

MODELOWANIE ODKSZTAŁCEŃ I NAPRĘŻEŃ PODCZAS WYSYCHANIA MATERIAŁÓW BUDOWLANYCH

WITCZAK Konrad ¹

PESAVENTO Francesco ²

GAWIN Dariusz ³

^{1,3} *Katedra Fizyki Budowli i Materiałów Budowlanych, Politechnika Łódzka*

² *Dipartimento di Costruzioni e Trasporti, Università di Padova, Włochy*

MODELLING OF STRAINS AND STRESSES DURING DRYING OF BUILDING MATERIALS

In this paper a mathematical model of hygro-thermal phenomena and related strains and stresses in capillary porous building materials is presented. The recently developed theory of effective stresses in porous materials with a well developed inner surface of porosity, considering effect of the disjoining pressure, is used for modelling of material shrinkage. The results of this theory are compared with the classical effective stress theory and some experimental data concerning shrinkage of NSC and HPC concretes.

STRESZCZENIE

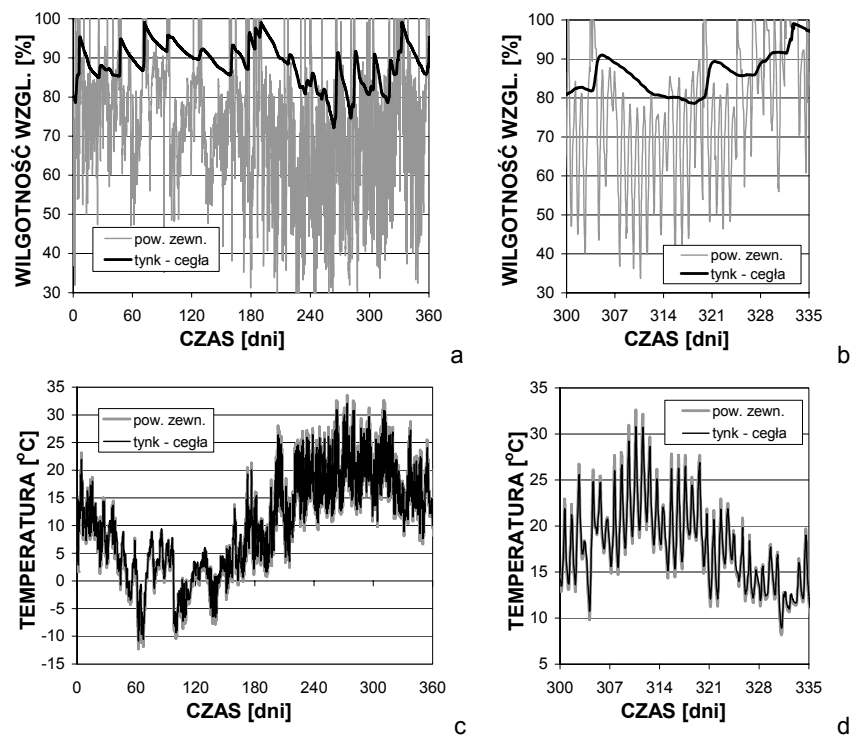
W pracy przedstawiono model matematyczny zjawisk cieplno-wilgotnościowych i wywołanych nimi odkształceń i naprężeń w kapilarno-porowatych materiałach budowlanych. Do modelowania skurczu zastosowano nową teorię naprężeń efektywnych w materiałach porowatych z rozwiniętą powierzchnią wewnętrzną, uwzględniającą wpływ ciśnienia rozkładającego. Wyniki tej teorii porównano z klasyczną teorią Terzagiego i wynikami badań eksperymentalnych dotyczących skurczu betonów zwykłego i wysokowartościowego.

1. WSTĘP

Jednym z ważnych zagadnień, którymi zajmuje się fizyka budowli, są zjawiska cieplno-wilgotnościowe w materiałach i elementach budowlanych, np. [1-8]. Do chwili obecnej opracowano szereg modeli matematycznych i bazujących na nich programów komputerowych, które umożliwiają prognozowanie, z wystarczającą dla celów praktycznych dokładnością, pól temperatury i koncentracji wilgoci w przegrodach budowlanych poddanych oddziaływaniu zmiennych w czasie warunków klimatu zewnętrznego i wewnętrznego, np. [1-8]. Prowadzono również szerokie badania nad wyznaczeniem parametrów i funkcji materiałowych tych modeli, np. [3,4,9], a także realistycznym modelowaniem oddziaływania, zmiennych w czasie, warunków pogodowych, z uwzględnieniem wpływu opadów atmosferycznych, wiatru i promieniowania słonecznego, na stan cieplno-wilgotnościowy elementów obudowy budynku, np. [10].

Z drugiej strony, ważnym tematem badań mechaniki komputerowej jest modelowanie stanu naprężeń i odkształceń materiałów porowatych, w tym także wywołanych zmiennym stanem zawilgocenia, np. [11-13]. Badania te dotyczą jednak głównie ośrodków gruntowych i betonu, które mają bardzo specyficzne własności. Ponadto w badaniach tych często w bar-

dzo uproszczony sposób uwzględnia się wpływ warunków klimatycznych, co sprawia, że nie można ich wyników zastosować bezpośrednio do materiałów budowlanych.



Rys.1. Przebieg zmian wilgotności względnej (a, b) i temperatury (c, d) w tynku cementowym (przy powierzchni zewnętrznej i na styku z warstwą cegły) w warunkach pogodowych TRM w Warszawie: w ciągu całego roku (a, c) oraz podczas wybranych 5 tygodni (b, d).
 Fig. 1. Histories of relative humidity (a, b) and temperature (c, d) in cement plaster (on the external surface and on the interface with a brick layer) for the weather conditions of TMY in Warsaw: during the whole year (a, c) and a 5-weeks period (b, d).

Dlatego też istnieje potrzeba podjęcia badań na styku tych dwóch dyscyplin, aby było możliwe przewidywanie stanu naprężeń w przegrodach budowlanych, zwłaszcza w ich powłokach zewnętrznych, które poddane są działaniu bardzo zmiennych warunków higro-termicznych. Na Rys. 1 pokazano wyniki symulacji komputerowych, dotyczących zmian temperatury i wilgotności względnej na powierzchni zewnętrznej oraz na styku tynku cementowego i 38-cm ściany z cegły pełnej, poddanej oddziaływaniu warunków pogodowych Typowego Roku Meteorologicznego w Warszawie. Jak widać, stan cieplno-wilgotnościowy tynku zewnętrznego wykazuje duże wahania, nie tylko o charakterze sezonowym, ale także w cyklu dobowym, w wyniku którego amplituda zmian temperatury może przekraczać 10 K (Rys.1c,d), zaś wilgotności względnej nawet 40-50% (Rys. 1a,b). Efektem tych zmian mogą być silne naprężenia ściskające i rozciągające, które mogą wywołać pękanie tynku, a tym samym wpływać na trwałość całej przegrody budowlanej.

Pewne wyniki badań dotyczących naprężeń skurczowych przegród budowlanych przedstawiono w [8,14], ale dotyczyły one liniowo-sprężystego modelu odkształceń ośrodka oraz uproszczonego opisu zewnętrznych i wewnętrznych warunków brzegowych. W niniejszej pracy przedstawiono nowy, mechanistyczny model odkształceń skurczowych porowatych materiałów budowlanych, bazujący na zmodyfikowanej ostatnio teorii naprężeń efektywnych [15], który porównano z klasyczną teorią Terzagiego [13] oraz zweryfikowano wynikami badań eksperymentalnych dla betonu zwykłego i wysokowartościowego [16,17].

2. MODEL MATEMATYCZNY ODKSZTAŁCEŃ SKURCZOWYCH

W modelach fenomenologicznych zwykle zakłada się, że przyrost odkształceń wywołanych skurczem lub pęcznieniem materiałów porowatych, wskutek zmiany ich wilgotności względnej o wielkość $d\varphi$, jest do niej proporcjonalny i może być opisany zależnością, [11]:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{sh} = \beta_{sh} d\varphi \mathbf{I} \quad (1)$$

gdzie β_{sh} jest parametrem materiałowym, zaś \mathbf{I} - tensorem jednostkowym. W takim opisie rzeczywiste przyczyny fizyczne wywołujące zjawisko kurczu, tj. zmiany ciśnienia kapilarnego i/lub ciśnienia rozklinowującego, nie są uwzględniane bezpośrednio, a ponadto występują problemy teoretyczne, jeśli chcemy uwzględnić histerezę kapilarną, [18].

Stosując opis mechanistyczny, odkształcenia skurczowe modelowane są jako efekt działania tzw. naprężenia efektywnego $\boldsymbol{\sigma}_e^s$, które poza naprężeniami wywołanymi obciążeniem mechanicznym $\boldsymbol{\sigma}$, uwzględnia ciśnienie p^s , wywierane przez płyny (wodę i gaz), znajdujące się w porach materiału, zgodnie z równaniem, [13]:

$$\boldsymbol{\sigma}_e^s = \boldsymbol{\sigma} + \alpha p^s \mathbf{I} \quad (2)$$

gdzie $\alpha = 1 - K_T/K_s$ jest współczynnikiem Biota, zależnym od modułów ścisłości całego ośrodka K_T i materiału szkieletu K_s . W równaniu (2) jako dodatnie traktuje się rozciąganie szkieletu i ściskanie płynów.

W klasycznej teorii Terzagiego ciśnienie p^s opisane jest zależnością, [13]:

$$p^s = p^g + S_w p^c, \quad (3)$$

gdzie p^c i p^g oznaczają ciśnienie kapilarne i gazu, zaś S_w jest stopniem nasycenia porów ciekłą wodą. Zależność ta jest stosowana z powodzeniem dla ośrodków ziarnistych, np. w mechanice gruntów [13], jednak w przypadku materiałów kapilarno-porowatych, np. betonów, daje wyniki niezgodne z eksperymentem. Wynika to głównie nieuwzględnienia w (3) efektów powierzchniowych, tj. oddziaływania szkieletu z zaadsorbowanymi cząsteczkami wody, które przejawia się istnieniem tzw. ciśnienia rozklinowującego Π^w . W takim przypadku, ciśnienie p^s dane jest wyrażeniem, otrzymanym w [15] dla przypadku dowolnego ośrodka porowatego, a następnie uproszczonym w [19] dla przypadku ośrodka z rozwiniętą powierzchnią wewnętrzną, takiego jak np. beton, do postaci:

$$p^s = p^g + \chi_s^{ws} p^c, \quad (4)$$

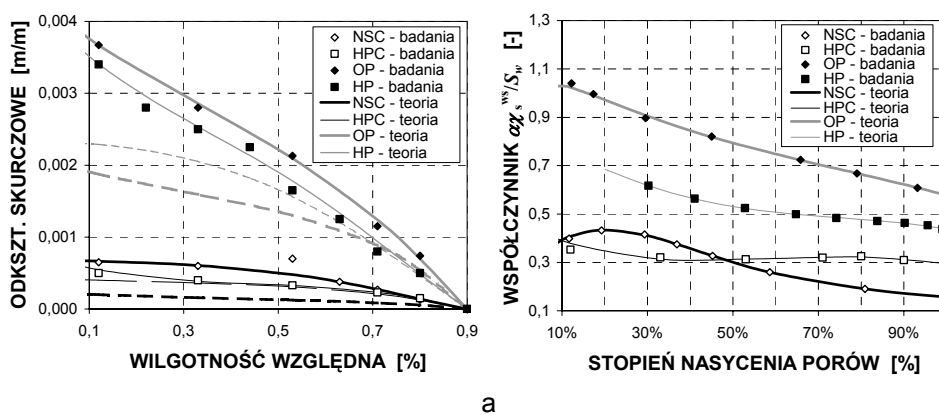
gdzie χ_s^{ws} jest ułamkiem powierzchni szkieletu, zwilżanego przez ciekłą wodą (fazę objętościową lub cienki film cieczy), który jest zależny od stopnia wypełnienia porów wodą. W równaniu tym

ciśnienie kapilarne ma uogólniony sens fizyczny, uwzględniający oddziaływania cienkiego filmu zaadsorbowanej wody ze szkieletem, zgodnie z zależnością, [15]:

$$p^c \equiv p^g - p^w = \Pi^w - s^{wg} J_{wg}^w, \quad (5)$$

gdzie ciśnienie wody $p^w = p_o^w - \Pi^w$ jest różne od klasycznego ciśnienia „objętościowego” wody - p_o^w (ang. bulk pressure), s^{wg} oznacza napięcie powierzchniowe, zaś J_{wg}^w - średnią krzywiznę powierzchni międzyfazowej. W przypadku, gdy efekty powierzchniowe stają się pomijalnie małe, wówczas ciśnienie rozklinowujące Π^w jest zerowe, ciśnienie wody $p_w = p_w^o$ zaś ciśnienie kapilarne dane jest klasycznym równaniem, [15]:

$$p^c \equiv p^g - p^w = -s^{wg} J_{wg}^w, \quad (6)$$



Rys.2. Porównanie wyników badań odkształceń skurczowych dla różnych materiałów [16] z przewidywaniami teorii naprężeń efektywnych (a) oraz wartościami parametru $\alpha \chi_s^{ws} / S_w$ (b).

Fig.2. Comparison of shrinkage tests results for different materials [16] with predictions of the effective stress theory (a) and values of the $\alpha \chi_s^{ws} / S_w$ parameter (b).

Na Rys. 2a porównano wyniki badań odkształceń skurczowych betonów: zwykłego (NSC) i wysokowartościowego (HPC) oraz zaczynów cementowych: o zwykłej (OP) i wysokiej wytrzymałości (HP) z przewidywaniami klasycznej (linie przerywane) i przedstawionej powyżej, zmodyfikowanej (linie ciągłe) teorii naprężeń efektywnych. Widoczna jest dobra zgodność z eksperymentem teorii zmodyfikowanej i niezadowalająca klasycznej teorii naprężeń efektywnych, zwłaszcza w zakresie niższych wilgotności względnych powietrza.

Na Rys. 2b przedstawiono stosunek iloczynu stałej Biota pomnożonej przez wartość parametru χ_s^{ws} do stopnia nasycenia porów wodą S_w . Jak widać, nie jest ona stała, lecz wzrasta przy obniżaniu się wilgotności względnej, co wskazuje na rosnące znaczenie efektów powierzchniowych, w stosunku do objętościowych (opisanych parametrem S_w), w tym zakresie wilgotności. Jest to zgodne z naszą intuicją fizyczną, gdyż dla malejących rozmiarów porów stosunek ich powierzchni wewnętrznej do ich objętości rośnie, więc pominięcie oddziaływań o charakterze powierzchniowym musi generować znaczące błędy.

3. MODELOWANIE ODKSZTAŁCEŃ I NAPRĘŻEŃ MATERIAŁU

Całkowite odkształcenia materiałów budowlanych, $\boldsymbol{\varepsilon}_{tot}$, przy opisie mechanistycznym, są wypadkową następujących składowych, [18]:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{tot} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_c + \boldsymbol{\varepsilon}_o, \quad (7)$$

gdzie $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ oznaczają odkształcenia elastyczne wywołane naprężeniem efektywnym (2), spowodowane zarówno obciążeniami zewnętrznymi, jak i zmianą zawartości wilgoci (skurczem lub pęcznieniem).

Odkształcenia termiczne $\boldsymbol{\varepsilon}_t$, spowodowane przyrostem temperatury materiału o wartość dT , dane są następującą, przyrostową zależnością:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_t = \beta_s dT \mathbf{I}, \quad (8)$$

gdzie β_s jest współczynnikiem rozszerzalności termicznej materiału.

W niektórych materiałach budowlanych, np. na bazie cementu, obserwuje się zjawisko pełzania, stąd konieczność uwzględnienia odkształceń pełzania $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ podczas analizy ich odkształceń. W przypadku betonów i zapraw można wyznaczyć je przy pomocy teorii „solidyfikacji z mikro-naprężeniami wstępnymi” (ang. micro-prestress solidification theory), [12,19]. W materiałach budowlanych mogą też występować inne odkształcenia nieodwracalne $\boldsymbol{\varepsilon}_o$, na przykład związane z postępowaniem hydratacji cementu (tzw. odkształcenia chemiczne), por. [19], lub uplastycznianiem się materiału przy wysokich naprężeniach.

Naprężenia występujące w materiale można wyznaczyć z następującego, przyrostowego związku konstytutywnego:

$$d\boldsymbol{\sigma}_e^s = \mathbf{D}(d\boldsymbol{\varepsilon}_{tot} - d\boldsymbol{\varepsilon}_t - d\boldsymbol{\varepsilon}_c - d\boldsymbol{\varepsilon}_o) \quad (9)$$

gdzie \mathbf{D} jest styczną macierzą sztywności (ang. tangent matrix).

Bazując na przedstawionym modelu odkształceń materiałów budowlanych oraz modelu matematycznym zjawisk ciepłno-wilgotnościowych, zaproponowanym w [8], zmodyfikowano odpowiednio program komputerowy HMTRA, za pomocą którego rozwiązano przykład przedstawiony w następnej części referatu. Bliższe szczegóły dotyczące przyjętej metody rozwiązania numerycznego analizowanego zagadnienia omówiono w pracy [18].

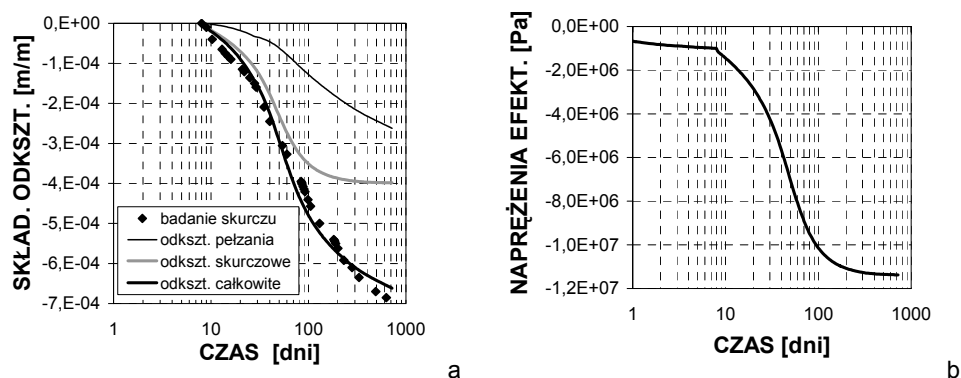
4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

W celu weryfikacji przedstawionego modelu matematycznego odkształceń materiałów budowlanych, wykonano symulacje komputerowe badań eksperymentalnych odkształceń płyty betonowej podczas jej wysychania, które omówiono w [17]. Płyta, wykonana z betonu klasy C-50 ($w/c=0.45$), wysychała w warunkach stałej temperatury $T=20^\circ\text{C}$ i wilgotności względnej powietrza $\varphi=60\%$ przez okres około 2 lat. Przed rozpoczęciem badań, płyta dojrzewała przez 6 dni w wodzie, a następnie przez 2 dni w środowisku o wilgotności względnej powietrza $\varphi\approx 95\%$. Na powierzchniach płyty założono konwekcyjne warunki brzegowe ze współczynnikami przejmowania ciepła i masy: $\alpha_c=5 \text{ W/m}^2\text{K}$ i $\beta_c=0.0002 \text{ m/s}$.

Zadanie rozwiązano jako 1-wymiarowe, dyskretyzując analizowaną płytę za pomocą 40 ośmiowzłowych izoparametrycznych elementów skończonych. Podczas obliczeń stosowano zmienny krok czasowy, od 1s do 30 s, w zależności od fazy analizowanego procesu.

W obliczeniach przyjęto następujące parametry materiałowe dla analizowanego betonu: gęstość $\rho = 2285 \text{ kg/m}^3$, porowatość $n = 12.2\%$, moduł Younga $E = 49.2 \text{ GPa}$, współczynnik Poissona $\nu = 0.18$, przepuszczalność właściwą $k_o = 10^{-19} \text{ m}^2$, ciepło właściwe $c = 1020 \text{ J/kgK}$, współczynnik przewodzenia ciepła $\lambda = 1.5 \text{ W/mK}$.

Wyniki obliczeń odkształceń całkowitych na powierzchni wysychającej płyty porównano na Rys. 3a z wynikami badań eksperymentalnych [17]. Widoczna jest dobra zgodność wyników numerycznych i doświadczalnych. Na rysunku tym pokazano także najważniejsze składowe całkowitych odkształceń, tj. skurcz i pełzanie. Jak widać, mimo braku obciążeń zewnętrznych, pod wpływem dużych ściskających naprężeń efektywnych, przekraczających 10 MPa, Rys. 3b, obserwuje się dość znaczne pełzanie materiału, które po jednym roku stało się porównywalne z odkształceniami skurczowymi. W przypadku płyty z obciążeniem zewnętrznym, odkształcenia pełzania byłyby jeszcze wyższe, między innymi wskutek tzw. efektu Picketta [11], który został uwzględniony w omawianym modelu odkształceń bazującym na naprężeniach efektywnych, [19].



Rys.3. Odkształcenia skurczowe wg badań oraz symulacji komputerowych (a) i naprężenia efektywne (b) na powierzchni wysychającej ściany betonowej [17].

Fig.3. Shrinkage strains according to the tests and computer simulations (a) and effective stresses (b) on the surface of a drying concrete wall [17].

5. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

Przedstawione analizy i obliczenia, dotyczące odkształceń materiałów budowlanych, pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

1. Zewnętrzne warstwy przegród budowlanych narażone są na bardzo duże wahania temperatury i wilgotności względnej, zarówno w cyklu rocznym, jak i dobowym, w wyniku czego występują w nich znaczne odkształcenia i naprężenia, które mogą spowodować degradację warstw tynku zewnętrznego. Jego uszkodzenie lub zaryso-

wanie może być przyczyną nadmiernego zawilgocenia głębszych warstw przegród budowlanych, a tym samym wpływać na ich trwałość.

2. Zaproponowany model odkształceń skurczowych, wykorzystujący koncepcję naprężeń efektywnych, pozwala na wyznaczenie tych odkształceń z wystarczającą dla celów praktycznych dokładnością, co potwierdzają wyniki przedstawionych symulacji komputerowych.
3. Przedstawiony model matematyczny odkształceń i naprężeń w materiałach budowlanych i bazujący na nim program komputerowy mogą być przydatne przy analizach zachowania się przegród budowlanych w zmiennych warunkach pogodowych, a zwłaszcza przy ocenie ich trwałości. W tym celu planuje się dalsze rozbudowanie w programie HMTRA procedur do modelowania warunków brzegowych, aby możliwe było uwzględnienie oddziaływania opadów atmosferycznych (w tym tzw. zacinającego deszczu), wiatru i promieniowania słonecznego na stan cieplno-wilgotnościowy przegród budowlanych. Przewiduje się także bardziej realistyczne modelowanie warunków klimatu wewnętrznego przez bezpośrednie uwzględnienie bilansu masy wilgoci w pomieszczeniach budynku.

LITERATURA

- [1] KOHONEN R., *A method to analyze the transient hygrothermal behaviour of building materials and components (Ph.D. thesis)*, Technical Research Center of Finland, Publ.21, Espoo, 1984.
- [2] GAWIN D., A numerical solution of coupled heat and moisture transfer problems with phase changes in porous building materials, *Archives of Civil Engng*, 39(4), 393-412, 1993.
- [3] HENS H., Annex 24 - an example of international cooperation in HAM-design, CIB Proc., Publication 173, KU-Leuven & CIB-Rotterdam, 1994
- [4] KÜNZEL H.M., *Simultaneous Heat and Moisture Transport in Building Components*, IRB Verlag, 1995.
- [5] GAWIN D., BAGGIO P., SCHREFLER B.A., Modelling heat and moisture transfer in deformable porous building materials, *Arch. of Civil Engng*. Vol. 42, 325-349, 1996.
- [6] HÄUPL P., GRUENEWALD J., FECHNER H., STOPP H., Coupled heat, air and moisture transfer in building structures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40(7), 1633-1642, 1997.
- [7] WYRWAŁ J., ŚWIRSKA J., *Problemy zawilgocenia przegród budowlanych*, *Studia z Zakresu Inżynierii Nr.44*, KILiW PAN, Warszawa, 1998.
- [8] GAWIN D., *Modelowanie sprzężonych zjawisk cieplno-wilgotnościowych w materiałach i elementach budowlanych*, Zeszyty naukowe PŁ, Nr 853, Łódź 2000.
- [9] KRUS M., *Moisture Transport and Storage Coefficients of Porous Mineral Building Materials*, IRB Verlag, 1996.
- [10] GAWIN D., KOSSECKA E. [red.], *Typowy Rok Meteorologiczny do symulacji procesów wymiany ciepła i masy w budynkach*, Wyd. Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2002.
- [11] BAZANT ZP (red.), *Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete*, John Wiley & Sons, Chichester, 1988.
- [12] BAZANT ZP, Hauggaard AB, Baweja S., Microprestress-solidification theory for concrete creep. I: Algorithm and verification, *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, Vol. 123(11), 1195-1201, 1997.

- [13] LEWIS RW, SCHREFLER BA, *The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media, 2nd edition*, John Wiley & Sons: Chichester, 1998.
- [14] KOWALSKI S., RYBICKI A., Pola temperatury, koncentracji wilgoci i naprężeń w zawilgoconej przegrodzie wywołane zmiennymi parametrami powietrza po obu stronach, *Mat. IX Konf. „Fizyka Budowli w Teorii i Praktyce”*, t.1. 327-340, Łódź, 2003
- [15] GRAY WG, SCHREFLER BA, Thermodynamic Approach to Effective Stress in Partially Saturated Porous Media, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 20, 521-538, 2001.
- [16] BAROGHEL-BOUNY V, MAINGUY M, LASSABATERE T, COUSSY O., Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high-performance cementitious materials, *Cement and Concrete Research*, Vol. 29, 1225-1238, 1999.
- [17] BRYANT AH, VADHANAVIKKIT C. Creep, shrinkage-size, and age at loading effects, *ACI Materials Journal*, Nr. March-April, 117-123, 1987.
- [18] GAWIN D., LEFIK M., SCHREFLER B.A., ANN approach to sorption hysteresis within a coupled hygro-thermo-mechanical FE analysis, *Int. J. Num. Meth. Engng*, Vol. 50, 299-323, 2001.
- [19] GAWIN D, PESAVENTO F, SCHREFLER BA. Hygro-thermo-chemo-mechanical modeling of concrete at early ages and beyond. Part II: Shrinkage and creep of concrete, *Int. J. Num. Meth. Engng*. (zgłoszone do publikacji).

Powyższa praca została wykonana w części w ramach finansowanego przez Unię Europejską projektu Nr. FIKS-CT-2001-00186 “MAECENAS: Modelling of Aging in Concrete Nuclear Power Structures”, realizowanego w Międzynarodowym Centrum Nauk Mechanicznych CISM w Udine we Włoszech pod kierunkiem prof. B.A. Schreflera.



Mgr inż. Konrad Witczak,
doktorant w Katedrze Fizyki
Budowli i Materiałów Budowlanych
Politechniki Łódzkiej.
Tematyka zainteresowań:
modelowanie zjawisk cieplno-
wilgotnościowych w materiałach
budowlanych, trwałość materia-
łów budowlanych
w_conrad@o2.pl



Dr inż. Francesco Pesavento,
wykładowca w Dipartimento di
Costruzioni e Trasporti,
Università di Padova, Włochy
Tematyka zainteresowań: kom-
puterowa higro-termo-chemo-
mechanika ośrodków porowa-
tych, trwałość betonu
pesa@caronte.dic.unipd.it



Dr hab. inż. Dariusz Gawin,
profesor w Katedrze Fizyki Bu-
dowli i Materiałów Budowlanych
Politechniki Łódzkiej.
Tematyka zainteresowań: mode-
lowanie procesów wymiany ma-
sy i energii w budynku, higro-
termo-chemo-mechanika i trwa-
łość materiałów budowlanych.
gawindar@p.lodz.pl