

MODELOWANIE WPLYWU HISTEREZY NA PRZEPLYW MASY W MATERIAŁACH BUDOWLANYCH

Jerzy KWIATKOWSKI*, Monika WOŁOSZYN, Jean-Jacques ROUX

CETHIL, UMR5008, CNRS, INSA-Lyon, Université Lyon 1, F-69621 Villeurbanne, FRANCE
INSA Lyon, bat. Freyssinet, 69621 Villeurbanne Cedex, FRANCE
*e-mail: jerzy.kwiatkowski@insa-lyon.fr

Streszczenie: Procesy przepływu masy w materiale mają wpływ nie tylko na sam materiał ale również na warunki panujące w pomieszczeniach z nim sąsiadujących. Opisany tutaj zostanie model transportu pary wodnej w materiale budowlanym. Po walidacji wprowadzony do niego zostanie model histerezy sorpcji. Ostatecznie zaprezentowane zostanie porównanie wyników symulacji przepływu masy w materiale dla modelu bez i z histerezą.

Słowa kluczowe: Histereza, przepływ masy, wilgotność, modelowanie.

1. WPROWADZENIE

Wilgotność względna w budynkach ma istotny wpływ na jakość powietrza wewnętrznego, a tym samym na komfort użytkowników. Zbyt wysoka wilgoć jest również przyczyną rozwoju grzybów i pleśni na wewnętrznych powierzchniach przegród. Materiały, które absorbują i desorbują parę wodną mogą zostać użyte do zmniejszenia wahań zawartości wilgoci, przyczyniając się tym samym do poprawy klimatu w pomieszczeniach oraz do zmniejszenia zużycia energii [5]. Przepływ masy w materiałach higroskopijnych, nawet jeśli jest brany pod uwagę w programach symulacyjnych w skali budynku, jest uproszczony. Pomijanie wymiany pary wodnej między powietrzem a materiałem, czy też zbyt daleko idące uproszczenia w transporcie masy w materiale mogą prowadzić do dużych błędów w określaniu poziomu wilgotności względnej w pomieszczeniu.

W pracy tej zaprezentowano wpływ histerezy sorpcji na transport masy w materiale budowlanym. W tym celu zaproponowano nowy model, pozwalający na precyzyjne uzależnienie izotermy sorpcji oraz współczynnika przepuszczalności pary wodnej od wilgotności względnej. Następnie przedstawiono model histerezy sorpcji dla materiału. Ostatecznie, po wprowadzeniu efektu histerezy do

modelu przepływu masy, zaprezentowano oraz porównano wyniki symulacji dla modelu z i bez histerezy.

2. OPIS MODELU

Program napisany został w celu symulacji transportu pary wodnej z powietrza do materiału oraz jej przepływu w materiale przy stałej temperaturze. Obliczenia prowadzone są jednowymiarowo z użyciem metody różnic skończonych oraz schematu jawnego. Do opisu przepływu masy w materiale użyte zostało równanie zachowania masy (1):

$$\frac{\partial w_j}{\partial t} = -\nabla g_j \pm G_j \quad (1)$$

W równaniu tym w_j [kg/m³] reprezentuje zawartość wilgoci, g_j [kg/m²s] gęstość strumienia masy a G_j [kg/m³s] źródło j-tego komponentu. Na przepływ masy składają się trzy komponenty: transport pary wodnej, cieczy i lodu. Model został stworzony dla materiałów w kontakcie z powietrzem wewnętrznym, którego temperatury są dodatnie, także nie będzie występować formowanie się lodu. Na styku powietrza z materiałem, jako warunki brzegowe, użyte zostało równanie konwekcyjnego przepływu masy (2):

$$m_{con} = \beta p_{sat} (\phi_{ext} - \phi_{surf}) \quad (2)$$

W równaniu tym m_{con} [kg/m²s] jest gęstością konwekcyjnego strumienia masy, β [kg/Pa*m²s] konwekcyjnym współczynnikiem przejmowania pary wodnej, ϕ_{ext} i ϕ_{surf} [-] reprezentują odpowiednio wilgotność względną w powietrzu i na powierzchni materiału. Przyjmując, że transport masy jest jednowymiarowy i izotermalny, oraz wy-

korzystając gradient wilgotności względnej jako siłę napędową procesu, równanie (1) przyjmuje formę:

$$\rho \xi \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(D_1 \rho \xi + p_{vsat} \delta) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \quad (3)$$

W równaniu tym ρ [kg/m³] jest gęstością materiału, ξ [kg/kg] pojemnością wilgotnościową, D_1 [m²/s] współczynnikiem dyfuzji cieczy, p_{vsat} [Pa] ciśnieniem stanu nasycenia, δ [kg/Pa.m.s] współczynnikiem przepuszczalności pary wodnej, ϕ [-] wilgotnością względną, t [s] czasem a x [m] grubością warstwy. Należy również zaznaczyć, że zarówno pojemność wilgotnościowa jak i współczynnik przepuszczalności pary wodnej jest funkcją wilgotności względnej.

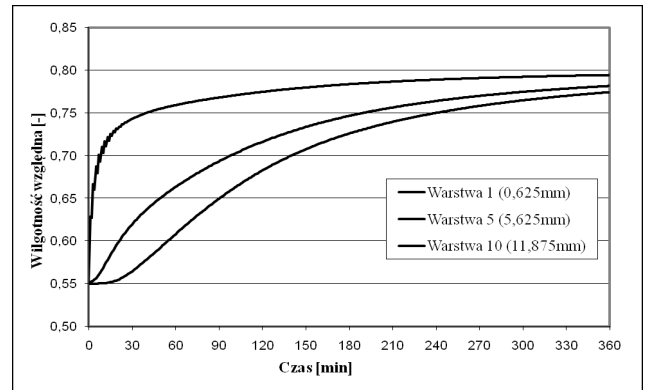
2.1. Metodologia obliczeń

Przed rozpoczęciem symulacji określone powinny być podstawowe właściwości materiału (gęstość, rozkład wilgotności względnej w materiale, równanie izotermy sorpcji $w=f(\phi)$, pojemności wilgotnościowej $\xi=f(\phi)$ oraz współczynnika przepuszczalności pary wodnej $\delta=f(\phi)$) oraz parametry obliczeń (grubość materiału, ilość warstw, krok czasowy, czas obliczeń, temperatura oraz konwekcyjny współczynnik przejmowania). Obliczenia prowadzone są według następującego schematu:

- Wyznaczenie początkowej wartości zawartości wilgoci dla każdej warstwy oraz na powierzchni materiału.
- Dla każdego kroku czasowego i warstwy obliczany jest współczynnik przepuszczalności pary wodnej, pojemność wilgotnościowa, wilgotność względna i zawartość wilgoci.
- Wyznaczenie zmiany zawartości wilgoci oraz absorpcji pary wodnej.

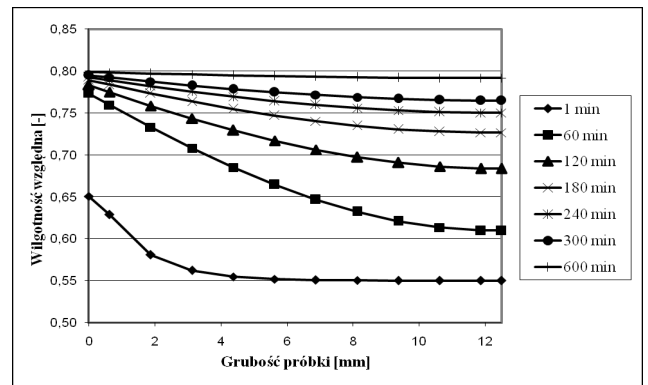
Wynikiem symulacji jest rozkład wilgotności względnej w czasie w każdej warstwie materiału rys. 1, profile wilgotności względnej w materiale w każdym kroku czasowym rys. 2 oraz rozkład absorpcji pary wodnej z powietrza do materiału rys. 3.

Wykresy na rys. 1-2 przedstawiają wyniki symulacji przepływu masy dla płyty gipsowej. W obliczeniach przyjęto następujące wartości parametrów : $\rho=690$ [kg/m³], $\beta=2,41 \cdot 10^{-8}$ [kg/m²*s*Pa], grubość próbki $l=12,5$ [mm], temperatura $T=23$ [°C], ilość warstw $z=10$, krok czasowy $t=1$ [s]. Do wyznaczenia równania izotermy sorpcji oraz współczynnika przepuszczalności pary wodnej wykorzystano dane materiałowe z pozycji [2]. Początkowa wilgotność względna w materiale wynosiła 55% natomiast wilgotność względna powietrza była stała i wynosiła 80%. Tylko jedna powierzchnia materiału była wystawiona na działanie powietrza zewnętrznego.



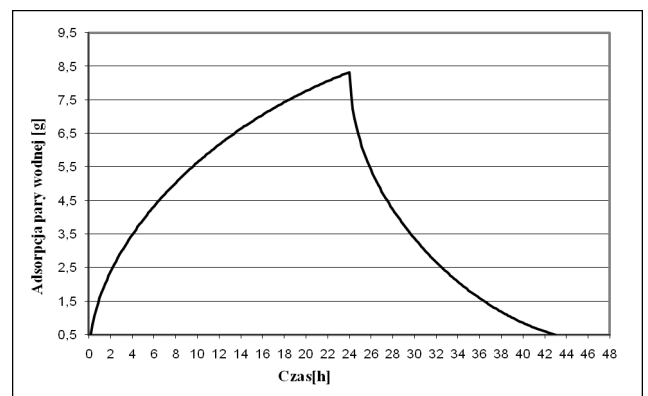
Rys. 1. Profile wilgotności względnej w czasie dla różnych warstw.

Fig. 1. Profiles of relative humidity in time for different layers.



Rys. 2. Profile wilgotności względnej dla płyty gipsowej w różnych czasach.

Fig. 2. Profiles of relative humidity in the gypsum board for different time.



Rys. 3. Adsorpcja i desorpcja pary wodnej dla zestawu płyt gipsowych.

Fig. 3. Adsorption and desorption of water vapor for the set of gypsum board .

Na rys. 3 przedstawiono przebieg adsorpcji i desorpcji pary wodnej z materiału. Obliczenia wykonano dla zestawu trzech połączonych płyt gipsowych o łącznej grubości $l=37,5$ [mm]. Pozostałe właściwości materiału są identyczne z przedstawionymi powyżej. Zmieniony został jednak krok czasowy na $t=60$ [s]. Początkowa wilgotność względna w materiale wynosiła 30%. Wilgotność względna w powietrzu przez pierwsze 24 h wynosiła 72% a przez następne 24 h - 30%.

2.2. Walidacja modelu

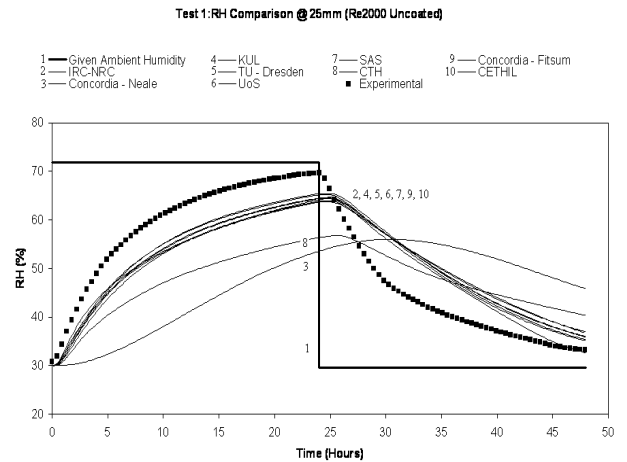
Dla zanalizowania poprawności obliczeń, dokonano porównania wyników symulacji opisywanego modelu z wynikami innych modeli oraz z pomiarami. Symulacje wykonano według instrukcji ćwiczenia [8], w ramach Annexu 41 Międzynarodowej Agencji Energii (program ECBCS): „Whole building heat, air and moisture response” (<http://www.kuleuven.be/bwf/projects/annex41>). Jako materiał użyty został zestaw trzech płyt gipsowych o łącznej grubości 37,5 [mm]. Pomiary eksperymentalne oraz symulacje wykonano dla kilku wariantów np. z lub bez warstwy farby, oraz dla różnych warunków brzegowych (różny współczynnik konwekcyjnego przejmowania pary wodnej β). W tabeli 1 przedstawione zostały parametry dla poszczególnych symulacji.

Tabela 1. Parametry obliczeń dla każdej symulacji.
Table 1. Parameters of calculation for each simulation.

Parametr	Test 1	Test 3	Test 4
β [$\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}$]	$2,41 \cdot 10^{-8}$	$3,22 \cdot 10^{-8}$	$2,41 \cdot 10^{-8}$
Grubość l [mm]	37,5	37,5	37,5
Gęstość ρ [kg/m^3]	690	690	690
Temp. T [$^{\circ}\text{C}$]	23	23	23
Warstwa farby	Nie	Nie	Tak
Ilość warstw	15	15	16
Krok czasowy [s]	60	60	60
Czas obliczeń [h]	48	48	48
Zmiana wilgotności względnej [%]	30/72/30	30/72/30	30/72/30

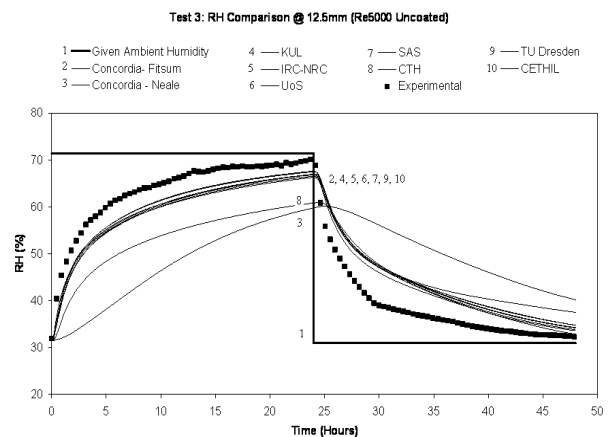
Równania izotermy sorpcji oraz współczynnika przepuszczalności pary wodnej dla płyty gipsowej są identyczne

dla każdej symulacji. Dla testu 3 dodatkowo użyto podobnych równań dla warstwy farby. Porównania dokonano przez sprawdzenie wartości wilgotności względnej między poszczególnymi płytami gipsowymi (na głębokości 12,5 i 25,0 mm). Poniżej zaprezentowane zostały tylko niektóre z wyników analizy.



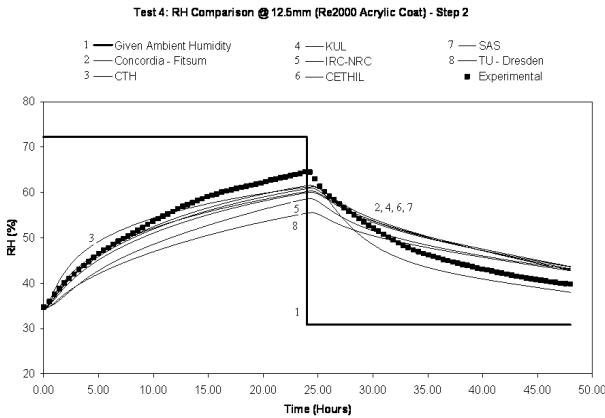
Rys. 4. Zmierzony oraz obliczony różnymi modelami rozkład wilgotności względnej w materiale na głębokości 25,0 mm, dla testu 1. Wzięte z pozycji [3].

Fig. 4. Measured and calculated with different models relative humidity profile in material at the depth of 25,0 mm, for test 1. Taken from [3].



Rys. 5. Zmierzony oraz obliczony różnymi modelami rozkład wilgotności względnej w materiale na głębokości 12,5 mm, dla testu 3. Wzięte z pozycji [3].

Fig. 5. Measured and calculated with different models relative humidity profile in material at the depth of 12,5 mm, for test 3. Taken from [3].



Rys. 6. Zmierzony oraz obliczony różnymi modelami rozkład wilgotności względnej w materiale na głębokości 12,5 mm, dla testu 4. Wzięte z pozycji [3].

Fig. 6. Measured and calculated with different models relative humidity profile in material at the depth of 12,5 mm, for test 4. Taken from [3].

Na wykresach pogrubioną linią ciągłą zaznaczona jest wilgotność względna powietrza, linia kropkowana odpowiada pomiarom rzeczywistym a wyniki omawianego modelu zaznaczone są jako CETHIL. Na rys. 4-6 można zauważyć, że dla każdego wariantu obliczeń, wyniki opisywanego modelu przepływu masy w materiale budowlanym zgadzają się z rezultatami symulacji większości z modeli. Można także zauważyć, że model wskazuje zgodność z danymi pomiarowymi.

3. HISTEREZA

Zjawisko histerezy pomiędzy sorpcją a desorpcją ma wpływ na transport pary wodnej w materiale. Do opisu efektu histerezy wykorzystano model zawarty w programie MATCH, zaproponowany przez Pedersena [6]. Poniżej przedstawiono główne równania wykorzystywane w modelu. Równanie (4) odpowiada procesowi desorpcji, a równanie (5) procesowi adsorpcji.

$$\xi = \frac{(u - u_a)^A \xi_d + B(u - u_d)^A \xi_a}{(u_d - u_a)^A} \quad (4)$$

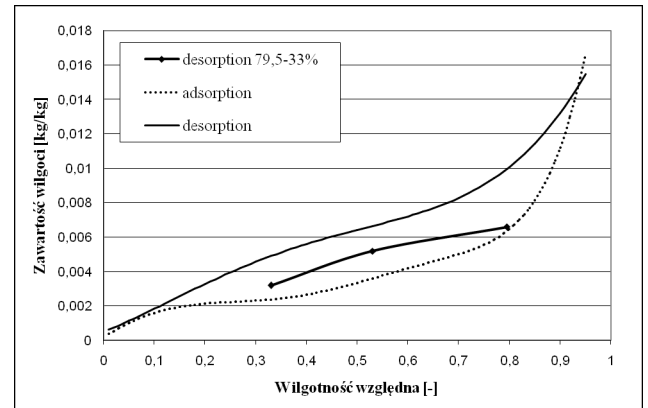
$$\xi = \frac{B(u - u_a)^A \xi_d + (u - u_d)^A \xi_a}{(u_d - u_a)^A} \quad (5)$$

Równania te zostały wyznaczone empirycznie a poszczególne komponenty oznaczają: u_a i u_d są zawartościami wilgoci w kg/kg, ξ_a i ξ_d są pojemnościami wilgotnościową adsorpcji i desorpcji w kg/kg dla danej wilgotności względnej, u jest aktualną zawartością wilgoci w kg/kg.

Pojemność wilgotnościowa ξ wykorzystywana jest w równaniu (3). Funkcja (4) używana jest przy desorpcji, jeśli w dwóch poprzednich krokach czasowych zawartość wilgoci malała, natomiast funkcja (5) używana jest przy sorpcji, jeśli w dwóch poprzednich krokach czasowych zawartość wilgoci rosła. Pedersen zaproponował następujące wartości współczynników A i B: $A=2$, $B=0,1$. Jednak jak proponują liczni autorzy np. [1], [2] powinno się dla każdego materiału, na podstawie danych eksperymentalnych (pierwszej izotermy sorpcji i desorpcji, oraz wtórnej sorpcji lub desorpcji) dopasować odpowiednie wartości tych współczynników.

3.1. Wyznaczanie współczynników A i B

Współczynniki A i B równania (4) i (5) zostały wyznaczone na podstawie danych pomiarowych pierwszej izotermy sorpcji i desorpcji oraz wtórnej izotermy desorpcji [4]. Wykresy krzywych zostały przedstawione na rys. 7.



Rys. 7. Krzywe pierwszej izotermy sorpcji i desorpcji, oraz wtórnej desorpcji.

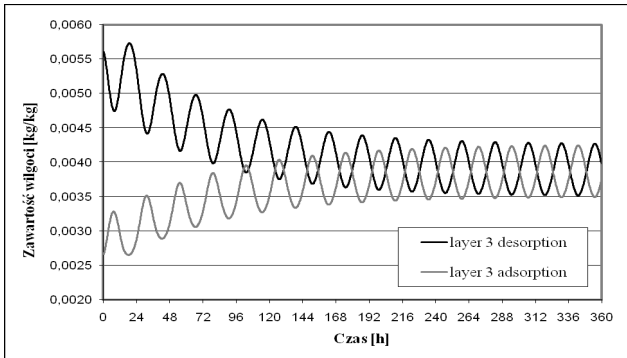
Fig. 7. Curves of primary sorption and desorption isotherm, and second desorption isotherm.

Na podstawie obliczeń określono następujące wartości współczynników A i B: $A=1,6$ a $B=0,68$. Wielkości te wstawione zostały do równań (4) i (5) i wykorzystane zostały do symulacji przepływu masy w materiale.

3.2. Symulacje dla modelu z histerezą

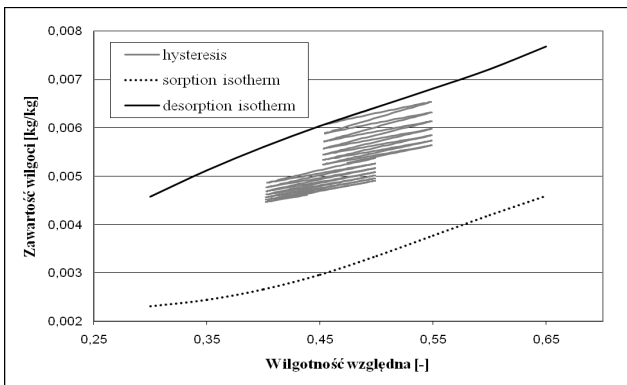
W tej części artykułu przedstawione zostaną wyniki obliczeń przepływu masy dla modelu z histerezą. Symulacje przeprowadzono dla płyty kartonowo gipsowej o właściwościach jak dla materiału z testu 1, podanych w tabeli 1. Jednak na potrzeby tych symulacji zmieniono następujące parametry: grubość próbki $l=12,5$ mm, ilość warstw $z=5$, krok czasowy $t=60$ s, czas obliczeń wynosi 360 h. Wilgotność względna w powietrzu zewnętrznym, determinująca transport pary wodnej, opisana jest sinusoidą o czasie jednego cyklu równym 24 h. Na rys. 8 zaprezentowano

obliczeniowe profile zawartości wilgoci w środkowej warstwie materiału przy wilgotności w powietrzu oscylującej pomiędzy 30 a 50%. Początkowa wilgotność względna w materiale wynosiła 40%.



Rys. 8. Zawartość wilgoci na głębokości 6,25 mm.
Fig. 8. Moisture mass content at the depth of 6,25 mm.

Linia ciemniejszą zaznaczony jest proces zmiany zawartości wilgoci w przypadku gdy w początkowej fazie transportu masy następuje desorpcja. Jaśniejszy kolor oznacza, że jako pierwsza nastąpiła adsorpcja. Wyraźnie jednak widać, że po kilku cyklach, niezależnie od tego, który z procesów był pierwszy, zawartość wilgoci stabilizuje się na jednakowym poziomie. Zależność ta potwierdza poprawność obliczeń modelu z histerezą.



Rys. 9. Profil zawartości wilgoci na głębokości 6,25 mm, przy cyklicznych zmianach wilgotności względnej w powietrzu.
Fig. 9. Profile of moisture mass content at the depth of 6,25 mm, in function of periodical changes of air relative humidity.

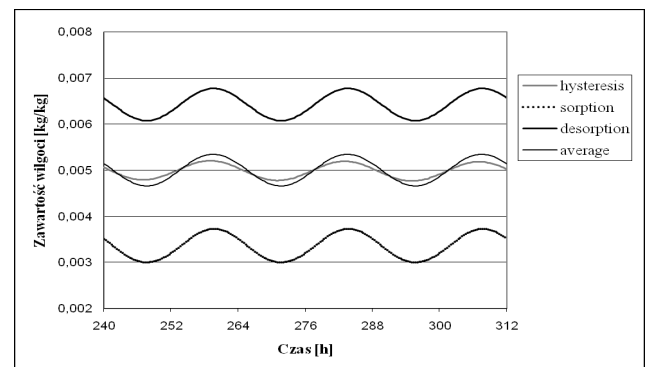
W celu sprawdzenia poprawności obliczeń wykonano symulacje przepływu pary wodnej w materiale przy cyklicznych zmianach wilgotności względnej w powietrzu ze zmienną amplitudą. Wilgotność względna przez pierwsze siedem dni zmieniała się sinusoidalnie od 55 do 45% a przez następny tydzień od 50 do 40%. Pozostałe parametry obliczeń oraz dane materiałowe były identyczne jak w przypadku poprzedniej symulacji. Na rys. 9 można

zauważyć, że zawartość wilgoci w materiale, tak jak można się było tego spodziewać, zawiera się pomiędzy krzywymi sorpcji i desorpcji, a kształt krzywej jest taki sam jak podaje literatura [7].

4. PORÓWNANIE WYNIKÓW SYMULACJI DLA MODELU Z I BEZ HISTEREZY

Aby zaprezentować wpływ efektu histerezy sorpcji na przepływ pary wodnej w materiale wykonano serie symulacji dla tego samego materiału i tych samych warunków brzegowych z wykorzystaniem zarówno modelu uwzględniającego histerezę sorpcji jak i modelu bez efektu histerezy. Do obliczeń wykorzystano płytę gipsową o grubości 12,5 mm a warunki brzegowe były identyczne jak w teście 1 (patrz tabela 1). Wilgotność względna w powietrzu, determinująca przepływ pary wodnej w materiale, zmieniała się sinusoidalnie. Obliczenia wykonano dla czterech wariantów:

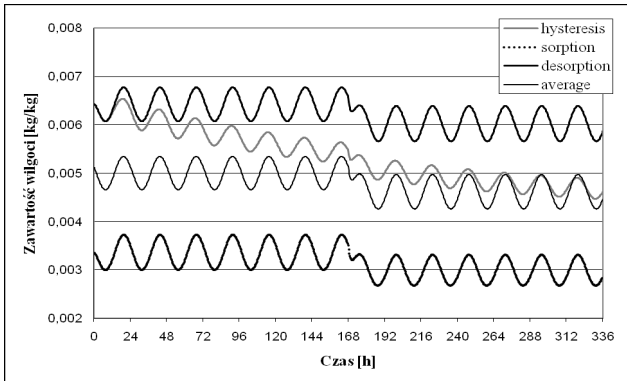
- Histereza. Model z efektem histerezy, oznaczony na wykresie jasną linią.
- Sorption. Model bez efektu histerezy, oznaczony na wykresie ciemną linią kropkowaną (dolna linia). Zależność między wilgotnością względną a zawartością wilgoci opisana jest równaniem izotermy sorpcji.
- Desorption. Model bez efektu histerezy, oznaczony na wykresie ciemną linią ciągłą (górną linią). Zależność między wilgotnością względną a zawartością wilgoci opisana jest równaniem izotermy desorpcji.
- Average. Model bez efektu histerezy, oznaczony na wykresie ciemną, cienką linią ciągłą. Zależność między wilgotnością względną a zawartością wilgoci opisana jest średnią wartością izotermy sorpcji i desorpcji.



Rys. 10. Zawartość wilgoci w płycie gipsowej na głębokości 6,25 mm, dla czterech wariantów obliczeń.
Fig. 10. Moisture mass content in the gypsum board at the depth of 6,25 mm, for four calculation variants.

Na rys.10 przedstawiono profile zawartości wilgoci w płycie gipsowej przy zmieniającej się wilgotności

względnej w powietrzu od 45 do 55%, po ustaleniu się warunków dla obliczeń z histerezą. Porównując symulację z zastosowaniem tylko równań adsorpcji czy desorpcji oraz symulację z modelem histerezy zauważyć można znaczące różnice w wynikach. Różnice te znikają jeśli zamiast równania sorpcji/desorpcji do modelu wstawi się średnią wartość z tych równań.



Rys. 11. Zawartość wilgoci w płycie gipsowej na głębokości 6,25 mm, dla czterech wariantów obliczeń, ze zmienną wilgotnością względną w powietrzu.

Fig. 11. Moisture mass content in the gypsum board at the depth of 6,25 mm, for four calculation variants, with changes in air relative humidity.

Wyniki symulacji dla zmieniających się warunków wilgotnościowych w powietrzu (przez pierwszy tydzień wilgotność względną zmieniała się od 45 do 55%, przez następny od 40 do 50%) zaprezentowano na rys. 11. Zauważyć można, że dojście do ustabilizowanych warunków w materiale w przypadku modelu z histerezą zajmuje kilka dni. W tym czasie występują znaczne różnice w poziomie zawartości wilgoci pomiędzy modelem z histerezą a wszystkimi pozostałymi wariantami obliczeń.

5. PODSUMOWANIE

Porównanie rezultatów symulacji przepływu masy w materiale budowlanym dla modelu z i bez histerezy pokazało, że stosowanie tylko jednego z równań sorpcji w modelu prowadzi do znaczących niedokładności w wynikach. Dokładniejsze wyniki otrzymane zostaną gdy w modelu zastosuje się średnią z izoterm adsorpcji i desorpcji. Jednak i w tym przypadku, przy częstych, nagłych czy dużych zmianach poziomu wilgoci w powietrzu, niedokładności w wynikach też mogą być znaczące. Dla mniej dokładnych obliczeń wilgotnościowych można zatem przyjąć wariant ze średnią z izoterm adsorpcji i desorpcji. W dokładnych obliczeniach natomiast, jak wskazują wyniki symulacji, należało by zastosować model z efektem histerezy.

MODELLING OF HYSTERESIS INFLUENCE ON MASS TRANSFER IN BUILDING MATERIAL

Summary: The relative humidity is one of the most important parameters which have influence on the human comfort and indoor air quality. Moisture can also initiate microbiological growth at the surface of building envelope. The mass flows in the material have influence not only at material by itself but also at the indoor relative humidity level. The model of water vapour transfer in building material is presented in this work. After validation the effect of sorption hysteresis is implemented into the code. Finally the comparison of simulation results for model with and without hysteresis effect is presented.

Literatura

- [1] Carmelit J., de Wit M., Jansen H. *Hysteresis and Moisture Buffering of Wood*. 7th Nordic Symposium on Building Physics, Reykjavik 12-15 of June, 2005
- [2] Frandsen H. L. *Modelling of Moisture Transport in Wood*. Wood Science and Timber Engineering, Paper no1, 2nd ed., ISSN 1395-7953 R0502. Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, March 2005
- [3] James C., Talukdar P., Simonson J. C. *Annex 41 Sub-task 2. Common Exercise: Modelling Exercise on Transient Heat and Moisture Transfer in a Bed of Gypsum Boards (Phase 1). Results*. Annex 41 Working meeting, Lyon 25-27 October, 2006
- [4] James C., Talukdar P., Simonson J. C. *Annex 41 Sub-task 2. Common Exercise: Modelling Exercise on Transient Heat and Moisture Transfer in a Bed of Gypsum Boards (Phase 2)*. Annex 41 Working meeting, Lyon 25-27 October, 2006
- [5] Padfield T. *Humidity buffering of the indoor climate by absorbent walls* [on line]. Proceedings of the 5th Symposium on Building Physics in Nordic Countries. Chalmers University of Technology, Goteborg 1999, vol.2 pp 637-644. Pdf available at: <http://www.padfield.org/tim/cfys/appx/pubs.php>
- [6] Pedersen C.R. *Combined Heat and Moisture Transfer in Building Constructions*. PhD Thesis. Report 214. Thermal Insulation Laboratory, Technical University of Denmark, 1990
- [7] Pedersen C.R. *Transient Calculation on Moisture Migration Using a Simplified Description of Hysteresis in the Sorption Isotherms*. The 2nd Symposium on Building Physics in the Nordic Countries, Trondheim 20-22 of August, 1990
- [8] Talukdar P., James C., Simonson J. C. *Annex 41 Sub-task 2. Common Exercise: Modelling Exercise on Transient Heat and Moisture Transfer in a Bed of Gypsum Boards (Phase 1)*. Annex 41 Working meeting, Kyoto 3-5 April, 2006