie przedstawione w następnej części artykułu.

4. ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE JEDNOWĘZŁOWEGO MODELU BUDYNKU O SKUPIONEJ POJEMNOŚCI CIEPLNEJ

Do rozwiązania równania różniczkowego jednowęzłowego modelu budynku o skupionej pojemności cieplnej wykorzystuje się zmodyfikowaną metodę Eulera:

$$C\frac{\theta_{n+1}-\theta_n}{\tau}=\frac{1}{2}\Big[\big(-(H_1+H_2)\theta_{n+1}+\Phi\big)+\big(-(H_1+H_2)\theta_n+\Phi\big)\Big]. \quad (18)$$

Po przekształceniu powyższego równania otrzymuje się:

$$C\frac{\theta_{n+1}-\theta_n}{\tau}=-\frac{1}{2}\Big((H_1+H_2)\theta_{n+1}+(H_1+H_2)\theta_n\Big)+\Phi. \quad (19)$$

W równaniu (19) θ_{n+1} oznacza niewiadomą wartość temperatury konstrukcji budynku w chwili następnej, natomiast θ_n jest znaną wartością tej temperatury w chwili bieżącej. Wyznaczenie wartości θ_{n+1} możliwe jest po przekształceniu równania (19), co prowadzi do zależności:

$$\theta_{n+1} = \frac{\theta_n\left(\frac{C}{\tau} - \frac{1}{2}(H_1 + H_2)\right) + \Phi}{\frac{C}{\tau} + \frac{1}{2}(H_1 + H_2)}. \qquad (20)$$

Przyjmując do obliczeń przyrost czasu τ równy jednej godzinie, czyli 3600 s, co w przypadku dynamiki cieplnej budynków jest wartością standardową, otrzymuje się równanie umożliwiające określenie temperatury konstrukcji budynku w kolejnych godzinach, na podstawie temperatury konstrukcji w chwili poprzedniej:

$$\theta_{n+1} = \frac{\theta_n\left(\frac{C}{3600} - \frac{1}{2}(H_1 + H_2)\right) + \Phi}{\frac{C}{3600} + \frac{1}{2}(H_1 + H_2)}. \qquad (21)$$

Zwiększenie dokładności i stabilności rozwiązania za pomocą równania (21) uzyskuje za pomocą metody Crank-Nicholsona przyjmując do dalszych obliczeń wartość temperatury w chwili n jako średnią arytmetyczną z wyznaczonej wartości temperatury w chwili $n + 1$ i n z poprzedniego kroku obliczeniowego. Zatem po wyznaczeniu temperatury θ_{n+1} ze wzoru (21) wyznacza się nową bieżącą wartość temperatury według zależności:

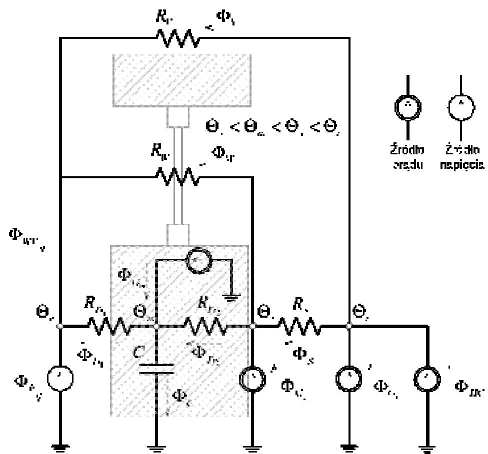
$$\bar{\theta}_n = \frac{\theta_{n+1} + \theta_n}{2}. \qquad (22)$$

którą przyjmuje się jako θ_n w kolejnym kroku obliczeń.

Zależności (21) i (22) stanowią jądro obliczeniowe jednowęzłowej metody skupionej pojemności cieplnej budynku. Modyfikując schemat tej metody przedstawiony na rysunku 4 można uzyskać zależności pomiędzy temperaturą konstrukcji budynku, temperaturą powierzchni wewnętrznych przegród budynku i temperaturą powietrza w jego wnętrzu.

5. MODEL 5R1C DYNAMIKI CIEPLNEJ BUDYNKU

Model 5R1C budynku o skupionej pojemności cieplnej przedstawiony na rysunku 5 zbudowany jest w oparciu o model 2R1C przedstawiony w poprzedniej części artykułu. W modelu tym opór cieplny R_2 zastępuje się czterema oporami cieplnymi, które pozwalają na wyznaczenie dodatkowych wartości temperatury oraz doprowadzenie strumieni ciepła do przestrzeni wewnętrznej budynku.



Rys. 5. Model 5R1C budynku wymieniającego ciepło z otoczeniem
Fig. 5. Building 5R1C heat exchange model

W opisywanym modelu 5R1C wszystkie wartości potencjałów, prądów elektrycznych i rezystancji oznaczono symbolami używanymi w wymianie ciepła i fizyce budynków. Wartości potencjałów węzłowych θ oznaczają: θ_e temperatura powietrza zewnętrznego, θ_m temperatura konstrukcji budynku w modelu skupionej pojemności cieplnej, θ_s temperatura powierzchni wewnętrznej konstrukcji budynku i θ_i temperatura powietrza wewnętrznego. Rezystancje R obwodu odpowiadają oporom cieplnym: R_{Tr1} opór przenikania ciepła przez konstrukcję budynku po stronie zewnętrznej, R_{Tr2} opór przenikania ciepła przez konstrukcję budynku po stronie wewnętrznej, R_S opór przejmowania ciepła do powietrza wewnętrznego do powierzchni wewnętrznej budynku, R_W opór przenikania ciepła przez okna i drzwi w powłoce zewnętrznej budynku i R_V zastępczy opór cieplny powietrza wentylacyjnego. Prądy elektryczne przedstawione na schemacie modelu Φ odpowiadają zatem: Φ_{Tr1} strumieniowi ciepła przepływającemu przez powierzchnię zewnętrzną nieprzezroczystych przegród zewnętrznych, Φ_{Tr2} strumieniowi ciepła przepływającego przez powierzchnię wewnętrzną nieprzezroczystych przegród zewnętrznych, Φ_C strumieniowi ciepła akumulowanego lub oddawanego przez konstrukcję budynku, Φ_S strumieniowi ciepła przejmowanego na powierzchni wewnętrznej konstrukcji budynku, Φ_W strumieniowi ciepła przenikającego przez okna i drzwi powłoki zewnętrznej budynku oraz Φ_V strumieniowi ciepła niezbędnego od przygotowania powietrza wentylacyjnego.

Na schemacie przedstawiono również cztery idealne źródła prądu odpowiadające strumieniom ciepła dostarczanych do poszczególnych węzłów oraz źródło napięcia odpowiadające temperaturze powietrza zewnętrznego θ_e. Źródło prądu dostarczające prąd o wartości Φ_{HC} odpowiada strumieniowi energii cieplnej lub chłodniczej dostarczanej do powietrza wewnętrznego budynku, źródło dostarczające prąd Φ_{Gi} odpowiada strumieniowi zysków ciepła promieniowania słonecznego i wewnętrznych zysków ciepła budynku wchodzących w skład bilansu energii powietrza wewnętrznego, źródło dostarczające prąd Φ_{Gs} odpowiada strumieniowi zysków ciepła promieniowania słonecznego i wewnętrznych zysków ciepła budynku wchodzących w skład bilansu energii na powierzchni wewnętrznej konstrukcji, natomiast prąd źródłowy Φ_{Gm} jest odpowiednikiem strumienia energii promieniowania słonecznego i wewnętrznych zysków ciepła akumulowanych przez przegrody nieprzezroczyste budynku. Temperatura powietrza zewnętrznego θ_e odpowiada idealnemu źródłu napięcia o tym potencjale.

Wszystkie prądy w układzie, zarówno źródłowe jak również przepływające w poszczególnych gałęziach układu, są zmienne w czasie. Przyjęty numeryczny sposób rozwiązania układu dynamicznego pozwala traktować go w pojedynczym kroku czasowym τ jak układ liniowy o stałych potencjałach we wszystkich jego węzłach oraz o stałych natężeniach prądów gałęziowych i źródłowych.

Zasada superpozycji liniowych obwodów elektrycznych oznacza, że odpowiedź obwodu na jednoczesne działanie kilku wymuszeń równa jest sumie odpowiedzi na każde z tych wymuszeń z osobna. Zastosowanie tej zasady umożliwia wyznaczenie prądów gałęziowych w układzie zasilanym niezależnie z każdego źródła prądu albo źródła napięcia. Algebraiczna suma prądów w każdej gałęzi układu wymuszonych działaniem pojedynczych źródeł jest prądem gałęziowym w układzie zasilanym wszystkimi źródłami jednocześnie. Wyznaczając schematy zastępcze układu z pojedynczym źródłem energii wszystkie pozostałe źródła prądu zastępuje się przerwą, a źródła napięcia zwarciem. Kondensator C układu można traktować w pojedynczym kroku czasowym jak idealne źródło napięcia θ_m. Redukcja układu 5R1C do układu 2R1C sprowadza się zatem do wyznaczania zastępczego oporu R_2 i określenia zastępczego źródła prądu Φ przedstawionych na rysunku 4.

Przewodność zastępcza rezystorów R_S i R_V połączonych szeregowo wyraża się wzorem:

$$H_{Z_1} = \frac{1}{\frac{1}{H_S} + \frac{1}{H_V}} = \frac{H_S H_V}{H_S + H_V}. \qquad (23)$$

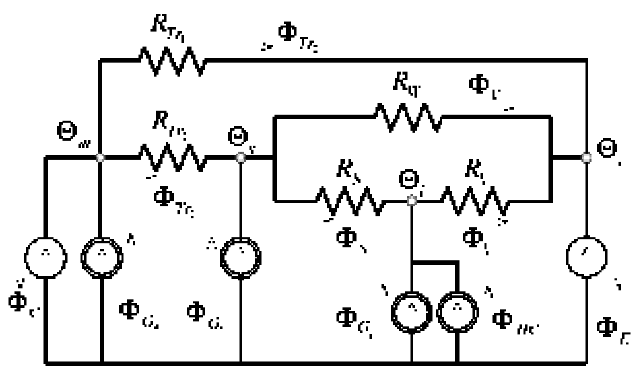
Przewodność zastępczą dla oporów R_S, R_V i R_W oblicza się jako:

$$H_{Z_2} = H_W + H_{Z_1}. \qquad (24)$$

Całkowita przewodność zastępcza dla rezystorów R_S, R_V, R_W i H_{Tr2} wynosi:

$$H_{Z_3} = \frac{1}{\frac{1}{H_{Tr_2}} + \frac{1}{H_{Z_2}}} = \frac{H_{Tr_2} H_{Z_2}}{H_{Tr_2} + H_{Z_2}}. \qquad (25)$$

Przewodność zastępcza H_{Z3} jest odpowiednikiem współczynnika strat ciepła po stronie wewnętrznej H_2 w modelu budynku o skupionej pojemności cieplnej 2R1C przedstawionego na rysunku 4, co można zapisać jako $H_2 \equiv H_{Z3}$. Wyznaczenie zastępczego źródła prądu Φ płynącego do węzła o potencjale θ dla schematu 2R1C polega na obliczeniu sumy prądów wpływających do węzła o potencjale θ_m w układzie 5R1C zasilanych czterema źródłami prądowymi $\Phi_{HC}, \Phi_{Gi}, \Phi_{Gs}, \Phi_{Gm}$ oraz źródłem napięciowym o potencjale θ_e.



Rys. 6. Zastępczy schemat obwodu prądu stałego dla jednego kroku czasowego
Fig. 6. DC circuit for one time step

Zastępczy układ elektryczny prądu stałego w czasie pojedynczego przedziału czasowego τ przedstawiono na rysunku 6. Na schemacie tym wszystkie źródła prądu oraz źródła napięcia mają ustalone chwilowe wartości prądu i napięcia. Wykorzystując zasadę superpozycji układów liniowych można wyznaczyć całkowity prąd dopływający do węzła θ_m jako sumę algebraiczną prądu źródłowego Φ_{Gm} oraz prądów przepływających przez gałęzie z opornościami R_{Tr1} i R_{Tr2} wymuszonych przez źródła układu czyli: $\Phi = \Phi_{Gm} + \Phi_{Tr1} + \Phi_{Tr2}$.

Sumaryczny prąd płynący do węzła o potencjale θ_m równy jest sumie algebraicznej prądów poszczególnych gałęzi:

$$\Phi = \Phi_{G,m} + H_{Tr_1}\theta_e + H_{Z_3}\theta_e + \frac{H_{Z_3}}{H_{Z_2}}\Phi_{G,s} + \frac{H_{Z_3}}{H_{Z_2}}\frac{H_{Z_1}}{H_V}(\Phi_{HC} + \Phi_{G,i}). \quad (26)$$

Po wyznaczeniu prądów płynących w poszczególnych gałęziach układu 5R1C zasilanych wszystkimi źródłami prądowymi i napięciowymi, na podstawie równania wnikającego z I prawa Kirchoffa, można wyznaczyć wartość potencjału θ_s dla węzła:

$$\theta_s = \frac{H_{Tr_2}\theta_m + (H_V + H_{Z_1})\theta_e + \Phi_{G,s} + \frac{H_{Z_1}}{H_V}(\Phi_{HC} + \Phi_{G,i})}{H_{Tr_2} + H_V + H_{Z_1}}. \quad (27)$$

Analogicznie wyznacza się wartość potencjału θ_i po wyznaczeniu wartości potencjału θ_s, korzystając z I prawa Kirchoffa:

$$\theta_i = \frac{H_S\theta_s + H_V\theta_e + \Phi_{HC} + \Phi_{G,i}}{H_S + H_V}. \quad (28)$$

Równania (27) i (27) umożliwiają wyznaczenie w każdej danej chwili czasu wartości potencjałów θ_s i θ_i na podstawie wartości potencjału θ_m wyznaczonej z rozwiązania równania różniczkowego dla układu 2R1C.

W przypadku budynku wymieniającego ciepło z jego otoczeniem model 5R1C umożliwia wyznaczenie wartości temperatury konstrukcji budynku θ_m, temperatury powierzchni wewnętrznych przegród będących w bezpośrednim kontakcie z powietrzem wewnętrznym θ_s oraz temperatury powietrza wewnętrznego θ_i na podstawie zmiennej w czasie temperatury powietrza zewnętrznego θ_e oraz zmiennych strumieni ciepła Φ_{HC}, Φ_{Gi}, Φ_{Gs} i Φ_{Gm}.

6. ZAKOŃCZENIE

W artykule przedstawiono uproszczoną metodę godzinową służącą do wyznaczania ilości ciepła do ogrzewania i chłodzenia budynku w stanach nieustalonych. Metoda wykorzystuje model 5R1C budynku, który został zbudowany o analogię elektryczną modelu skupionej pojemności cieplnej. Przedstawiony model traktuje cały budynek jak jednorodne ciało o znanej pojemności cieplnej i znanych współczynnikach przenikania ciepła po jego stronie zewnętrznej i wewnętrznej. Przyjęte założenia pozwoliły na wyznaczenie jednego z najprostszych modeli wymiany ciepła pomiędzy całym budynkiem i jego otoczeniem. Model ten jest opisany równaniem różniczkowym ogólnym. Rozwiązanie numeryczne równania różniczkowego modelu zmodyfikowaną metodą Eulera, zaliczaną do metod jawnych, z wykorzystaniem metody Cranka i Nicholsona w celu poprawy stabilności rozwiązania prowadzi do równań uproszczonej metody godzinowej. Opisana metoda godzinowa stosowana jest w uproszczonych analizach energetycznych budynków z uwzględnieniem ich dynamiki cieplnej. Jest ona jedną z najprostszych metod godzinowych biorących pod uwagę pojemność cieplną budynku i służy do wyznaczania chwilowych mocy cieplnych i energii użytecznej do ogrzewania albo chłodzenia budynku przy zmiennych warunkach meteorologicznych.

Wyznaczenie chwilowych strumieni energii cieplnej albo chłodniczej dostarczanej do budynku przy zmiennej temperaturze powietrza zewnętrznego i zmiennym strumieniu energii promieniowania słonecznego, promieniowania długofalowego i energii wewnętrznych zysków ciepła umożliwia określania rocznego zapotrzebowania na energię do ogrzewania i chłodzenia budynku. Wielkości te są niezbędne do określenia charakterystyki energetycznej budynku służącej do określenia jego klasy energetycznej podawanej w świadectwie energetycznym.

Ten artykuł został przygotowany w ramach projektu STEP PL0077 realizowanego w ramach wsparcia udzielonego przez Islandię, Liechtenstein i Norwegię poprzez dofinansowanie ze środków Mechanizmu Finansowego Europejskiego Obszaru Gospodarczego oraz Norweskiego Mechanizmu Finansowego.

INSTRUCTIONS FOR CAMERA-READY PAPERS

Summary: This paper presents the basis of 5R1C model of building heat exchange with the outer environment. The lumped capacitance method used for whole building is utilized to get equations of simply 5R1C hour method. This method can be used for calculation of heat and cool demand for building and is adopted in Poland for determining energy performance class for nonresidential buildings as required by EU Energy Performance Building Directive. The article was written due to the support of STEP Project PL 0077 financed by a grant from Iceland, Liechtenstein and Norway through the EEA Financial Mechanism and the Norwegian Financial Mechanism

Literatura

[1] ISO-FDIS 13790: *Energy performance of buildings - Calculation of energy use for space heating and cooling*, ISO/TC 163/SC 2, 2007

[2] PN-EN ISO 13789: *Właściwości cieplne budynków - Współczynnik strat ciepła przez przenikanie. Metoda obliczania*, PKN, 2001

[3] F. Incropera, D. DeVitt: *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 5th Edition, J. Wiley & Sons, 2002

[4] J. Welty, Ch. Wicks, R. Wilson, G. Rorrer: *Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer*, 4th Edition, J. Wiley & Sons, 2001

[5] C. Gerald, P. Wheatley: *Applied Numerical Analysis*, 7th Edition, Pearson Addison Wesley, 2004

[6] Praca zbiorowa: *Elektrotechnika i elektronika dla nieelektryków*, Wydanie piąte, WNT, 1999