

**Bogdan Żak**

## **MODEL SYTUACJI KOLIZYJNEJ OKRĘTU JAKO NIESWOBODNY RUCH ZŁOŻONY**

### **STRESZCZENIE**

W pracy przedstawiono model matematyczny sytuacji kolizyjnej okrętu z wieloma napotkanymi obiektami pływającymi. Model ten został opisany z wykorzystaniem zasad ruchu wielokrotnie złożonego. Ponadto w pracy dokonano analizy przedstawionego modelu sytuacji kolizyjnej oraz zaprezentowano wnioski z niej wynikające.

### **WSTĘP**

Metody nawigacji morskiej wiążą się z położeniem linii obserwacji, w ogólnym przypadku ze zmianą położenia punktu i kierunku obserwacji. Metody te mają jedną wspólną cechę: są przykładami klasycznego ujęcia ruchu złożonego w mechanice ogólnej [8]. Ruchem unoszenia jest ruch linii obserwacji, ruchem względnym zaś ruch napotkanych obiektów pływających.

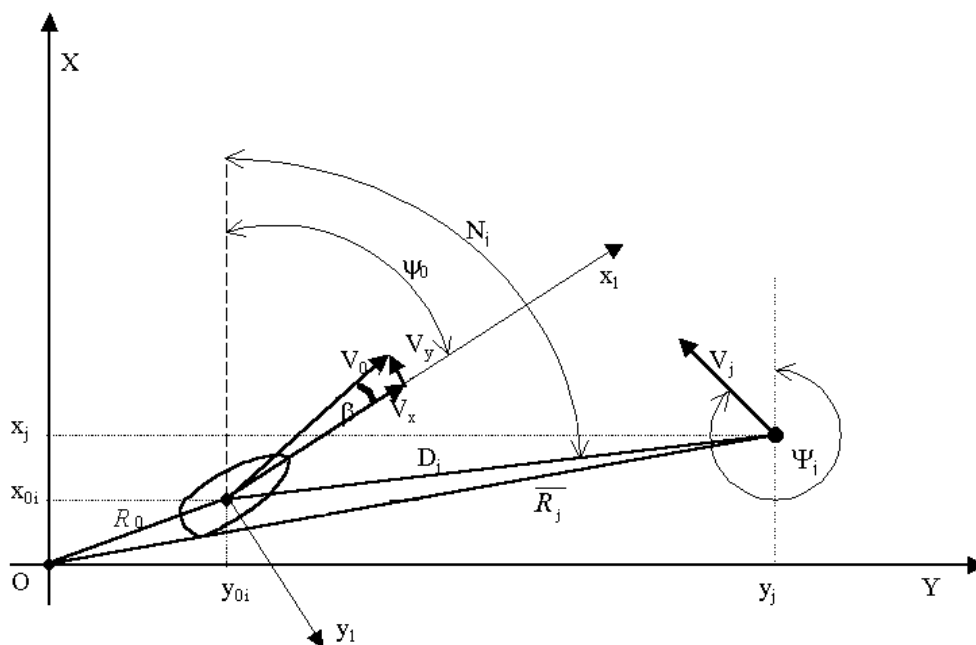
Potraktowanie sterowania obiektem pływającym w sytuacji kolizyjnej jako nieswobodnego ruchu złożonego z więzami uogólnionymi [1], [2] upraszcza w wielu wypadkach analizę dynamiki sytuacji kolizyjnej i syntezę układu sterowania, ale przede wszystkim nadaje metodzie nader przejrzysty charakter. Takie podejście zezwala na rozdzielenie ruchu sterowanego idealnie od ruchu w przestrzeni błędów reprezentującego proces przejściowy sterowania.

Równania ruchu sterowanego idealnie określają żądane położenie obiektu pływającego w sytuacji kolizyjnej. W celu wyznaczenia najkorzystniejszych warunków ruchu równania te poddaje się procesowi optymalizacji. Uzyskany w ten sposób optymalny program sterowania staje się podstawą do wybrania odpowiedniej metody unikania kolizji i przepisu na sposób jej wykorzystania. Jest to równoznaczne z ustaleniem ruchu układu unoszenia, w którym jedna oś jest linią obserwacji [2], [7].

W literaturze poświęconej metodzie naprowadzania i samonaprowadzania równania opisujące położenie linii obserwacji nazywa się powszechnie kinematycznymi równaniami ruchu [6]. W rzeczywistości równania te są przykładem równań więzów, wyprowadzonych ze wzajemnego zmiennego położenia dwóch punktów: bieguna obserwacji w ogólnym przypadku ruchomego i punktu określającego położenie ruchomego obiektu pływającego.

### SFORMUŁOWANIE MODELU SYTUACJI KOLIZYJNEJ

Bieżącą sytuację mijania dwóch obiektów pływających poruszających się, odpowiednio okręt własny z prędkością  $V_0$  i kursem  $\psi_0$  oraz obiekt napotkany z prędkością  $V_j$  i kursem  $\psi_j$ , przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Ruch obiektów napotkanych jako ruch złożony

Równania ruchu okrętu własnego w układzie prędkościowym można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} \frac{dV_0}{dt} &= \frac{\cos \beta}{\cos 2\beta} \frac{1}{m_x} \sum_{i=1}^n F_{xi} - \frac{\sin \beta}{\cos 2\beta} \frac{1}{m_y} \sum_{i=1}^n F_{yi} + \\ &+ \frac{\cos \beta}{\cos 2\beta} V_0 \omega_z \left( \frac{m_x}{m_y} \cos \beta - \frac{m_y}{m_x} \sin \beta \right), \\ \frac{d\psi_0}{dt} &= \omega_z, \\ \frac{d\beta}{dt} &= \frac{\sin \beta}{\cos 2\beta} \frac{1}{m_x} \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^n F_{xi} - \frac{\cos \beta}{\cos 2\beta} \frac{1}{m_y} \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^n F_{yi} + \\ &+ \omega_z \left( \frac{m_y \sin^2 \beta}{m_x \cos 2\beta} - \frac{m_x \cos^2 \beta}{m_y \cos 2\beta} \right), \\ \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{1}{I_{zz}} \sum_{i=1}^n M_i - (m_x - m_y) \sin \beta \cos \beta, \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie:  $F_{xi}, F_{yi}$  – składowe sił zewnętrznych działających na okręt;  
 $M_i$  – składowe momentu względem osi Z;  
 $m_x, m_y$  – masa okrętu wraz z masą wody towarzyszącej;  
 $V_0, \psi_0$  – prędkość i kurs okrętu;  
 $\omega_x, \beta$  – prędkość kątowa zwrotu i kąt dryfu okrętu.

Równania więzów dwustronnych (rys. 1.):

$$\begin{aligned} \frac{dD_j}{dt} &= -V_0 \cos(N_j - \psi_0 + \beta) + V_j \cos(N_j - \psi_j), \\ \frac{dN_j}{dt} &= \frac{V_j [\sin \psi_j + \cos(N_j - \psi_j) \sin N_j]}{D_j \cos N_j} + \\ &- \frac{V_0 [\sin(\psi_0 - \beta) + \cos(N_j - \psi_0 + \beta) \sin N_j]}{D_j \cos N_j}, \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie:  $D_j$  – odległość do j-tego obiektu pływającego;  
 $N_j$  – namiar na j-ty obiekt pływający;  
 $\psi_j, V_j$  – kurs i prędkość j-tego obiektu napotkanego.

Równania więzów jednostronnych wynikające z ograniczeń technicznych

$$\begin{aligned} \alpha^2 - \alpha_{\max}^2 &\leq 0 \\ 0 &\leq \dot{\alpha} \leq \dot{\alpha}_{\max} \end{aligned} \quad (3)$$

oraz ograniczeń nałożonych na sterowanie

$$\begin{aligned} 0 &\leq \bar{h} \leq 1 \\ u_{\alpha}^2 - 1 &\leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Związki sprzęgające:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{K_h}{2\pi I_{\omega}} \bar{h} - \frac{M_s}{2\pi I_{\omega}}, \\ \frac{d\alpha}{dt} &= \dot{\alpha}, \\ \frac{d\dot{\alpha}}{dt} &= -\frac{I}{T_{MS}} \dot{\alpha} + \frac{k_{MS}}{T_{MS}} u_{\alpha}, \end{aligned} \quad (5)$$

- gdzie:  $n$  – prędkość obrotowa silnika napędowego;  
 $K_h$  – współczynnik wiążący położenie listwy paliwowej z użytecznym momentem obrotowym silnika zredukowanym do linii wałów;  
 $I_{\omega}$  – moment bezwładności układu napędowego;  
 $M_s$  – moment obrotowy pobierany przez pędnik;  
 $k_{MS}, T_{MS}$  – współczynnik wzmocnienia i stała czasu maszyny sterowej;  
 $\alpha, \dot{\alpha}$  – kąt i prędkość kątowna wychylenia płetwy sterowej;  
 $\bar{h}, u_{\alpha}$  – sygnały sterujące podawane na listwę paliwową silnika napędu głównego i maszynę sterową.

Równania ruchu j-tego obiektu napotkanego można przedstawić w postaci (6):

$$\begin{aligned} \frac{dV_j}{dt} &= \frac{\cos \beta_j}{\cos 2\beta_j} \left( \frac{1}{m_{jx}} \sum_{i=1}^n F_{jxi} + \frac{m_{jx}}{m_{jy}} V_j \omega_{jz} \cos \beta_j \right) + \\ &\quad - \frac{\sin \beta_j}{\cos 2\beta_j} \left( \frac{1}{m_{jy}} \sum_{i=1}^n F_{jyi} + \frac{m_{jy}}{m_{jx}} V_j \omega_{jz} \cos \beta_j \right), \\ \frac{d\psi_j}{dt} &= \omega_{jz}, \\ \frac{d\beta_j}{dt} &= \frac{\sin \beta_j}{\cos 2\beta_j} \frac{1}{m_{jx}} \frac{1}{V_j} \sum_{i=1}^n F_{jxi} - \frac{\cos \beta_j}{\cos 2\beta_j} \frac{1}{m_{jy}} \frac{1}{V_j} \sum_{i=1}^n F_{jyi} + \\ &\quad + \omega_{jz} \left( \frac{m_{jy}}{m_{jx}} \frac{\sin^2 \beta_j}{\cos 2\beta_j} - \frac{m_{jx}}{m_{jy}} \frac{\cos^2 \beta_j}{\cos 2\beta_j} \right), \\ \frac{d\omega_{jz}}{dt} &= \frac{1}{I_{jzz}} \sum_{i=1}^n M_{ji} - (m_{jx} - m_{jy}) \sin \beta_j \cos \beta_j, \end{aligned} \tag{6}$$

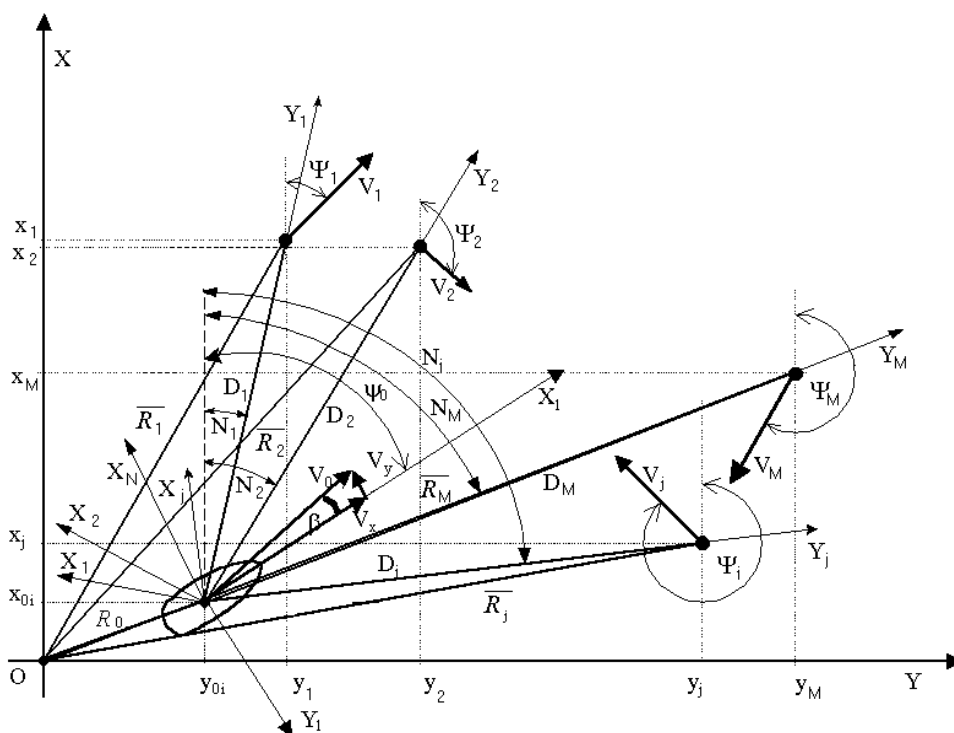
przy czym przyjęto oznaczenia jak w równaniu (1), odnosząc indeks „j” do j-tego napotkanego obiektu pływającego.

W ogólnym przypadku obiektów napotkanych znajdujących się w obszarze kolizyjnym może być M (j = 1, 2, ..., M). Bieżącą sytuację mijania okrętu własnego poruszającego się z prędkością  $V_0$  i kursem  $\psi_0$  z j-tymi obiektami pływającymi poruszającymi się odpowiednio z prędkościami  $V_1, V_2, \dots, V_j, \dots, V_M$  i kursami  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_j, \dots, \psi_M$  przedstawia rysunek 2. Równania ruchu tych obiektów możemy zapisać w postaci układu równań:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = f_1(X_1, U_1), \\ \dot{X}_2 = f_2(X_2, U_2), \\ \vdots \\ \dot{X}_j = f_j(X_j, U_j), \\ \vdots \\ \dot{X}_M = f_M(X_M, U_M). \end{cases} \tag{7}$$

Więzy dwustronne dla powyższej sytuacji przedstawić można w postaci poniższego układu równań:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{D}_1 = f_D(X_0, V_1, \psi_1), \\ \dot{N}_1 = f_N(X_0, D_1, N_1, V_1, \psi_1) \\ \vdots \\ \dot{D}_j = f_D(X_0, V_j, \psi_j) \\ \dot{N}_j = f_N(X_0, D_j, N_j, V_j, \psi_j) \\ \vdots \\ \dot{D}_M = f_D(X_0, V_M, \psi_M) \\ \dot{N}_M = f_N(X_0, D_M, N_M, V_M, \psi_M) \end{array} \right. \quad (8)$$



Rys. 2. Sytuacja nawigacyjna na obszarze kolizyjnym przy j obiektach napotkanych

Związki (2) określają ruch układu ruchomego, którego oś D jest osią obserwacji obiektu napotkanego. Okręt własny ma układ obserwacji na swoim pokładzie, a więc jego położenie odpowiada początkowi układu ruchomego  $O_0$ . Tak więc, okręt łącznie z układem ruchomym realizuje ruch unoszenia.

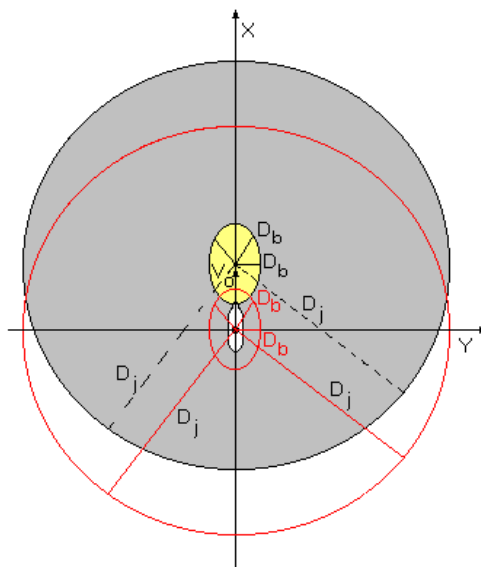
### ANALIZA MODELU SYTUACJI KOLIZYJNEJ

Równania ruchu okrętu (1) z równaniami więzów (2), (3) oraz ze związkami sprzęgającymi (4) pozwalają na wyznaczenie parametrów ruchu sterowanego, pod warunkiem że dane będą parametry ruchu obiektu napotkanego. Do dalszych rozważań przyjąłem najprostszy rodzaj ruchu obiektu napotkanego, a mianowicie ruch prostoliniowy ze stałą prędkością. Zatem ruch obiektu napotkanego określają:

$$\begin{aligned} V_j &= \text{const}; \\ \psi_j &= \text{const}. \end{aligned} \tag{9}$$

W dalszych rozważaniach przeanalizujemy równania więzów (2) pod kątem bezpieczeństwa ruchu na morzu, co pozwoli nam na szybkie sklasyfikowanie obiektów napotkanych na obiekty bezpieczne, zagrażające i obiekty niebezpieczne. W sytuacji mijania okrętu z obiektem napotkanym mogą zachodzić następujące przypadki (rys. 3.):

$$\begin{aligned} 1) & \begin{cases} \dot{D}_j > 0 \\ \dot{N}_j < 0, \text{ lub } \dot{N}_j = 0, \text{ lub } \dot{N}_j > 0 \end{cases} \\ 2) & \begin{cases} \dot{D}_j = 0 \\ \dot{N}_j < 0, \text{ lub } \dot{N}_j = 0, \text{ lub } \dot{N}_j > 0 \end{cases} \\ 3) & \begin{cases} \dot{D}_j < 0 \\ \dot{N}_j < 0, \text{ lub } \dot{N}_j = 0, \text{ lub } \dot{N}_j > 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{10}$$



Rys. 3. Obszary wzajemnego położenia obiektów pływających

Pierwszy przypadek ma miejsce wówczas, gdy napotkane obiekty pływające zajmują położenia względem okrętu własnego znajdujące się na zewnątrz okręgu o promieniu  $D_j$  po czasie  $\Delta t$  (rys. 3.), a więc będą to obiekty oddalające się. W drugim przypadku odległość pomiędzy okrętem i napotkanymi obiektami pływającymi nie zmienia się, a więc będą one leżały na okręgu o promieniu  $D_j$  (rys. 3.). Obiekty spełniające te dwa warunki, z punktu widzenia bezpieczeństwa żeglugi, będą obiektami bezpiecznymi. Przypadek trzeci ma miejsce, gdy obiekty napotkane zbliżają się do okrętu, a więc zajmują pozycje we wnętrzu okręgu o promieniu  $D_j$  (rys. 3.). Przypadek ten jest najciekawszy, ponieważ obiekty napotkane są obiektami niebezpiecznymi. Przeanalizujemy go szczegółowo.

Dla  $\dot{D}_j < 0$  i  $\dot{N}_j > 0$  oraz dla  $\dot{D}_j < 0$  i  $\dot{N}_j < 0$  występują dwa przypadki:

**Przypadek 1.** Gdy napotkane obiekty pływające zajmują położenia względem okrętu własnego znajdujące się we wnętrzu okręgu o promieniu  $D_j$ , jednakże na zewnątrz obszaru o promieniu  $D_b$ . Wówczas zachodzi związek

$$D_j + \int_0^{T_{D_{\min}}^j} \dot{D}_j dt \geq D_b.$$

Okręt z obiektem napotkanym miną się w odległości równej



lub większej od odległości bezpiecznej  $D_b$  w danych warunkach hydrodynamicznych i nawigacyjnych, a więc nie występuje sytuacja kolizyjna, obiekt jest obiektem bezpiecznym.

Przypadek 2. Gdy napotkane obiekty pływające zajmują położenia względem okrętu własnego znajdujące się we wnętrzu obszaru o promieniu  $D_b$ . Wówczas

zachodzi związek  $D_j + \int_0^{T_{D_{\min}}^j} \dot{D}_j dt < D_b$ . Okręt z obiektem napotkanym miną się

w odległości mniejszej niż odległość bezpieczna  $D_b$ , a więc okręt z obiektem napotkanym znajdują się w sytuacji kolizyjnej ze względu na nadmierne wzajemne zbliżenie, tj. przekroczenie bezpiecznej odległości zbliżenia. Obiekt taki będzie obiektem zagrażającym. Sytuacja powyższa nie musi prowadzić do bezpośredniego zderzenia, jednak ze względu na przyjęte kryterium oceny jest sytuacją niebezpieczną i dlatego należy podjąć decyzję o dalszym sterowaniu w celu jej uniknięcia.

Dla  $\dot{D}_j < 0$  i  $\dot{N}_j = 0$  jest to sytuacja niebezpieczna, prowadząca do bezpośredniego zderzenia się okrętu z obiektem napotkanym. Sytuacja taka odpowiada proporcjonalnemu zbliżeniu poruszających się obiektów. Należy podjąć decyzję o dalszym sterowaniu okrętem w celu uniknięcia kolizji.

Analizując możliwe sytuacje i uwzględniając zalecenia przepisów MPDM, dochodzimy do następujących wniosków:

- jeżeli obiekt napotkany znajduje się po prawej burcie oraz zachodzi  $\dot{D}_j < 0$  i  $\dot{N}_j > 0$ , to zgodnie z obowiązującymi przepisami należy wykonać taki manewr, aby przyjść za rufą obiektu napotkanego;
- jeżeli obiekt napotkany znajduje się po prawej burcie oraz zachodzi  $\dot{D}_j < 0$  i  $\dot{N}_j < 0$ , to należy wykonać taki manewr, aby przyjść za rufą obiektu napotkanego;
- jeżeli obiekt napotkany znajduje się po lewej burcie oraz zachodzi  $\dot{D}_j < 0$  i  $\dot{N}_j > 0$ , to należy wykonać taki manewr, aby przyjść za rufą obiektu napotkanego;

- jeżeli obiekt napotkany znajduje się po prawej burcie oraz zachodzi  $\dot{D}_j < 0$  i  $\dot{N}_j < 0$ , to należy wykonać taki manewr, aby przyjść przed dziobem obiektu napotkanego;
- jeżeli  $\dot{D}_j < 0$  oraz  $\dot{N}_j = 0$ , należy wykonać taki manewr, aby przejść za rufą obiektu napotkanego.

Z przeprowadzonej powyżej analizy wynika, że w sytuacji gdy najmniejsza odległość zbliżenia z j-tym obiektem pływającym  $D_{\min}^j$  jest mniejsza niż  $D_b$ , należy podjąć decyzję o dalszym sterowaniu, tak aby zapewnić spełnienie nierówności  $D_{\min}^j \geq D_b$ . Jest to podstawowe kryterium sterowania okrętem w sytuacji kolizyjnej, zapewniające bezpieczne mijanie się obiektów. Oprócz tego, uwzględnia się kryterium optymalności w postaci najmniejszych strat czasu, które prowadzi do sterowania czasoptymalnego. Przyjmując czas rozpoczęcia manewru  $t_0 = 0$  oraz  $t_k = T_{D_{\min}^j}^j$ , kryterium jakości można zapisać w postaci:

$$I = \int_0^{T_{D_{\min}^j}^j} dt. \quad (11)$$

Sformułowany powyżej problem sprowadza się do poszukiwania czasoptymalnego sterowania oddziałującego na okręt, tak by nie doszło do kolizji z obiektami napotkanymi. Aby problem ten rozwiązać, należy w modelu kinematycznym procesie uwzględnić bezpieczną odległość zbliżenia  $D_b$  (rys. 4.). W związku z powyższym zmianie ulegnie jedno z równań więzów. Z rysunku 4. wynika, że w przypadku mijania obiektu napotkanego przed jego dziobem z zachowaniem bezpiecznej odległości mijania zależność wiążącą namiar i uwzględniającą bezpieczną odległość można zapisać w postaci:

$$N_j^1 = N_j - \arcsin \frac{D_b}{D_j}, \quad (12)$$

natomiast przy mijaniu za rufą związek ten wyrazi się zależnością:

$$N_j^2 = N_j + \arcsin \frac{D_b}{D_j}. \quad (13)$$

Zależności powyższe będziemy nazywali umownie namiarem wyprzedzonym. Różniczkując te funkcje względem czasu, otrzymamy odpowiednio:

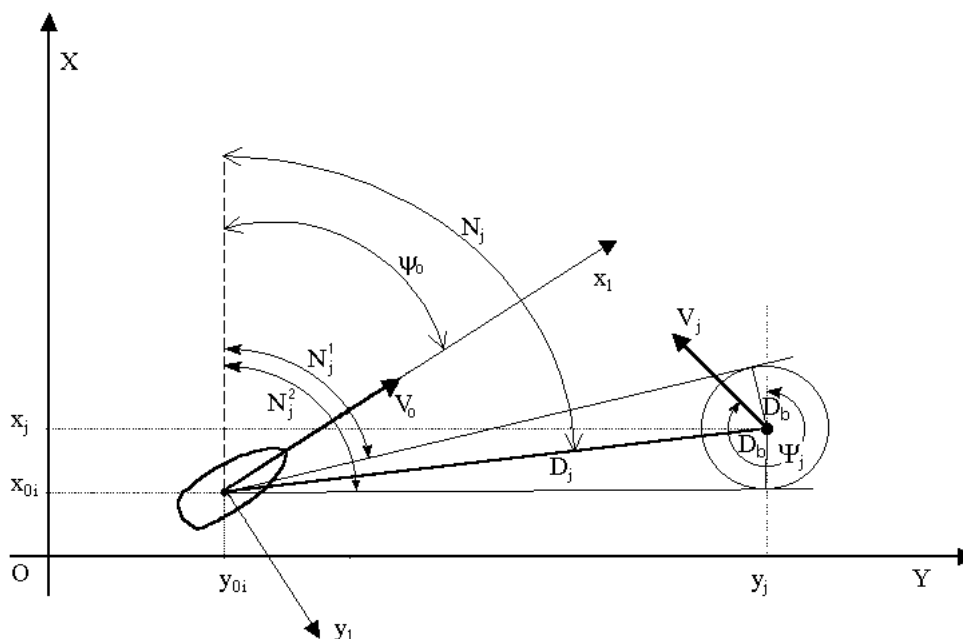
$$\dot{N}_j^1 = \dot{N}_j + \frac{D_b \dot{D}_j}{D_j \sqrt{D_j^2 - D_b^2}}; \quad (14)$$

$$\dot{N}_j^2 = \dot{N}_j - \frac{D_b \dot{D}_j}{D_j \sqrt{D_j^2 - D_b^2}}. \quad (15)$$

Podstawiając do (14) i (15) zależność (2) oraz dokonując odpowiednich przekształceń, otrzymamy:

$$\begin{aligned} \dot{N}_j^1 = & \left( \frac{1}{D_j} \operatorname{tg} N_j + \frac{D_j D_b \sqrt{D_j}}{D_j^2 + D_b^2} \right) [V_j \cos(N_j - \psi_j) - V_o \cos(N_j - \psi_o)] + \\ & + \frac{V_j \sin \psi_j - V_o \sin \psi_o}{D_j \cos N_j}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{N}_j^2 = & \left( \frac{1}{D_j} \operatorname{tg} N_j - \frac{D_j D_b \sqrt{D_j}}{D_j^2 + D_b^2} \right) [V_j \cos(N_j - \psi_j) - V_o \cos(N_j - \psi_o)] + \\ & + \frac{V_j \sin \psi_j - V_o \sin \psi_o}{D_j \cos N_j}. \end{aligned} \quad (17)$$



Rys. 4. Związki kinematyczne w ruchu złożonym z uwzględnieniem bezpiecznej odległości mijania

Zadanie polega na znalezieniu minimum funkcjonału (11) z warunkami w postaci równań więzów wyznaczonych z zależności (1), (2), (3), (4), (5) i (16) lub (17).

## PODSUMOWANIE

Szczególnej wagi nabiera ruch względny napotkanego obiektu pływającego względem układu unoszenia. Równania ruchu względnego są bardzo dogodnym modelem do badania dynamiki sterowania obiektami pływającymi. Równania te poddane procesowi optymalizacji dają szczególnie cenne wyniki do syntezy układu sterowania o najkorzystniejszej strukturze. Struktura taka daje najszybsze zanikanie procesów przejściowych, a więc najszybsze zbliżenie się ruchu rzeczywistego do ruchu sterowanego idealnie.

Wprowadzenie ruchomego układu współrzędnych ma bardzo istotne znaczenie dla sterowania, ponieważ rozkłada ruch obiektu sterowanego na ruch unoszenia i ruch względny. Ruch unoszenia ujmuje strategię nawigacji, a więc zezwala

określić właściwy program sterowania idealnego. Ruch względny natomiast umożliwia kontrolę sterowania, ponieważ jego parametry są niczym innym jak błędami sterowania. Należy je więc wykorzystać jako wielkości do formowania sygnału sterowania, co umożliwi realizację programu sterowania.

Wykorzystanie zasad ruchu wielokrotnie złożonego do opisu sytuacji kolizyjnej obiektów pływających wykazuje bardzo ścisły związek elementów mechaniki teoretycznej z ruchem sterowanym obiektu pływającego. Ujęcie takie stanowi szczególnie przypadek ogólniejszego sformułowania ruchu sterowanego obiektu pływającego jako ruchu nieswobodnego z więzami uogólnionymi. Ograniczenie ujęcia do dwuwymiarowej płaszczyzny geograficznej formułuje konkretne równania więzów, którymi są równanie odcinka osi  $D_j$ , ruchomego układu współrzędnych łączącego punkt układu śledzącego ze środkiem masy obiektu śledzonego oraz kąt linii obserwacji  $N_j$  zawarty pomiędzy północą a kierunkiem na środek masy obiektu śledzonego.

Przeprowadzona analiza różnych sytuacji wzajemnego położenia obiektów pływających pozwoliła na szybką ocenę ryzyka kolizji na podstawie prędkości zmian wzajemnego położenia obiektów oraz prędkości zmian kąta namiaru. Obiekty niebezpieczne to takie, gdy  $\dot{D}_j < 0$  i  $\dot{N}_j = 0$ . W tej sytuacji należy bezwzględnie wykonać manewr antykolizyjny. Szybka ocena ryzyka kolizji i wyodrębnienie obiektów niebezpiecznych pozwala na ograniczenie liczby rozpatrywanych obiektów, a tym samym na skrócenie czasu niezbędnego do wyznaczenia optymalnych manewrów bezpiecznych, a także nowej trajektorii obiektu własnego. Jest to szczególnie ważne, gdy na rozpatrywanym akwenu znajduje się większa liczba jednostek pływających.

Programy sterowania minimalno-czasowego nigdy nie były wykorzystywane w problemach zapobiegania kolizjom na morzu. W zagadnieniach tych zbliżenie równoległe z obiektem napotkanym generuje sytuację niebezpieczną i należy podjąć sterowanie w celu uniknięcia takiej sytuacji. Jednakże formułując problem z równaniami więzów względem wyprzedzonego kąta namiaru  $N_{j1,2}$  zależnych od bezpiecznej odległości zbliżenia  $D_b$ , z powodzeniem można wykorzystać programy sterowania minimalno-czasowego do rozwiązywania sytuacji kolizyjnych na morzu.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Dubiel S., *Efekty dynamiczne minimalno-czasowego programu przechwytywania*, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, materiały konferencyjne „Mechanika w lotnictwie”, ML-4 1994, Warszawa 1995.
- [2] Dubiel S., *Metody naprowadzania w nawigacji jako nieswobodny ruch złożony*, Materiały IV KK „Automatyzacja nawigacji i systemów sterowania”, Gdynia 1993.
- [3] Dubiel S., *Równoległe zbliżenie jako graniczny przypadek minimalno-czasowego programu przechwytywania*, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, materiały konferencyjne „Mechanika w lotnictwie”, ML-4 1994, Warszawa 1995.
- [4] Dubiel S., *Systemowe ujęcie przechwytywania jako nieswobodny ruch złożony*, „Zeszyty Naukowe” Politechniki Rzeszowskiej, 1995, nr 135, Mechanika, z. 45, Awionika, cz. 2, Rzeszów 1995.
- [5] Dubiel S., *Uogólnione ujęcie metod naprowadzania rakiet w locie płaskim*, materiały VI KK „Automatyzacja i eksploatacja systemów sterowania”, Gdynia 1997.
- [6] Dubiel S., *Znaczenie zasad ruchu złożonego w problemach lotu sterowanego i nawigacji*, materiały VII KK „Automatyzacja i eksploatacja systemów sterowania”, Gdynia 1999.
- [7] Kitowski Z., Żak B., *About One Method of Avoiding Collision with Sailing Objects*, Electrical and Computer Engineering Series, Recent Advances in Circuits, Systems and Signal Processing, WSEAS Press, 2002.
- [8] Susłow G. K., *Mechanika teoretyczna*, PWN, Warszawa 1960.
- [9] Żak B., *A Certain Model of Collision Situation of Sailing Objects*, 9th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR '03, Międzyzdroje 2003.
- [10] Żak B., *Collision Situation of Objects Afloat as Multiple Complex Motion*, „Journal of Technical Physics”, 2002, 43, 1.
- [11] Żak B., *Opis kolizyjnej sytuacji nawigacyjnej jako nieswobodnego ruchu wielokrotnie złożonego*, materiały XIV KKA, Zielona Góra 2002.
- [12] Żak B., *Optimization of Ship's Trajectory in Collision Situation*, „Journal of Technical Physics”, 2002, 43, 1.
- [13] Żak B., *Wybrane problemy syntezy antykolizyjnego systemu sterowania ruchem okrętu*, „Zeszyty Naukowe” AMW, 2001, nr 146 B, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 2001.

**ABSTRACT**

The paper presents a mathematical model of a ship collision situation with several floating objects encountered. To describe the model the principles of multi-complex movement were used. In addition, the paper analyzes the model under a collision situation and shows conclusions drawn from it.

Recenzent kmdr prof. dr hab. inż. Andrzej Felski