

MODEL MATEMATYCZNY ZJAWISK CIEPLNO-WILGOTNOŚCIOWYCH W OŚRODKACH POROWATYCH Z UWZGLĘDNIENIEM POWIETRZA ROZPUSZCZONEGO W WODZIE

Dariusz GAWIN^{*}, Lorenzo SANAVIA^{**}

^{*} Politechnika Łódzka, Katedra Fizyki Budowli i Materiałów Budowlanych
Al. Politechniki 6, 90-924 Łódź, e-mail: gawindar@p.lodz.pl

^{**} University of Padova, Department of Structural and Transportation Engineering
via Marzolo 9, 35-131 Padua, Italy, e-mail: sanavia@dic.unipd.it

Streszczenie: W pracy przedstawiono model matematyczny zjawisk cieplno-wilgotnościowych w odkształcalnym ośrodku porowatym, częściowo lub w pełni nasyconym wodą, uwzględniający rozpuszczone w niej powietrze, oraz metodę numerycznego rozwiązania równań tego modelu. Omówiono podstawy fizyczne rozpuszczalności powietrza w wodzie i tworzenia się pęcherzyków gazu po obniżeniu się ciśnienia wody, a także przedyskutowano wpływ ciśnienia kapilarnego na te zjawiska. Numerycznie przeanalizowano wpływ rozpuszczonego powietrza na przebieg procesu przejściowego między stanem całkowitego i częściowego nasycenia wodą podczas szybkiego, grawitacyjnego wypływu wody przez dno kolumny wypełnionej materiałem porowatym.

Słowa kluczowe: Powietrze rozpuszczone w wodzie, nasycone ośrodki porowate, stan przejściowy, procesy cieplno-wilgotnościowe, model numeryczny.

1. WPROWADZENIE

Podczas analizy zjawisk cieplno-wilgotnościowych w materiałach porowatych, wpływ powietrza rozpuszczonego w wodzie zwykle pomija się. Jednak podczas badań doświadczalnych, zwłaszcza wtedy, gdy występuje szybki spadek ciśnienia wody, można zaobserwować pęcherzyki wydzielającego się gazu, np. [15]. Przeprowadzone analizy teoretyczne wskazują, że przyczyną tego może być kawitacja [4] i/lub wydzielanie się powietrza rozpuszczonego w wodzie porowej, [3]. Zjawiska te mogą mieć wpływ na przebieg szybkich procesów wilgotnościowych w materiałach porowatych, przyspieszając ich desaturację po gwałtownym spadku ciśnienia wody.

W niniejszej pracy przedyskutowano podstawy fizyczne procesów rozpuszczania się gazów w wodzie i ich wydzielania się w postaci pęcherzyków po obniżeniu ciśnienia

wody, z uwzględnieniem wpływu na nie zjawisk kapilarnych. Następnie przedstawiono model matematyczny transportu masy, pędu i energii w ośrodkach porowatych, uwzględniający wpływ rozpuszczonego powietrza. Omówiono także metodę numerycznego rozwiązania równań tego modelu. Za pomocą odpowiednio zmodyfikowanego, autorskiego programu komputerowego COMES-GEO, przeanalizowano wpływ rozpuszczonego powietrza na przebieg zjawisk cieplno-wilgotnościowych, towarzyszących stanowi przejściowemu z całkowitego do częściowego nasycenia wodą podczas doświadczenia wykonanego przez Liakopoulou, [11], który badał wpływ wody przez dno kolumny wypełnionej mokrym piaskiem.

2. ROZPUSZCZALNOŚĆ POWIETRZA W WODZIE POROWEJ

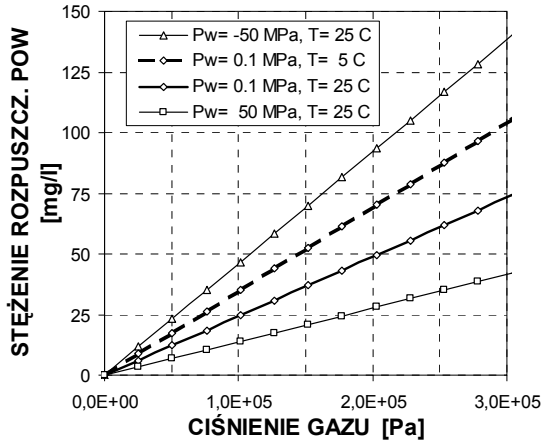
Rozpuszczalność gazów w wodzie, w stanie równowagi termodynamicznej, opisana jest prawem Henry'ego, [1],

$$p_i^g = K_{ci}(T, p^w) \cdot c_i = K_{xi}(T, p^w) \cdot x_i \quad (1)$$

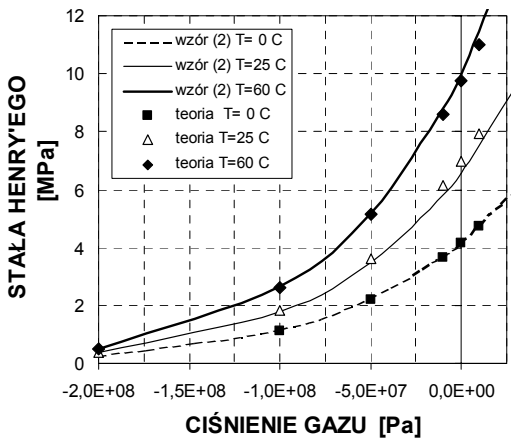
gdzie p_i^g jest ciśnieniem i -tego gazu, x_i i c_i – jego ułamkiem molowym i stężeniem w wodzie, K_{xi} i K_{ci} – współczynnikami prawa Henry'ego, odniesionymi odpowiednio do x_i i c_i , przy czym $K_{ci} = K_{xi} \cdot M_w / (\rho^w \cdot M_i)$. M_w i M_i są masami molowymi wody i gazu, zaś ρ^w – gęstością wody.

Na rys. 1 pokazano rozpuszczalność powietrza w wodzie o różnych wartościach ciśnienia i temperatury. Ujemne ciśnienie p^w odpowiada stanowi częściowego nasycenia porów wodą i występowanie efektów kapilarnych. Jak widać, spadkowi ciśnienia gazu towarzyszy wydzielanie się nadmiaru powietrza rozpuszczonego w wodzie, przy

czym desorbująca ilość gazu jest większa w niższej temperaturze oraz przy ujemnych ciśnieniach wody (tj. w wo-



Rys. 1. Rozpuszczalność powietrza w wodzie o różnej temperaturze i ciśnieniu ($p^w < 0$ odpowiada wodzie kapilarnej).
Fig. 1. Air solubility in water at different water pressure and temperature ($p^w < 0$ corresponds to the capillary water).



Rys. 2. Wartości współczynnika prawa Henry'ego dla wody o różnej temperaturze i ciśnieniu (jego ujemne wartości odpowiadają kapilarnemu zakresowi ciśnienia wody).
Fig. 2. The Henry law coefficient for water of different temperature and pressure (the negative values correspond to the capillary range of water pressure).

dzie kapilarnej). Wynika to z faktu, że współczynnik prawa Henry'ego jest zależny od ciśnienia i temperatury wody, np. dla powietrza można go wyrazić następującą, przybliżoną zależnością, [3]:

$$K_{xa} = [A_{p3}(p^w)^3 + A_{p2}(p^w)^2 + A_{p1}p^w + A_{p0}] \cdot (T - 298.15) + B_{p3}(p^w)^3 + B_{p2}(p^w)^2 + B_{p1}p^w + B_{p0}, \quad (2)$$

gdzie $A_{p3} = 1.322 \cdot 10^{-26}$, $A_{p2} = 6.558 \cdot 10^{-18}$, $A_{p1} = 1.249 \cdot 10^{-9}$, $A_{p0} = 0.0972$, $B_{p3} = 3.967 \cdot 10^{-25}$, $B_{p2} = 2.232 \cdot 10^{-16}$, $B_{p1} = 4.814 \cdot 10^{-8}$, $B_{p0} = 4.138$, przy czym p^w i T są wyrażone, odpowiednio, w [Pa] i [K]. Na rys. 2 porównano eksperymentalne i teoretyczne (dla ujemnych ciśnień p^w wg [13]) wartości współczynnika K_{xa} z otrzymanymi ze wzoru (2). Należy pamiętać, że zgodnie z prawem Henry'ego (1), niższa wartość K_{xa} oznacza wyższą zawartość rozpuszczonego gazu. Tak więc, w wodzie kapilarnej ($p^w < 0$) może rozpuścić się wyraźnie więcej powietrza niż w wodzie swobodnej ($p^w > 0$), czym można wytłumaczyć „nadmiernie wysoką” zawartość gazów szlachetnych w paleontologicznym lodzie wydobywanym na Antarktydzie [14].

3. DESORPCJA POWIETRZA ROZPUSZCZONEGO W WODZIE

Po obniżeniu się ciśnienia wody swobodnej, rozpuszczalność w niej gazów maleje i nadmiar rozpuszczonego powietrza wydziela się w postaci pęcherzyków. Utworzenie sferycznego pęcherzyka gazu o promieniu R wymaga dostarczenia energii powierzchniowej $4\pi R^2 \sigma$, gdzie σ jest napięciem powierzchniowym wody, oraz wykonania pracy $4/3\pi R^3 \Delta p$ przeciwko różnicy ciśnień $\Delta p = p^w - p^g$ po objętości pęcherzyka. Tak więc, całkowita energia ΔE niezbędna do utworzenia pęcherzyka gazu wynosi [12]:

$$\Delta E = 4\pi R^2 \sigma + 4/3\pi R^3 \Delta p. \quad (3)$$

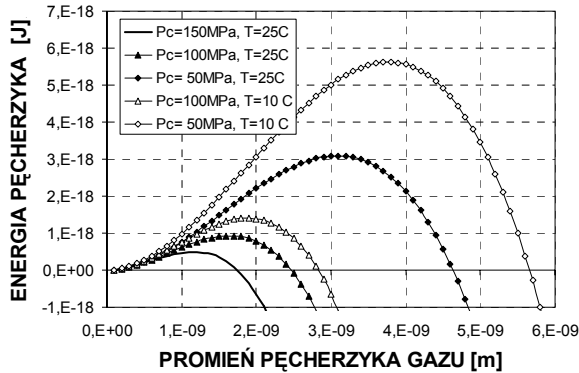
Osiąga ona maksimum dla tzw. krytycznego promienia R_c , który można wyznaczyć z warunku $\partial \Delta E / \partial R = 0$. Uwzględniając, że $\Delta p = p^w - p^g = -p^c$, otrzymujemy [3]:

$$R_c = \frac{-2\sigma}{\Delta p} = \frac{2\sigma}{p^c}, \quad (4)$$

co jest zgodne z równaniem Laplace'a [1] i ma sens fizyczny jedynie, gdy $\Delta p < 0$, tj. $p^c > 0$. Pęcherzyk o promieniu większym od R_c może dalej swobodnie wzrastać, zaś mniejszy będzie zanikał, o ile nie będzie mu dostarczana energia.

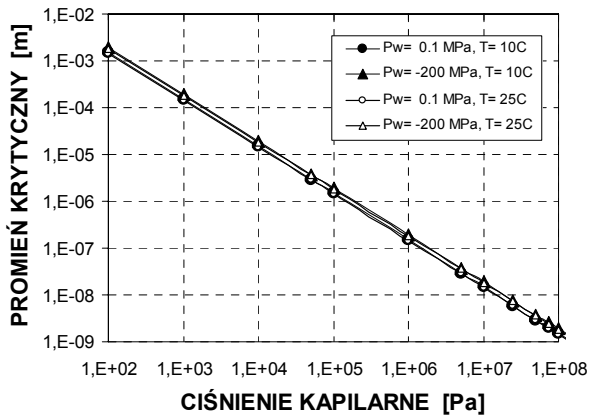
Na rys. 3 przedstawiono energię pęcherzyka gazu w wodzie o różnej temperaturze i ciśnieniu w funkcji jego promienia, zaś na rys. 4 – krytyczny promień tego pęcherzyka w funkcji ciśnienia kapilarnego wody. Jak widać, przy niższych wartościach temperatury i ciśnienia kapilarnego, całkowita energia pęcherzyka gazu i jego promień krytyczny są większe, a więc jego powstawanie i rozwój w takich warunkach jest trudniejszy. Może to mieć także wpływ na powstawanie pęcherzyków gazu w porach materiału, gdyż ich rozmiary muszą być większe od promienia krytycznego, aby możliwy był samoistny wzrost ich objętości bez wpływu „więzów geometrycznych”.

Powstawanie pęcherzyków powietrza powoduje, że coraz większa część objętości porów zajmowana jest przez gaz, tak więc stopień nasycenia porów wodą maleje. Na rys. 5 przedstawiono ciśnienie w pęcherzykach gazu o promieniu krytycznym, powstających wskutek desorpcji powietrza rozpuszczonego w wodzie, przy spadku jej ciśnienia do różnych wartości, zaś na rys.6 – część objętości wody zajmowaną przez te pęcherzyki.



Rys. 3. Całkowita energia pęcherzyka gazu w wodzie o różnej temperaturze i ciśnieniu kapilarnym w funkcji promienia pęcherzyka.

Fig. 3. The total energy of gas bubble in water of different temperature and capillary pressure as a function of the gas bubble radius.

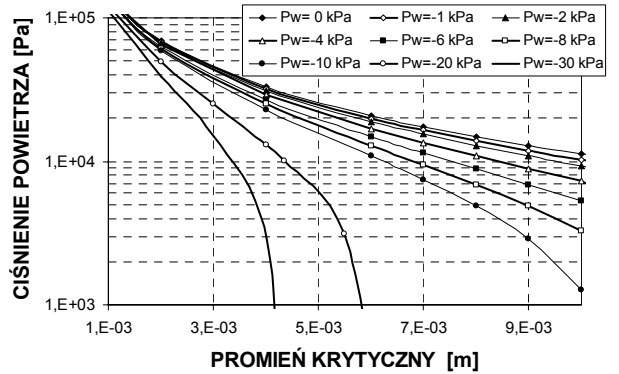


Rys. 4. Promień krytyczny pęcherzyka gazu w wodzie o różnej temperaturze i ciśnieniu (ujemna wartość odpowiada wodzie kapilarnej) w funkcji ciśnienia kapilarnego.

Fig. 4. The critical water of radius of gas bubble in water of different temperature and pressure (the negative values correspond to the capillary water) as a function of capillary pressure.

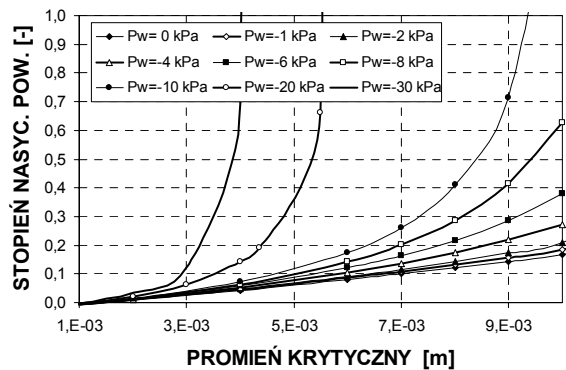
Jak widać, przy dostatecznie dużych wartościach ciśnienia kapilarnego wody i promienia pęcherzyków gazu, znaczna część objętości porów może być zajmowana przez powietrze. Może to mieć istotny wpływ na zawartość wilgoci w materiałach porowatych, zwłaszcza podczas gwałtownego spadku w nich ciśnienia wody, jeśli

początkowo były one w pełni nią nasycone. Z równania (1) wynika bowiem, że objętościowe natężenie źródeł masy gazu $\partial c_g / \partial t$ jest proporcjonalne do szybkości zmian jego ciśnienia w pęcherzykach $\partial p^g / \partial t$, a więc także wody $\partial p^w / \partial t$. W rozdziale 5 zagadnienie to zostanie przeanalizowane bardziej szczegółowo dla modelowego zadania testowego [5, 6].



Rys. 5. Ciśnienie powietrza w pęcherzykach o różnym promieniu krytycznym, powstałych wskutek desorpcji powietrza rozpuszczonego w wodzie po obniżeniu się jej ciśnienia do różnych wartości ($p^w < 0$ odpowiada wodzie kapilarnej).

Fig. 5. The air pressure in bubbles with different critical radii, emerging from the air dissolved in water after a pressure decrease to different values of water pressure ($p^w < 0$ corresponds to the capillary water).



Rys. 6. Część objętości wody zajmowana przez pęcherzyki powietrza o różnym promieniu krytycznym, które powstały wskutek desorpcji powietrza rozpuszczonego w wodzie po obniżeniu się jej ciśnienia do różnych wartości ($p^w < 0$ odpowiada wodzie kapilarnej).

Fig. 6. The volume fraction of water occupied by air bubbles of different critical radius, emerging from the air dissolved in water after a pressure decrease to different values of water pressure ($p^w < 0$ corresponds to the capillary water).

Należy podkreślić, że przeprowadzone tutaj analizy mają przybliżony charakter i opierają się na wzorach słusznych

dla wody swobodnej, zaś wpływ porów opisany jest jedynie przez ciśnienie kapilarne. Nie uwzględniają one także zjawiska kawitacji, które może towarzyszyć powstawaniu pęcherzyków gazu po spadku ciśnienia wody. Proces powstawania i późniejszego wzrostu objętości pęcherzyków gazu (mieszany powietrza i pary wodnej) w materiałach porowatych jest bardziej złożony, zależny od rozmiarów i właściwości fizyko-chemicznych szkieletu materiału, jak wskazano m. in. w pracach [3, 10].

4. MODEL MATEMATYCZNY TRANSPORTU MASY I PĘDU W NASYCONYM KOMPOZYCIE CEMENTOWYM

Wpływ powietrza rozpuszczonego w wodzie na transport masy, energii i pędu jest na ogół „a priori” pomijany, np. [2, 4], zaś nieliczne prace, w których go uwzględniono, ograniczają się jedynie do sformułowania odpowiednich równań bilansu masy, np. [7]. W niniejszej pracy rozszerzono istniejący model matematyczny [2, 6] zjawisk cieplno-wilgotnościowych w materiałach kapilarno-porowatych o bilans masy powietrza rozpuszczonego w wodzie, uwzględniając też odpowiednie człony źródłowe, związane z rozpuszczaniem się i desorpcją gazu z wody. Równanie bilansu masy szkieletu, uwzględniające jego odkształcenia pod wpływem obciążeń zewnętrznych oraz zmian ciśnienia wody i gazu w porach, które pozwala wyznaczyć zmiany porowatości wskutek tych obciążeń, ma następującą postać [2]:

$$\frac{1-n}{\rho^s} \frac{\partial \rho^s}{\partial t} - \frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \operatorname{div} \mathbf{v}^s = 0, \quad (5)$$

gdzie n oznacza porowatość, ρ^s - gęstość materiału szkieletu, \mathbf{v}^s - szybkość przemieszczania cząstek szkieletu. Równanie bilansu masy cząsteczek wody (w fazie ciekłej i pary wodnej), po uwzględnieniu szybkości zmian porowatości wg (5), można zapisać następująco [2]:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1-n}{\rho^s} \frac{\partial \rho^s}{\partial t} + (1-n) \operatorname{div} \mathbf{v}^s \right) (\rho^w S_w + \rho^{gw} S_g) + \\ & + n(\rho^w - \rho^{gw}) \frac{\partial S_w}{\partial t} + n \left(\frac{\partial \rho^w}{\partial t} S_w + \frac{\partial \rho^{gw}}{\partial t} S_g \right) + \\ & + \operatorname{div} (n \rho^w \mathbf{v}^{ws} + n \rho^{gw} \mathbf{v}^{gs} + \mathbf{J}_{gw}^d) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie ρ^{gw} jest gęstością pary wodnej, \mathbf{v}^{ws} i \mathbf{v}^{gs} - prędkościami barycentrycznymi wody i gazu względem szkieletu, S_w i $S_g = (1 - S_w)$ - stopniem nasycenia porów wodą i gazem, zaś \mathbf{J}_{gw}^d - dyfuzyjnym strumieniem cząsteczek pary wodnej w gazie (mieszanie pary wodnej i suchego powietrza). Dwa pierwsze człony pod operatorem dywer-

gencji opisują adwekcyjne strumienie masy wody i pary wodnej.

Równanie bilansu masy cząsteczek powietrza w fazie gazowej, uwzględniające natężenie źródeł masy powietrza desorbowanego z wody, $\dot{\rho}_{ga}$, ma postać [3]:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1-n}{\rho^s} \frac{\partial \rho^s}{\partial t} + (1-n) \operatorname{div} \mathbf{v}^s \right) S_g \rho^{ga} - n \rho^{ga} \frac{\partial S_w}{\partial t} + \\ & + n S_g \frac{\partial \rho^{ga}}{\partial t} + \operatorname{div} (n \rho^{ga} \mathbf{v}^{gs} + \mathbf{J}_{ga}^d) = \dot{\rho}_{ga}, \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie ρ^{ga} jest gęstością suchego powietrza, zaś $\mathbf{J}_{ga}^d = -\mathbf{J}_{gw}^d$ - dyfuzyjnym strumieniem cząsteczek powietrza w gazie, natomiast pierwszy człon pod operatorem dywergencji opisuje adwekcyjny strumień cząsteczek powietrza. Równanie bilansu masy cząsteczek powietrza rozpuszczonego w wodzie, którego stężenie zdefiniowane jest jako $c = \rho^{wa} / \rho^w$, gdzie ρ^{wa} jest masą powietrza rozpuszczonego w jednostkowej objętości wody, można zapisać następująco [3]:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1-n}{\rho^s} \frac{\partial \rho^s}{\partial t} + (1-n) \operatorname{div} \mathbf{v}^s \right) S_w c \rho^w - n c \rho^w \frac{\partial S_w}{\partial t} + \\ & + n S_w \rho^w \frac{\partial c}{\partial t} + \operatorname{div} (n c \rho^w \mathbf{v}^{ws} + \mathbf{J}_{wa}^d) = -\dot{\rho}_{ga}, \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie \mathbf{J}_{wa}^d jest dyfuzyjnym strumieniem cząsteczek powietrza w wodzie, zaś pierwszy człon pod operatorem dywergencji opisuje adwekcyjny strumień rozpuszczonego powietrza, poruszającego się wraz z wodą.

Równanie bilansu energii ośrodka wielofazowego ma następującą postać [2]:

$$\begin{aligned} & [n S_w (\rho^w C_w + c \rho^w C_{wa}) \mathbf{v}^{ws} + n S_g \rho^g C_g \mathbf{v}^{gs}] \cdot \operatorname{grad} T + \\ & + (\rho C_p)_{ef} \frac{\partial T}{\partial t} - \operatorname{div} (\lambda_{ef} \operatorname{grad} T) = -\dot{\rho}_{gw} \Delta H_{vap}, \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie C_i ($i = w, wa, g$) oznacza, odpowiednio, ciepło właściwe wody, rozpuszczonego powietrza i gazu, T - temperaturę, $(\rho C_p)_{ef}$ i λ_{ef} - efektywne wartości pojemności cieplnej i współczynnika przewodzenia ciepła ośrodka, $\dot{\rho}_{gw}$ - objętościowe natężenie źródeł masy pary wodnej, zaś ΔH_{vap} - ciepło parowania wody. Pierwszy człon równania opisuje konwekcyjny strumień ciepła przenoszonego wraz z poruszającą się masą wody i gazu.

Aby możliwe było rozwiązanie równań (5) - (9), niezbędne jest równanie bilansu pędu ośrodka wielofazowego, które przy zastosowaniu efektywnych naprężeń szkieletu $\boldsymbol{\sigma}^*$, [8, 17], można zapisać następująco:

$$\operatorname{div} (\boldsymbol{\sigma}^* - \alpha [p^g - S_w p^c] \mathbf{I}) + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0}, \quad (10)$$

gdzie α - stała Biota, ρ - gęstość wilgotnego ośrodka, \mathbf{I} - tensor jednostkowy, \mathbf{g} - przyspieszenie grawitacyjne.

Aby rozwiązać równania (6)-(10), należy określić warunki brzegowe i początkowe dla zmiennych stanu ośrodka, tj. ciśnienia gazu p^g , ciśnienia kapilarnego p^c , stężenia rozpuszczonego powietrza c , temperatury T i wektora przemieszczeń \mathbf{u} , oraz wprowadzić odpowiednie związki konstytutywne i fizyczne. Bliższe dane i informacje na ten temat przedstawiono w pracach [2, 3, 6, 16].

Równania różniczkowe (6)-(10), po wprowadzeniu odpowiednich związków konstytutywnych i materiałowych, rozwiązano numerycznie stosując Metodę Elementu Skończonego do dyskretyzacji przestrzennej oraz w pełni niejawną schemat Metody Różnic Skończonych do całkowania równań po czasie, co szczegółowo omówiono w pracach [2, 6, 16]. W wyniku tego otrzymano następujący układ równań [3]:

$$C_{ij}(x_i^{n+1}) \frac{\bar{x}_j^{n+1} - \bar{x}_j^n}{\Delta t} + K_{ij}(x_i^{n+1}) \bar{x}_j^{n+1} - f_i(x_i^{n+1}) = 0, \quad (11)$$

gdzie $i, j=1..5$, \bar{x}_j^{n+1} oznacza wartości wektora zmiennych stanu ($p^g, p^c, T, c, \mathbf{u}$) w węzłach siatki MES na $n+1$ kroku czasowym, Δt - długość kroku czasowego, zaś $C_{ij}(x_i^{n+1})$, $K_{ij}(x_i^{n+1})$, $f_i(x_i^{n+1})$ są macierzami układu.

Na podstawie przedstawionej metody opracowano autorski program komputerowy COMES-GEO, będący rozszerzeniem programu HMTRA [2, 6], za pomocą którego wykonano obliczenia prezentowane w niniejszej pracy.

5. WYNIKI SYMULACJI NUMERYCZNYCH

Wyniki rozważań teoretycznych, przedstawionych w rozdziale 3, wskazują, że wpływ powietrza rozpuszczonego w wodzie, na przebieg zjawisk wilgotnościowych w materiałach porowatych powinien być największy podczas szybkich zmian ciśnienia wody w ośrodku, w pełni nią nasyconym. Dlatego też, obliczenia wykonano dla modelowego problemu testowego [5, 9], bazującego na doświadczeniu Liakopoulou [11], w którym woda wypływała pod wpływem sił grawitacji przez dno 1-m kolumny wypełnionej piaskiem, początkowo całkowicie nasyconym wodą. Zadanie to zostało wybrane jako tzw. „benchmark problem” w geomechanice i było wielokrotnie rozwiązywane przez różnych badaczy w celu sprawdzenia dokładności i weryfikacji ich programów komputerowych, np. [2, 6, 9].

Obliczenia dotyczyły bardzo szybkiego procesu, którego całkowity czas trwania wynosił 2 godziny, dlatego pominięto w nich dyfuzyjny i adwekcyjny przepływ powietrza rozpuszczonego w wodzie, tj. człon źródłowy masy powietrza desorbowanego z wody $\dot{\rho}_{ga}$ obliczano bezpośrednio z prawa Henry’ego, zgodnie z następującym równaniem [3]:

$$\dot{\rho}_{ga} = -\frac{n\rho^w S_w}{K_{ca}} \frac{\partial p^w}{\partial t}. \quad (12)$$

W doświadczeniu Liakopoulou [11], walcowa kolumna o wysokości 1 m, wykonana z pleksiglasu, została wypełniona piaskiem „Del Monte”, którego właściwości fizyczne wyznaczono w serii dodatkowych badań, a następnie całkowicie nasyconą wodą. Po usunięciu szczelnej osłony dna, woda stopniowo wypływała przez nie pod wpływem grawitacji, w wyniku czego zawartość wody w piasku stopniowo malała. Podczas doświadczenia precyzyjnie mierzono i rejestrowano na kilku wysokościach zmiany ciśnienia wody i stopnia nasycenia nią porów oraz strumień wody wypływającej przez dno próbki.

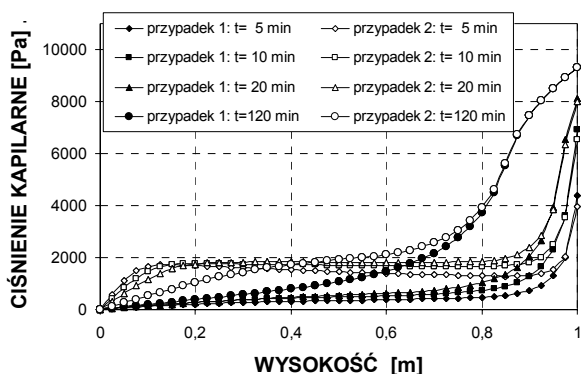
Podczas komputerowych symulacji dwóch pierwszych godzin tego doświadczenia, kolumnę tę modelowano za pomocą 20 izoparametrycznych elementów 8-węzłowych, a podczas obliczeń stosowano krok czasowy wynoszący $\Delta t = 1$ s. Jako warunek początkowy przyjęto hydrostatyczny rozkład ciśnienia wody, czy założeniu maksymalnego nasycenia ośrodka wilgocią, tj. $S_w = 0.9975$, co odpowiada obecności w porach niewielkiej ilości tzw. nieusuwalnego powietrza. Ten sposób modelowania zjawisk wilgotnościowych pozwala na uniknięcie problemów numerycznych, towarzyszących stanowi przejściowemu z całkowitego do częściowego nasycenia porów wodą [5, 9]. Jako warunek brzegowy na dnie przyjęto zerową wartość ciśnienia kapilarnego, $p^c = 0$. Wartości podstawowych parametrów materiałowych, stosowanych podczas obliczeń, zestawiono w tabelicy 1.

Tabela 1. Parametry materiałowe przyjęte podczas obliczeń.
Table 1. Material parameters assumed during simulations.

Nazwa parametru	Wartość
Porowatość, [-]	0.2975
Wsp. przepuszczalności właściwej, [m ²]	4.5 10 ⁻¹³
Gęstość szkieletu, [kg/m ³]	2000.0
Gęstość wody, [kg/m ³]	1000.0
Moduł Younga, [MPa]	1.3
Wsp. Poissona, [-]	0.4
Krętność kapilar, [-]	1.0
Wsp. przew. ciepła szkieletu, [W/(m·K)]	2.5
Przyspieszenie grawitacyjne, [m/s ²]	9.80665
Ciepło właściwe szkieletu, [J/(kg·K)]	810.0
Lepkość dynamiczna wody, [Pa·s]	1.0 10 ⁻³
Lepkość dynamiczna powietrza, [Pa·s]	1.8 10 ⁻⁵
Wsp. przew. ciepła wody, [W/(m·K)]	0.58
Stała Biota [-]	1.0

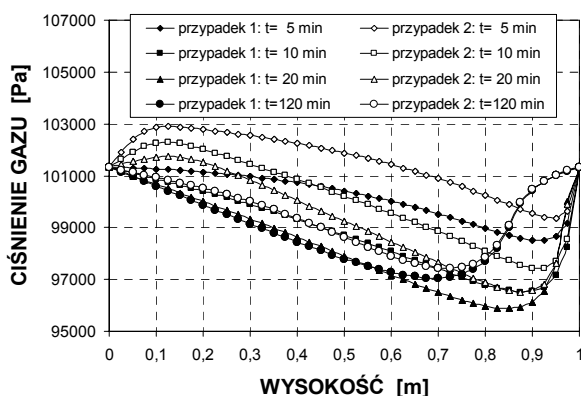
Obliczenia wykonano dla dwóch przypadków: 1) bez uwzględnienia wpływu powietrza rozpuszczonego w wodzie; 2) z uwzględnieniem tych efektów, w tym źródeł masy powietrza desorbowanego z wody. Wyniki obliczeń przedstawiono graficznie na rysunkach 7-14.

Na rys. 7 porównano rozkłady ciśnienia kapilarnego otrzymane dla obu analizowanych przypadków w 4 różnych chwilach czasu. Jak widać, powietrze wydzielające się z wody po spadku jej ciśnienia, powoduje niewielki wzrost ciśnienia gazu w porach, rys. 8.



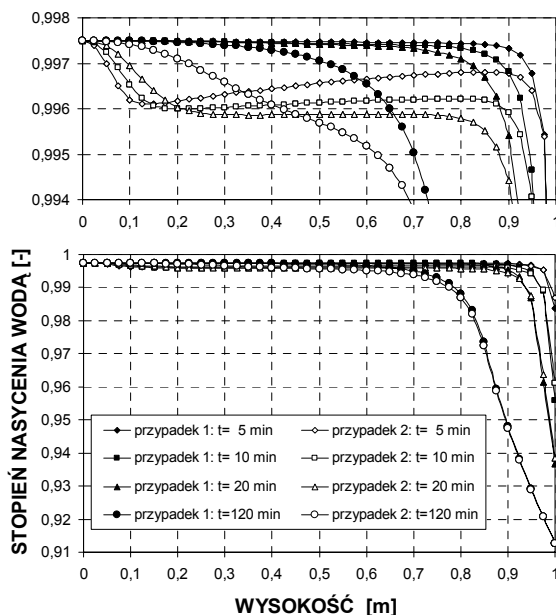
Rys. 7. Porównanie rozkładów ciśnienia kapilarnego na wysokości kolumny piasku w 4 chwilach czasu, otrzymanych z symulacji dla analizowanych przypadków: 1) bez uwzględnienia powietrza rozpuszczonego w wodzie; 2) z jego uwzględnieniem.

Fig. 7. Comparison of the capillary pressure distributions on the height of a sand column at 4 time stations, obtained from the simulations for the analyzed cases: 1) neglecting the air dissolved in water; 2) considering it.

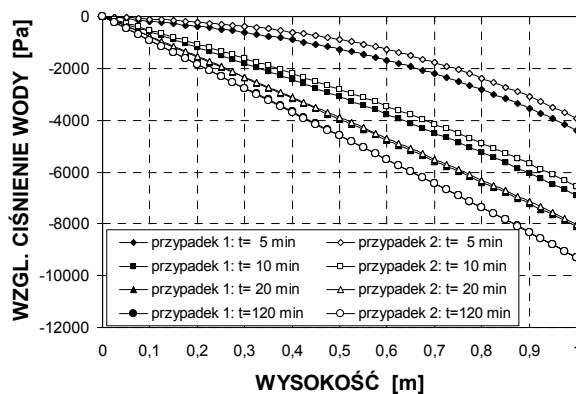


Rys. 8. Porównanie rozkładów ciśnienia gazu na wysokości kolumny piasku w 4 chwilach czasu, otrzymanych z symulacji dla analizowanych przypadków: 1) bez uwzględnienia powietrza rozpuszczonego w wodzie; 2) z jego uwzględnieniem.

Fig. 8. Comparison of the gas pressure distributions on the height of a sand column at 4 time stations, obtained from the simulations for the analyzed cases: 1) neglecting the air dissolved in water; 2) considering it.

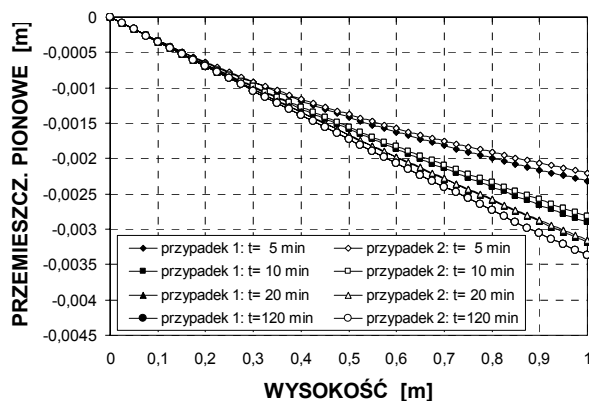


Rys. 9. Porównanie rozkładów stopnia nasycenia porów wodą na wysokości kolumny piasku w 4 chwilach czasu, otrzymanych z symulacji dla analizowanych przypadków: 1) bez uwzględnienia powietrza rozpuszczonego w wodzie; 2) z jego uwzględnieniem. Górny wykres pokazuje szczegóły rozkładu dla $S_w > 0.994$. Fig. 9. Comparison of the water saturation degree distributions on the height of a sand column at 4 time stations, obtained from the simulations for the analyzed cases: 1) neglecting the air dissolved in water; 2) considering it. The upper graph shows details of the distribution for $S_w > 0.994$.



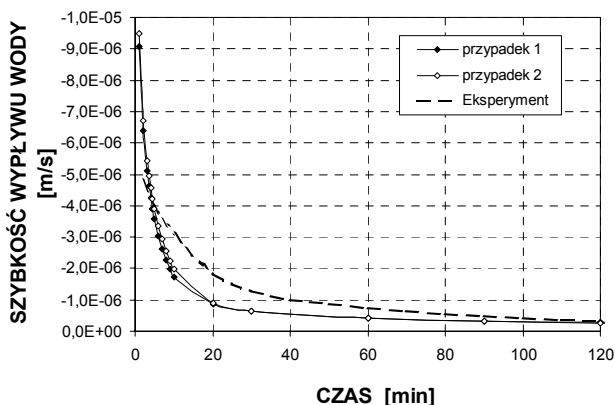
Rys. 10. Porównanie rozkładów względnego ciśnienia wody na wysokości kolumny piasku w 4 chwilach czasu, otrzymanych z symulacji dla analizowanych przypadków: 1) bez uwzględnienia powietrza rozpuszczonego w wodzie; 2) z jego uwzględnieniem.

Fig. 10. Comparison of the relative water pressure distributions on the height of a sand column at 4 time stations, obtained from the simulations for the analyzed cases: 1) neglecting the air dissolved in water; 2) considering it.



Rys. 11. Porównanie rozkładów pionowych przemieszczeń ośrodka na wysokości kolumny piasku w 4 chwilach czasu, otrzymanych z symulacji dla analizowanych przypadków: 1) bez uwzględnienia powietrza rozpuszczonego w wodzie; 2) z jego uwzględnieniem.

Fig. 11. Comparison of the vertical displacement distributions on the height of a sand column at 4 time stations, obtained from the simulations for the analyzed cases: 1) neglecting the air dissolved in water; 2) considering it.

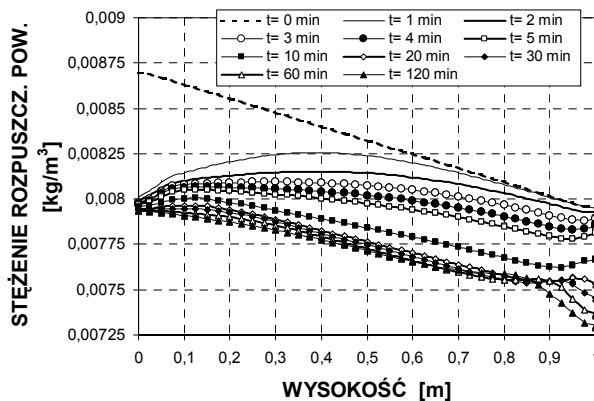


Rys. 12. Porównanie historii zmian szybkości wypływu wody przez dno kolumny piasku, otrzymanych z symulacji dla analizowanych przypadków: 1) bez uwzględnienia powietrza rozpuszczonego w wodzie; 2) z jego uwzględnieniem.

Fig. 12. Comparison of the time histories of water outflow rate through the bottom of sand column, obtained from the simulations for the analyzed cases: 1) neglecting the air dissolved in water; 2) considering it.

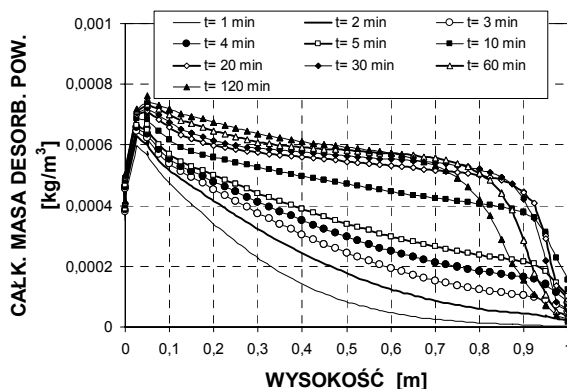
W wyniku tego szybszy jest wypływ wody z materiału, tj. niższe wartości stopnia nasycenia porów wodą, rys. 9, czemu towarzyszą nieco wyższe wartości ciśnienia kapilarnego, rys. 7. Jednak różnice te są bardzo niewielkie, zwłaszcza obserwowane dla zawartości wilgoci (wyrażonej tu jako stopień nasycenia porów wodą, rys. 9). Ponadto różnice te obserwuje się głównie na początku analizowanego procesu, po czym stopniowo zanikają, co dobrze widoczne jest na wykresach względnego ciśnienia wody (tj. odniesionego do ciśnienia atmosferycznego), rys. 10,

oraz przemieszczeń pionowych, rys. 11. Otrzymane w wyniku obliczeń wartości szybkości wypływu wody przez dno kolumny dla obu analizowanych przypadków różnią się bardzo niewiele między sobą, rys. 12, a przy tym są one nieco niższe od zmierzonych podczas eksperymentu przez Liakopoulou [11].



Rys. 13. Wartości stężenia powietrza rozpuszczonego w wodzie, na różnych wysokościach kolumny piasku, otrzymane dla różnych chwil czasu z symulacji dla przypadku 2) uwzględniającego wpływ powietrza rozpuszczonego w wodzie.

Fig. 13. The concentrations of air dissolved in water, on different heights of a sand column, obtained at different time stations from the simulations for the case 2) considering the effects of air dissolved in water.



Rys. 14. Wartości całkowitej masy powietrza wydzielającego się z wody, na różnych wysokościach kolumny piasku, otrzymane dla różnych chwil czasu z symulacji dla przypadku 2) uwzględniającego wpływ powietrza rozpuszczonego w wodzie.

Fig. 14. The total masses of air desorbed from water, on different heights of a sand column, obtained at different time stations from the simulations for the case 2) considering the effects of air dissolved in water.

Aby dokładniej przeanalizować efekty związane z desorpcją powietrza rozpuszczonego w wodzie, wykonano wykresy rozkładu po wysokości kolumny jego stężenia, rys. 13, i całkowitej masy wydzielonego gazu, rys. 14, dla różnych chwil czasu. Jak widać, powietrze początkowo

wydziela się głównie w pobliżu dna, gdzie występują gwałtowne zmiany ciśnienia wody po otwarciu wypływu przez dno, rys. 10, potem jednak efekt ten obserwuje się także w górnej części kolumny, gdzie ciśnienie wody także stopniowo maleje, ale z mniejszą szybkością.

6. WNIOSKI

W pracy przedstawiono model matematyczny transportu masy i pędu w odkształcalnych materiałach porowatych, w pełni lub częściowo nasyconych wodą, w którym uwzględniono źródła masy, związane z rozpuszczaniem się powietrza w wodzie porowej lub jego desorpcją.

Wyniki obliczeń dla modelowego zagadnienia, w którym analizowano szybki wypływ wody z ośrodka porowatego, pokazują, że desorpcja powietrza rozpuszczonego w wodzie, po gwałtownym spadku ciśnienia wody, powoduje nieco szybszą desaturację ośrodka, w porównaniu do przypadku nie uwzględniającego rozpuszczalności powietrza, jednak wywołane tym zmiany ciśnienia wody i gazu oraz strumienia wypływającej wody są nieznaczne. Można zatem wnioskować, że w przypadku porowatych materiałów budowlanych, których przepuszczalność jest zwykle wyraźnie niższa od analizowanego tu ośrodka, wpływ powietrza rozpuszczonego w wodzie na przebieg procesów wilgotnościowych będzie jeszcze mniejszy i może być on pomijany podczas analiz tych procesów w przegrodach budowlanych, nawet przy dużym ich zawilgoceciu i szybkich jego zmianach. W przypadku modelowania kawitacji w ośrodku porowatym nasyconym wodą, wpływ powietrza rozpuszczonego w nim, jest jednak istotny, jak wskazują wyniki analiz przedstawionych w pracy [3].

MATHEMATICAL MODEL OF HYDRO-THERMAL PHENOMENA IN POROUS MEDIA CONSIDERING AIR DISSOLVED IN WATER

Streszczenie: A mathematical model of hydro-thermal phenomena in deformable porous media, partially or fully saturated with water, considering the air dissolved in water, and a method of numerical solution of the model equations are presented. Physical fundamentals of air dissolution in water and gas bubble formation after a water pressure drop, as well as influence of capillary pressure on these phenomena are described. The effect of the dissolved air on the transient from fully to partially saturated state, during a rapid, gravitational outflow of water from the bottom of a column filled with sand, is numerically analysed.

Literatura

- [1] Aitkins P.W., de Paula J., *Atkins' Physical Chemistry, 7th Edition*, Oxford University Press, Oxford, 2001.
- [2] Gawin D., *Modelowanie sprzężonych zjawisk cieplno-wilgotnościowych w materiałach i elementach budowla-*

nych, Rozprawy Naukowe z. 279, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2000.

- [3] Gawin D., Sanavia L., *Modelling of cavitation in water saturated porous media considering effects of dissolved air*, Transport in Porous Media (zgłoszone do publikacji).
- [4] Gawin D., Sanavia L., Schrefler B.A., *Cavitation modelling in saturated geomaterials with application to dynamic strain localisation*, Int. J. for Numerical Methods in Fluids 27 (1998) 109-125.
- [5] Gawin D., Simoni L., Schrefler B.A., *Numerical model for hydro-mechanical behaviour in deformable porous media: a benchmark problem*, w: Jian-Xin Yuan (red.) Computer methods and advances in Geomechanics. Vol. 2, 1143-1148, Balkema, Rotterdam, 1997.
- [6] Gawin D., Schrefler B.A., *Thermo- hydro- mechanical analysis of partially saturated porous materials*, Engineering Computations 13(7) (1996) 113-143.
- [7] Gens A., Olivella S., *THM phenomena in saturated and unsaturated porous media. Fundamentals and formulation*, Revue Française de Genie Civil 5 (2001) 693-718.
- [8] Gray W.G., Schrefler B.A., *Thermodynamic Approach to Effective Stress in Partially Saturated Porous Media*, European J. of Mechanics A/Solids 20 (2001) 521-538.
- [9] Jommi C., Vaunat J., Gens A., Schrefler B.A., Gawin D., *Multiphase flow in porous media: a numerical benchmark*, Mat. NAFEMS World Congress'97, 1338-1349, Universität Stuttgart, Stuttgart, April 9-11, 1997.
- [10] Kwak H.Y., Kim Y.W., *Homogeneous nucleation and macroscopic growth of gas bubble in organic solutions*, Int. J. Heat Mass Transfer 41(4-5) (1998) 757-767.
- [11] Liakopoulos A.C., *Transient flow through unsaturated porous media*, Ph.D. thesis, University of California, USA, 1965.
- [12] Maris H., Balibar S., *Negative pressures and cavitation in liquid Helium*. Physics Today 53(2) (2000) 29-34.
- [13] Mercury L., Azaroual M., Zeyen H., Tardy, Y., *Thermodynamic properties of solutions in metastable systems under negative or positive pressures*, Geochimica et Cosmochimica Acta 67(10) (2003) 1769-1785.
- [14] Mercury L., Pinti D.L., Zeyen H., *The effect of negative pressure of capillary water on atmospheric noble gas solubility in ground water and palaeotemperature reconstruction*, Earth Planetary Sci. Let., 223 (2004) 147-161.
- [15] Mokni M., Desrues J., *Strain localisation measurements in undrained plane-strain biaxial tests on Hostun RF sand*, Mech. Cohesive-Frict. Mat. 4 (1998) 419-441.
- [16] Sanavia L., Pesavento F., Schrefler B.A.: *Finite element analysis of non-isothermal multiphase geomaterials with application to strain localization simulation*, Computational Mechanics 37(4) (2006) 331-348.
- [17] Schrefler B.A., Gawin D., *The effective stress principle: incremental or finite form?* Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 20(11) (1996) 785-815.