

ANALIZA BRYŁY BUDYNKU OBIEKTÓW SAKRALNYCH W ŚWIETLE WARTOŚCI LICZB BEZWYMIAROWYCH

Leszek WOLSKI^{*}, Aneta KRAJEWSKA^{**}, Arkadiusz KAMIŃSKI^{***}

 *Politechnika Warszawska, Zakład Instalacji Budowlanych i Fizyki Budowli ul. Łukasiewicza 17, 09-400 Płock, e-mail: <u>zinstbud@pw.plock.pl</u>
**Politechnika Warszawska, Zakład Instalacji Budowlanych i Fizyki Budowli ul. Łukasiewicza 17, 09-400 Płock, e-mail: <u>anetak@pw.plock.pl</u>
**Politechnika Warszawska, Zakład Instalacji Budowlanych i Fizyki Budowli ul. Łukasiewicza 17, 09-400 Płock, e-mail: <u>arson@pw.plock.pl</u>

Streszczenie: W referacie przedstawiono analizy czterech modeli obiektów sakralnych, których kształt określono przy pomocy liczb bezwymiarowych. Ustalono równania opisujące wpływ liczb bezwymiarowych na wartość wskaźnika strat ciepła przez przenikanie przez przegrody zewnętrzne w obiektach modelowych.

Słowa kluczowe: Modelowe obiekty sakralne, liczby bezwymiarowe, wskaźnik strat ciepła.

1. WSTĘP

Idealnego kształtu budowli sakralnej próbowano doszukiwać się już w renesansie, upatrując go w układach centralnych [1]. Andrea Palladio w swoich "Czterech księgach o architekturze" klasyfikował obiekty sakralne pod względem kształtu, pisząc: "Świątynie budujemy: okrągłe; czworoboczne; o sześciu, ośmiu lub więcej bokach wpisanych w obwód koła; w formie krzyża i wielu innych kształtach i figurach, wedle rozmaitych pomysłów ludzkich; wtedy, kiedy odznaczają się wytworną i bogatą architekturą i mają piękne i właściwe proporcje, zasługują na pochwałę. Lecz najpiękniejszymi i najbardziej prawidłowymi formami, z których inne czerpią swe proporcje, są okrągła i czworoboczna;".

Za takim rozwiązaniem budowli przemawiają nie tylko względy architektoniczne, estetyczne i religijne, ale także aspekt energooszczędności. K. F. Fokin w "*Strojitielnoja tieplotechnika ograżdajuszczych czastiej zdanij*" rozważał zagadnienie określenia optymalnego kształtu budynku z punktu widzenia minimalnych strat energii cieplnej przy założeniu jego stałej kubatury. Zakładając, że współczynnik przenikania ciepła wszystkich ścian obudowy budynku jest stały stwierdził, że najkorzystniejszym rozwiązaniem jest kształt kuli, zaś w przypadku budynku o podstawie prostokąta – sześcian, zatem figury posiadające jak najmniejszą powierzchnię [2].

Ponieważ powierzchnia przegród zewnętrznych decyduje o wielkości strumienia ciepła przenikającego przez nie, tym samym kształt obudowy budynku wpływa na stan termiczny tegoż obiektu [1, 2, 3].

2. MODELOWE OBIEKTY SAKRALNE

W poniższym referacie przedstawiono wyniki analiz wpływu kształtu budynku wyrażonego przy pomocy liczb bezwymiarowych na wartość wskaźnika strat ciepła przez przegrody - W_p . Zaprezentowano cztery przypadki obiektów modelowych, często spotykanych w budownictwie sakralnym.

W oparciu o podstawowe wymiary budynków ustalono wzajemne zależności między nimi wprowadzając następujące wielkości bezwymiarowe, charakteryzujące kształt obiektów:

$$\overline{H} = \frac{a}{h} \tag{1}$$

$$\overline{B} = \frac{b}{a} \tag{2}$$

$$\overline{C} = \frac{h}{h2} \tag{3}$$

$$\overline{D} = \frac{a}{d} \tag{4}$$

Za niezbędny do obliczeń i stały wymiar danego modelu przyjęto wysokość obiektu – h. Wartości - h odpowiadają w poszczególnych modelach wysokościom rzeczywistych obiektów poddanych badaniom, najbardziej zbliżonym kształtem do danego modelu. Założenie to stanowi podstawę późniejszych analiz porównawczych obiektów rzeczywistych i modelowych.

Poniżej przedstawiono omawiane modele obiektów sakralnych wraz z podstawowymi oznaczeniami:



Rys. 1. Model 1 - obiekt halowy o podstawie prostokąta i płaskim przekryciu dachu.

Fig. 1. Model 1 - hall object with base of a rectangle and flat roof.



Rys. 2. Model 2 - obiekt halowy o podstawie prostokąta i dwuspadowym przekryciu dachu.

Fig. 2. Model 2 - hall object with base of a rectangle and two-side roof.



Rys. 3. Model 3 - obiekt centralny o podstawie okręgu i czaszowym przekryciu dachu.

Fig. 3. Model 3 - central object with base of a circle and hemispherical dome.

rzut przekrój



Rys. 4. Model 4 - obiekt halowy o podstawie krzyża i płaskim przekryciu dachu.

Fig. 4. Model 4 - hall object with base of a cross and flat roof.

Wielkości bezwymiarowe, ich zakresy oraz inne wartości charakterystyczne dla danego typu modelu, dla którego wykonywano obliczenia, przedstawiono w poniższej tabeli.

Rodzaj modelu	Wielkości charakterystyczne dla danego modelu									
	U _{śred} obszar [W/m ² K]	U _{śred} charakter. dla obiektu [W/m ² K]	h [m]	\overline{H}	\overline{B}	\overline{C}	\overline{D}	α [°]		
Model 1	0,4÷1,2	1,05	12,5	0,2÷5	1÷5	-	-	-		
Model 2	0,4÷1,2	0,68	3,65	1÷5	1÷5	-	-	0, 10, 20, 30, 40		
Model 3	0,4÷1,2	0,43	12,1	1÷5	-	0,4÷5	-	-		
Model 4	0,4÷1,2	1,05	7,1	1÷5	1÷5	-	1÷5	-		

Tabela 1. Wielkości charakterystyczne dla danego typu modelu.Table 1. Characteristic values for a given type of model.

Ustalając zakresy liczb bezwymiarowych kierowano się przede wszystkim założeniem kubatury modelu, która powinna być większa od 600 m³ (budynki wielkokubaturowe) i mniejsza od Bazyliki Św. Piotra jako największej

budowli sakralnej świata, której długość wynosi 186,3 m, a względy symboliczne nakazują jej nie przekraczać. W pracy pt. "Fizyka obiektów sakralnych" [3] zaprezentowano wyniki obliczeń wartości strat ciepła przez przenikanie przez przegrody zewnętrzne - ϕ_p , wskaźnika strat ciepła – W_p , kubatury budynku - V i wskaźnika zwartości bryły budynku - β przy zmieniających się w pewnych zakresach liczbach bezwymiarowych: $\overline{H}, \overline{B}, \overline{C}, \overline{D}$ i α .

$$\phi_{p} = U_{\text{sred}} A_{o} \Delta t [W], \qquad (5)$$

$$\beta = \frac{A_o}{V} [\mathrm{m}^2/\mathrm{m}^3], \qquad (6)$$

$$W_{p} = \frac{\phi_{p}}{\Delta t \cdot V} \quad [W/m^{3}K], \tag{7}$$

$$W_{p} = \frac{U_{\text{sred}} A_{o} \Delta t}{\Delta t V} = U_{\text{sred}} \beta [W/m^{3}K], \quad (8)$$

gdzie:

 ϕ_p – straty ciepła przez przenikanie przez przegrody zewnętrzne budynku [W],

 W_p - wskaźnik strat ciepła przez przenikanie przez przegrody zewnętrzne budynku [W/m³K],

 β - wskaźnik zwartości bryły budynku [m²/m³],

 $A_o - i$ ączna powierzchnia przegród zewnętrznych ograniczających kubaturę budynku [m²],

V - kubatura budynku [m'],

 U_{sred} - średni współczynnik przenikania ciepła budynku $[W/m^2K]$,

 Δt - różnica między temperaturą powietrza wewnętrznego - t_i a temperaturą powietrza zewnętrznego - t_e,

$$\Delta t = t_i - t_e [K], [32, 34, 77].$$
(9)

Przeprowadzone analizy w [3] wskazują, że w każdym modelu zależności Vf(β) oraz $\phi_p f(\beta)$ przyjmują postać krzywoliniowych malejących. Jednak we wszystkich modelach, które powstały na podstawie przynajmniej dwu liczb bezwymiarowych obserwowano, iż stała wartość wskaźnika zwartości bryły budynku - β jest możliwa do osiągnięcia w przypadku różnych kubatur w modelu, analogiczny wpływ β obserwowano na zmienną ϕ_p . Oznacza to, że wskaźnik β nie jest wielkością jednoznacznie określającą wartość strat ciepła przez przenikanie – ϕ_p w danym modelu. Jest to możliwe dopiero w sytuacji, gdy określimy kształt budynku poprzez charakteryzujące go liczby bezwymiarowe.

3. ZALEŻNOŚCI MIĘDZY LICZBAMI BEZWY-MIAROWYMI A WSKAŹNIKIEM W_P W MO-DELU 1

Analizowano wyniki obliczeń wskaźnika strat ciepła przez przenikanie przez przegrody zewnętrzne budynku -W_p, dla obiektów modelowych w zależności od liczb bezwymiarowych i kąta α charakteryzujących poszczególne modele. Z racji znaczącej ilości danych zamieszczono tylko przykładowy wykres dotyczący modelu nr 1.



Rys. 5. Wykres zależności wskaźnika W_p od liczb bezwymiarowych \overline{H} i \overline{B} przy U_{śred}=1,05.

wych H i B przy $U_{\text{sred}}=1,05$. Fig. 5. Graph of index W_p depending on undimension numbers \overline{H} , \overline{B} and $U_{\text{sred}}=1,05$.

Na podstawie przedstawionego wyżej wykresu można wnioskować, że liczba bezwymiarowa H = a/h ma znacznie większy wpływ na wartość wskaźnika W_p w analizowanym modelu nr 1 niż liczba bezwymiarowa B = b/a. Przy założeniu, że h=const., H=const., a B wzrasta, szerokość podstawy modelu pozostaje niezmienna, zwiększa się wówczas tylko długość podstawy budynku, która nie powoduje tak gwałtownych zmian w wartości wskaźnika zwartości bryły - B=Ao/V tegoż obiektu jak sytuacja, gdy przy stałym B = b/a, (czyli niezmiennym stosunku długości do szerokości obiektu), wzrastaH. Ta sytuacja powoduje równoczesny wzrost szerokości i długości podstawy, co przy stałej wysokości modelu sprawia, iż następuje tu większy przyrost kubatury obiektu przy stosunkowo nieznacznym wzroście powierzchni przegród otaczających, powodując znaczne zmniejszenie wskaźnika β, oraz W_p, który jest doń wprost proporcjonalny.

4. PORÓWNANIE WARTOŚCI WSKAŹNIKA W_P W OBIEKTACH RZECZYWISTYCH I MODE-LOWYCH

W rozdziale tym przedstawiono wyniki obliczeń wskaźnika strat ciepła przez przenikanie przez przegrody zewnętrzne - W_p dla budynków rzeczywistych poddanych badaniom. W celu dokonania analizy porównawczej wartości wskaźnika W_p wyniki te zestawiono z wynikami obliczeń modelowych, porównując budynki rzeczywiste z najbardziej do nich zbliżonymi pod względem kształtu (scharakteryzowanego przez liczby bezwymiarowe, kąt - α i wysokość - h) modelami. Budynki porównano parami, zakładając w parach te same wartości liczb bezwymiarowych, podane w tabeli nr 2.

Budamek	\overline{H}	\overline{B}	\overline{C}	\overline{D}	α	h	Ao	V	β	U _{śred}	W _p
Budyliek					[°]	[m]	$[m^2]$	$[m^3]$	$[m^2/m^3]$	$[W/m^2K]$	$[W/m^3K]$
Model 1	0,85	2,2	-	-	-	12,5	1346,72	3104,49	0,4338	1,05	0,45549
Kościół Św. Jana Chrzciciela	0,85	2,2	-	-	-	12,5	1289,02	3498,67	0,36843	1,05	0,38685
Model 2	3,42	2,42	-	-	14,359	3,65	1097,95	1677,67	0,65445	0,68	0,44503
Kościół Matki Boskiej Fatim-	3 4 2	2 42	_	_	14 359	3 65	815.65	1343.06	0.60731	0.68	0.41297
skiej	5,42	2,72			17,557	5,05	015,05	1345,00	0,00751	0,00	0,41277
Model 3	3,1	-	0,89	-	-	12,1	4216,67	22198,85	0,18995	0,43	0,08168
Kościół Św. Jadwigi	3,1	-	0,89	-	-	12,1	5710,85	25651,97	0,22263	0,43	0,09573
Model 4	2,82	3,19	-	3,27	-	7,1	4072,74	9611,91	0,42372	1,05	0,44490
Bazylika Katedralna	2,82	3,19	-	3,27	-	7,1	4752,89	11496,23	0,41343	1,05	0,43410

Tabela 2. Wyniki obliczeń wskaźnika W_p dla budynków rzeczywistych i najbardziej zbliżonych do nich pod względem kształtu modeli. Table 2. Results of calculations of index W_p for churches and similar to them models.

Istotne jest, że w każdym przypadku wartości wskaźnika W_p w obiekcie rzeczywistym różnią się od wartości wskaźnika charakterystycznej dla modelu, co wynika z faktu, iż obiekty rzeczywiste mają wprawdzie większość cech podobnych do modelu jednak w pewnych szczegółach architektoniczno - budowlanych, które nie mogły zostać uwzględnione w modelu odbiegają od niego. Kolejnym istotnym powodem powstałych rozbieżności jest fakt, iż obiekty rzeczywiste usytuowane w warunkach otoczenia sąsiadują bezpośrednio z innymi budynkami a część przegród otaczających pomieszczenia sakralne nie jest przegrodami zewnętrznymi. Różnice te przyczyniają się do powstania rozbieżności w kubaturze i powierzchni przegród budynku rzeczywistego w stosunku do modelowego, co w następstwie przekłada się na wartość wskaźnika $\beta = A_0/V$, który decyduje o wskaźniku W_p .

Tabela 3. Zestawienie procentowe wartości wskaźnika W_p w modelu w odniesieniu do wskaźnika W_p budynku rzeczywistego.

Table 3. Proportional list of the value of the index W_p in model in comparison with index W_p in church.

Model	Obiekt	$W_p \mod W_p ob.$
M1	K. Św. Jana Chrzciciela	117,8
M2	K. Matki Boskiej Fatim- skiej	107,8
M3	K. Św. Jadwigi	85,3
M4	Bazylika Katedralna	102,4

Porównanie wartości wskaźnika W_p , w parach: model i obiekt rzeczywisty wskazuje, że najbardziej zbliżone wy-

niki mają model nr 4 i Bazylika Katedralna, w tym przypadku wartość wskaźnika W_p modelu przekroczyła o 2,4% wartość W_p Bazyliki. Największą różnicę zaobserwowano w przypadku modelu nr 1 i Kościoła Św. Jana, w którym wartość W_p modelu przekroczyła o 17,8% wskaźnik W_p obiektu.

Podsumowując należy stwierdzić, iż przy założeniu, że wartość średnia współczynnika przenikania ciepła U_{sred} w porównywanych ze sobą obiektach jest taka sama o wielkości wskaźnika W_p decyduje wskaźnik zwartości bryły budynku – β , czyli stosunek powierzchni przegród zewnętrznych budynku – A_o do jego kubatury – V. Im większe występują rozbieżności w zwartości bryły budynku między porównywanymi obiektami tym większe różnice we wskaźniku W_p .

5. RÓWNANIA OPISUJĄCE WPŁYW LICZB BEZWYMIAROWYCH $\overline{H}, \overline{B}, \overline{C}, \overline{D}$ NA WSKAŹNIK STRAT CIEPŁA – W_P

Celem prowadzonych w tym rozdziale analiz jest ustalenie postaci równań opisujących wpływ liczb bezwymiarowych $\overline{H}, \overline{B}, \overline{C}, \overline{D}$ na wskaźnik strat ciepła przez przenikanie przez przegrody zewnętrzne budynku – W_p w obiektach modelowych. Z racji na dużą ilość zależności wynikającą z szerokiego obszaru zmiennych zaprezentowano tylko przypadki modeli porównywane z kościołami badanymi, przedstawione w poprzednim rozdziale dla charakteryzujących budynki rzeczywiste współczynników przenikania ciepła U_{śred}. Przy pomocy analizy statystycznej zbadano następujące relacje:
$$\begin{split} & W_{p}(\overline{B} \) \, dla \ \overline{H} = 0,85 \ i \ U_{sred} = 1,05 \ według \ M1, \\ & W_{p}(\overline{H} \) \, dla \ \overline{B} = 2,2 \ i \ U_{sred} = 1,05 \ według \ M1, \\ & W_{p}(\overline{B} \) \, dla \ \overline{H} = 3,42, \ \alpha = 14,359^{\circ} \ i \ U_{sred} = 0,68 \ wg \ M2, \\ & W_{p}(\overline{H} \) \, dla \ \overline{B} = 2,42, \ \alpha = 14,359^{\circ} \ i \ U_{sred} = 0,68 \ wg \ M2, \\ & W_{p}(\overline{C} \) \, dla \ \overline{H} = 3,1 \ i \ U_{sred} = 0,43 \ według \ M3, \\ & W_{p}(\overline{H} \) \, dla \ \overline{C} = 0,89 \ i \ U_{sred} = 0,43 \ według \ M3, \\ & W_{p}(\overline{H} \) \, dla \ \overline{C} = 0,89 \ i \ U_{sred} = 0,43 \ według \ M3, \\ & W_{p}(\overline{H} \) \, dla \ \overline{H} = 2,82, \ \overline{D} = 3,27 \ i \ U_{sred} = 1,05 \ wg \ M4, \\ & W_{p}(\overline{H} \) \, dla \ \overline{B} = 3,19, \ \overline{D} = 3,27 \ i \ U_{sred} = 1,05 \ wg \ M4, \\ & W_{p}(\overline{D} \) \, dla \ \overline{B} = 3,19, \ \overline{H} = 2,82 \ i \ U_{sred} = 1,05 \ wg \ M4. \\ & Dla \ przedstawionych \ powyżej \ relacji \ przy \ pomocy \ modu-u \ estymacji \ nieliniowej \ programu \ Statistica, \ z \ wykorzy-$$

staniem procedur quasi-Newtona oraz Hooke'a-Jeevesa i quasi-Newtona dokonano dopasowania odpowiednich równań funkcji użytkownika opisujących zależności między zmiennymi. Ocenę dopasowania równań przeprowadzono przy pomocy wykresów wartości obserwowanych względem przewidywanych. Ustalono również proporcje wyjaśnionej wariancji, która może przyjmować wartości od 0 do 100%. W celu osiągnięcia pewności poprawnego ustalenia postaci równań w analizach posłużono się obydwoma metodami. Dla każdej z przedstawionych zależności wyznaczono wartość wyjaśnionej wariancji i współczynnik determinacji R.

Tabela 4. Równania opisujące wpływ liczb bezwymiarowych na wskaźnik strat ciepła – W_p w modelach porównywanych do rzeczywistych budynków sakralnych.

Table 4. Equations describing the influence of undimension numbers on the value of the index of a waste of heat - W_p in models.

Zmien niezal.	Założone dane	М	Wzór równania	b0	b1	b2	Wyjaśniona wariancja %	R
\overline{B}	\overline{H} =0,85, U _{śred} =1,05	1	$W_{p}(\overline{B}) = b0 * \overline{B}^{b1} * e^{(b2 * \overline{B})}$	0,52451	-0,35614	0,06428	99,842	0,99921
\overline{H}	\overline{B} =2,2, U _{śred} =1,05	1	$W_{p}(\overline{H}) = b0 * \overline{H}^{b1} * e^{(b2 * \overline{H})}$	0,34344	-0,83948	0,19042	99,867	0,99933
\overline{B}	\overline{H} =3,42, α =14,359°, U _{śred} =0,68	2	$W_{p}(\overline{B}) = b0 * \overline{B}^{b1} * e^{(b2 * \overline{B})}$	0,48656	-0,20904	0,03953	99,763	0,99881
\overline{H}	\overline{B} =2,42, α =14,359°, U _{śred} =0,68	2	$W_{p}(\overline{H}) = b0 * \overline{H}^{b1} * e^{(b2 * \overline{H})}$	0,81226	-0,63746	0,05187	99,975	0,99987
\overline{C}	\overline{H} =3,1, U _{śred} =0,43	3	$W_{p}(\overline{C})=b0*\overline{C}^{b1}*e^{(b2*\overline{C})}$	0,08762	0,29409	-0,05692	99,49	0,99745
\overline{H}	$\overline{C} = 0,89,$ U _{śred} =0,43	3	$W_{p}(\overline{H}) = b0 * \overline{H}^{b1} * e^{(b2 * \overline{H})}$	0,1485	-0,69210	0,06141	99,956	0,9998
\overline{B}	\overline{H} =2,82, \overline{D} =3,27, U_{sred} =1,05	4	$W_{p}(\overline{B}) = b0 * \overline{B}^{b1} * e^{(b2 * \overline{B})}$	0,50645	-0,21039	0,03535	99,907	0,99953
\overline{H}	\overline{B} =3,19, \overline{D} =3,27, U_{sred} =1,05	4	$W_{p}(\overline{H}) = b0 * \overline{H}^{b1} * e^{(b2 * \overline{H})}$	0,64499	-0,62978	0,09861	99,947	0,99974
\overline{D}	$\overline{B} = 3,19,$ $\overline{H} = 2,82,$ $U_{\text{sred}} = 1,05$	4	$W_{p}(\overline{D}) = b0 * \overline{D}^{b1} * e^{(b2 * \overline{D})}$	0,44083	0,1818	-0,06032	98,487	0,99241

Poniżej zaprezentowano przykładowe graficzne wyniki analiz dopasowania.



Rys. 5. Dopasowana funkcja $W_p(\overline{H})$ według modelu nr 2. Fig. 5. Estblished function $W_p(\overline{H})$ from model 2.



Rys. 6. Dopasowana funkcja $W_p(\overline{H})$ według modelu nr 3. Fig. 6. Estblished function $W_p(\overline{H})$ from model 3.



Rys. 7. Dopasowana funkcja $W_p(\overline{H})$ według modelu nr 4. Fig. 7. Estblished function $W_p(\overline{H})$ from model 4.

Zastosowanie procedur quasi-Newtona oraz Hooke'a-Jeevesa i quasi-Newtona w wyniku szeregu iteracji we wszystkich przypadkach zakończyło się osiągnięciem zbieżności i pozwoliło na stworzenie równań funkcji, które to zestawiono w tabeli nr 4. Wartości procentowe wyjaśnionych wariancji, współczynniki determinacji R oraz liniowe ułożenie wartości obserwowanych względem przewidywanych wskazują, że równania dopasowano prawidłowo do istniejących danych.

6. WNIOSKI

- W wyniku analiz obiektów modelowych można stwierdzić, że o wielkości wskaźnika strat ciepła przez przenikanie przez przegrody zewnętrzne budynku – W_p, decyduje kształt budynku, wyrażony przy pomocy liczb bezwymiarowych i wskaźnika zwartości bryły β, oraz średni współczynnik przenikania ciepła przegród zewnętrznych.
- Ustalono postać równań opisujących wpływ liczb bezwymiarowych H, B, C, D na wskaźnik strat ciepła przez przenikanie przez przegrody zewnętrzne obudowy budynku - W_p w obiektach modelowych. Wyniki analiz prezentuje tabela 4.
- Porównanie wartości wskaźnika W_p, w parach: model i obiekt rzeczywisty wykazało, że najbardziej zbliżone wyniki mają model nr 4 i Bazylika Katedralna, co jest wynikiem większej zgodności geometrycznej (wyrażonej wskaźnikiem β) tej pary obiektów w stosunku do pozostałych par. Największą różnicę zaobserwowano w przypadku modelu nr 1 i Kościoła Św. Jana Chrzciciela, powstała rozbieżność wynika głównie z faktu, iż część kościoła jest zblokowana z innym budynkiem.

THE ANALYSIS OF SOLIDS OF SACRED OBJECTS' BUILDINGS IN THE CONTEXT OF VALUE OF UNDI-MENSION NUMBERS

Summary: In the report, there are presented some models of sacred objects whose shape has been determined with the use of undimension numbers. Moreover, there are established equations describing the influence of undimension numbers on the value of the index of a waste of heat through external barriers in model objects.

Literatura

[1] Krajewska A. Wpływ kształtu budynku oraz właściwości termicznych przegród na parametry mikroklimatu w obiektach wielkokubaturowych. Praca doktorska, Płock 2005

[2] Marks W. Multicriteria optimalization of shape of energy – saving buildings. Building & Environment 4/97 (07.1997) 331-339

[3] Wolski L. Fizyka obiektów sakralnych. Sekcja Fizyki Budowli KILiW PAN, Łódź 2006