

**Dariusz Szulc**  
**Arkadiusz Narloch**  
**Akademia Marynarki Wojennej**

## **WPLYW WARIOGRAMU NA WIARYGODNOŚĆ MODELU 3D TERENU W METODZIE KRIGING**

### **STRESZCZENIE**

W artykule poddano analizie kilka modeli funkcji mających za zadanie przybliżenie optymalnego użycia wariogramu w celu osiągnięcia zamierzonych wyników. Dokonano oceny wpływu wariogramu na wiarygodność modelu dna morskiego w metodzie kriging.

Słowa kluczowe:

geostatystyka, metody geoprzestrzenne, metoda kriging, wariogram.

### **WSTĘP**

Geostatystyka zajmuje się analizą zjawisk skorelowanych przestrzennie i czasowo, pozwala również na wykonywanie obliczeń prognostycznych. Wykorzystywana jest w wielu dziedzinach życia, gdzie na podstawie niepełnej informacji podejmowana jest próba zinterpretowania zjawiska i uzyskania możliwie pełnych, zbliżonych do rzeczywistości modeli. Podstawową bazą dla statystyki stosowanej, jaką jest geostatystyka, jest badanie zmiennych zregionalizowanych. Zmienne tego typu wprowadzone przez Georgesa Mathertona są funkcjami lokalizacji, tak więc w zależności od położenia wykazują inne wartości. Zmienne te mają charakter zarówno losowy, jak i strukturalny. Losowość wskazuje na możliwość istnienia nieprawidłowości miejscowych (w bliskim obszarze), strukturalność z kolei mówi o określonych preferencjach zjawiska.

Geostatystykę można podzielić na liniową, nieliniową i nieparametryczną. Geostatystyka liniowa stosowana jest przy obliczaniu liniowych funkcji zmiennych

zregionalizowanych, nieliniowa — analogicznie — bada nieliniowe funkcje zmiennych zregionalizowanych, a nieparametryczna charakteryzuje się możliwością uzyskania wielu informacji jeszcze przed budową modelu i stosowana jest przy krigingu wskaźnikowym oraz krigingu prawdopodobieństwa.

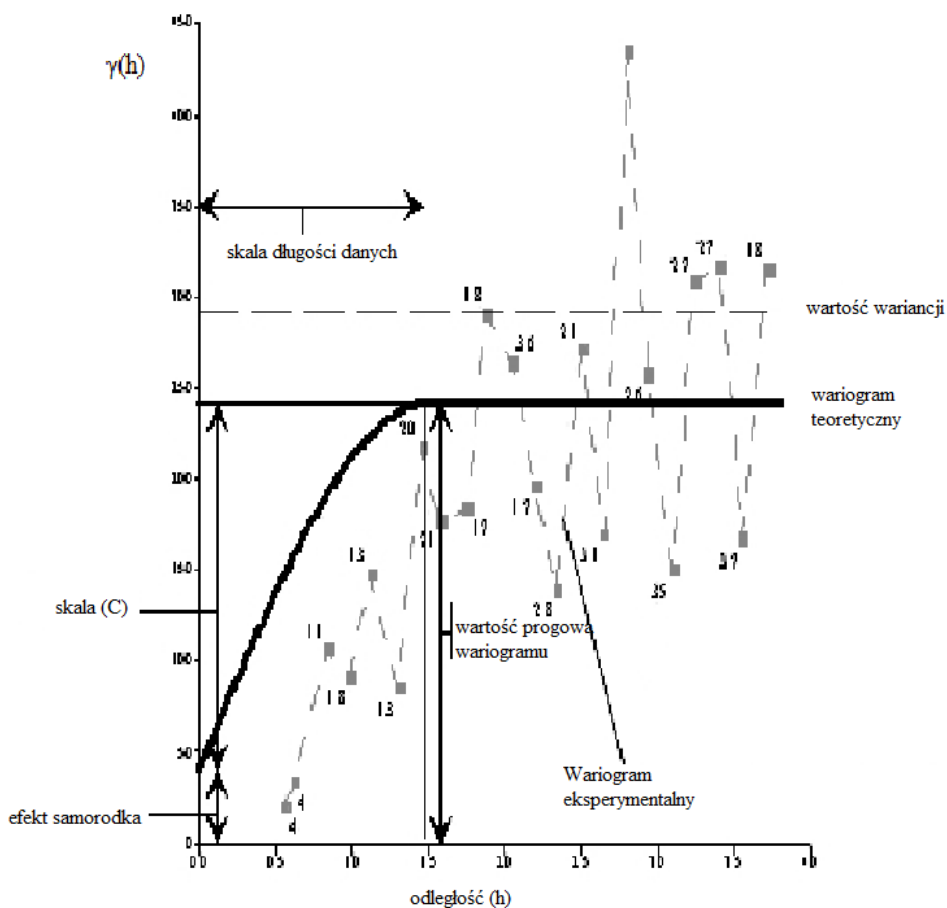
Pierwszym krokiem do estymacji zjawiska jest analiza strukturalna. Polega ona na obliczeniu wariogramu empirycznego na podstawie rozpoznanego wstępnie charakteru zjawiska. Na bazie wariogramu empirycznego dopasowywany jest model matematyczny. Semiwariogram, krótko określane w literaturze jako wariogram, jest głównym narzędziem stosowanym w geostatystyce do badania zmienności określonych zjawisk.

### IDEA WARIOGRAMU W METODZIE KRIGING

Algorytm działania krigingu składa się z czterech podstawowych części, które bierze się pod uwagę podczas obliczania wag interpolacyjnych, a mianowicie:

1. Rozgrupowania (*declustering*). Pod uwagę brane są odstępki pomiędzy punktem, który ma zostać wyinterpolowany a lokacją danych.
2. Wewnętrznej skali długości danych (*length scale*). Podawana jest poprzez zasięg wariogramu (*variogram range*) lub nachylenie (*slope*).
3. Wewnętrznej wiarygodności danych. W zależności od sposobu pomiarów i możliwości określenia ich precyzji wyinterpolowana powierzchnia przechodzi przez każdą obserwowaną wartość (pomiaru dokładne) lub w przypadku wątpliwości może nie przechodzić przez obserwowane wartości. Sytuacja taka występuje szczególnie w przypadkach, gdy konkretna wartość wykazuje całkowitą niezgodność z sąsiednimi wartościami. Zachowanie tego typu opisywane jest za pomocą tzw. powtarzalności danych (*data repeatability*), a określana poprzez efekt samorodka (*nugget effect*).
4. Anizotropii — zróżnicowania własności zależnie od kierunku. Występuje często przy okazji opisu zjawisk fizycznych, które mają swoje określone zachowania.

Wariogram jest trójwymiarową funkcją. Istnieją dwie niezależne zmienne: kierunek (*direction*) i odległość odstepu  $h$  (*separation distance*). Poza tym występuje zmienna zależna zwana wartością wariogramu. Podczas określania wariogramu podawany jest próg (*sill*), zasięg (*range*), efekt samorodka (*nugget effect*) oraz informacja o anizotropii. Każdy wariogram eksperymentalny powiązany jest z kierunkiem, natomiast końcowy model musi być odpowiedni dla wszystkich kierunków.



Rys. 1. Model wariogramu z zaznaczonymi parametrami

Źródło: *Surfer 8 User's Guide, Golden Software Inc., Colorado 2002.*

Do najważniejszych parametrów wariogramu należą:

- efekt samorodków;
- nachylenie w początku;
- zasięg oddziaływania;
- wariancja progowa;
- anizotropia.

W przypadku gdy wartość funkcji wariogramu zależy jedynie od odległości  $h$ , uznaje się, że wariogram ma cechy izotropii, to znaczy właściwości fizyczne nie zależą od kierunku [5]. Gdy jednak taka zależność zaczyna występować, to do czynienia mamy z anizotropią. Zjawisko anizotropii występuje wówczas, gdy w przynajmniej

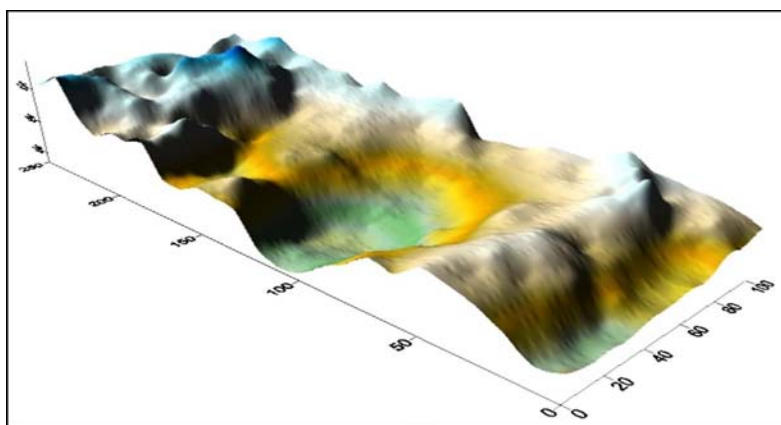
jednym z kierunków badania odnotowuje się większy zasięg oddziaływania niż w innych. Wiąże się to jednocześnie z różnym stopniem korelacji w różnych kierunkach. Anizotropię dzieli się na:

- geometryczną, inaczej zwaną eliptyczną (*elliptical, geometrical anisotropy*);
- strefową (*zonal anisotropy*).

Przy tworzeniu wariogramów empirycznych istnieje możliwość niewykrycia anizotropii. Może tak się zdarzyć, gdy wariogram tworzony jest w dwóch kierunkach prostopadłych do siebie [5]. Minimalna sugerowana liczba analiz to cztery (kierunki).

### WZORCOWY MODEL DNA Z RZECZYWISTYCH POMIARÓW GŁĘBOKOŚCI DO WERYFIKACJI POPRAWNOŚCI BUDOWANYCH MODELI

Obiektem badań jest teren w kształcie prostokąta o wymiarach 100 x 250 m. Rzeczywisty zbiór punktów z zarejestrowanymi głębokościami stanowi siatka o gęstości 0,5 x 1,0 m, która będzie służyła do weryfikacji wygenerowanych modeli dna. Z posiadanego rozkładu głębokości wybrane zostaną profile tworzące siatkę z oczkiem o wymiarach 5,0 x 1,0 m, stanowiące jednocześnie podstawę do matematycznego modelowania rzeźby dna.



Rys. 2. Obraz dna morskiego o wymiarach 100 x 250 m

Źródło: opracowanie własne.

Do oceny trafności dobranych parametrów modelowania wykorzystane zostały: wskazanie błędu średniego, błąd maksymalny oraz odchylenie standardowe.

## MODELOWANIE 3D Z WYKORZYSTANIEM WYBRANYCH WARIOGRAMÓW

Poniżej wykorzystując kilka modeli wariogramów teoretycznych, przedstawiono dopasowanie automatyczne. Dodatkowo przeprowadzono ręczne dopasowanie wariogramów eksperymentalnych do teoretycznych. Wykonano je w celu określenia błędów generowanych przez zmianę zastosowanego modelu oraz wielkość błędu w zależności od różnych parametrów dla tej samej funkcji wykorzystanej jako komponent wariogramu.

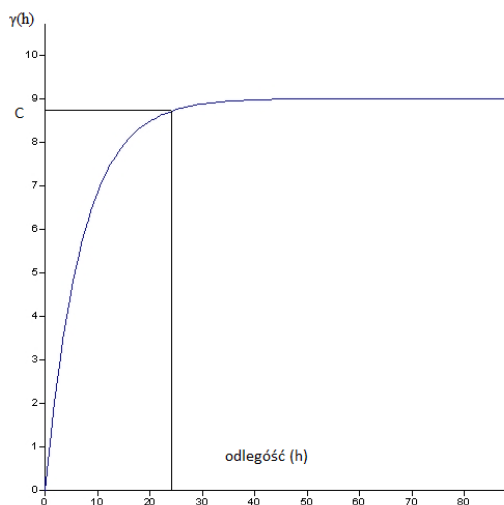
### Model wykładniczy wariogramu (*exponential model*)

Przebieg semiwariogramu przedstawia poniższa funkcja:

$$\gamma(h) = C \cdot \exp\left(-\frac{h}{a}\right) = C \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{a}\right)\right], \quad (1)$$

gdzie:

- $\gamma(h)$  — wartość funkcji semiwariogramu;
- $a$  — zasięg oddziaływania punktów pomiarowych;
- $C$  — wariancja progowa;
- $h$  — odległości pomiędzy analizowanymi punktami.



Rys. 3. Rozkład teoretycznego wariogramu modelu wykładniczego

Źródło: *Surfer 8 User's Guide*, Golden Software Inc., Colorado 2002.

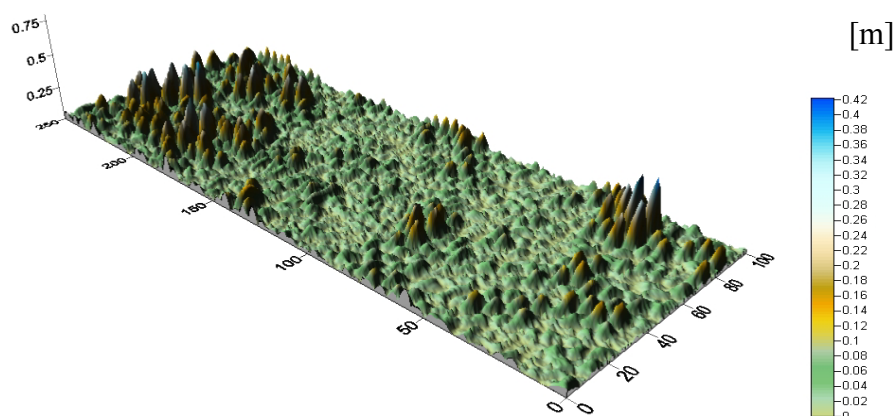
Warianty dopasowania wariogramu eksperymentalnego z teoretycznym modelem wykładniczym:

1. Wariogram dopasowany przy użyciu narzędzia Autofit: max lag dist = 89, skala = 13.9, długość = 102, współczynnik anizotropii = 2, kąt = 158,9.
2. Wariogram wielokierunkowy dopasowany ręcznie bez zróżnicowania kierunkowego: max lag dist = 89, skala = 40, długość = 247, współczynnik anizotropii = 1, kąt = 0.
3. Wariogram kierunkowy dopasowany ręcznie: max lag dist = 89, skala = 16, długość = 105, współczynnik anizotropii = 1.5, kąt = 155.

Tabela 1. Błędy modelu dna zbudowanego z wykorzystaniem wariogramu wykładniczego

Numer wariantu	Błąd maksymalny	Błąd średni	Odchylenie standardowe
1	0,42199 m	-0,00096 m	0,05517 m
2	0,05455 m	-0,00014 m	0,01634 m
3	0,22284 m	-0,00035 m	0,03035 m

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Graficzne przedstawienie różnicy pomiędzy wartościami punktów rzeczywistych i interpolowanych na bazie wariogramu z modelem wykładniczym (*autofit*) — błąd maksymalny

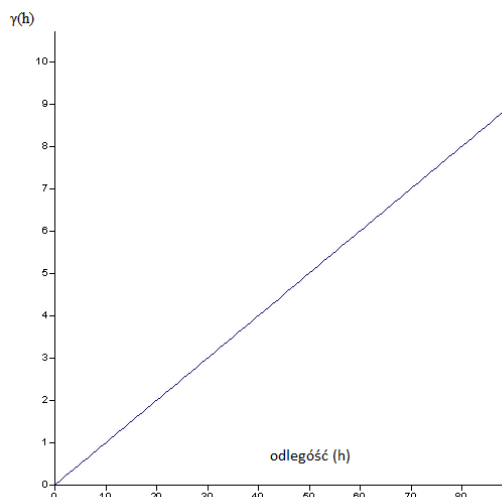
Źródło: opracowanie własne.

### Model liniowy wariogramu (*linear model*)

Przebieg semiwariogramu przedstawia poniższa funkcja:

$$\gamma(h) = Ah = B; \quad (2)$$

$$\gamma(h) = |h|^\alpha, \quad 0 \leq \alpha < 2. \quad (3)$$



Rys. 5. Rozkład teoretycznego wariogramu modelu liniowego

Źródło: *Surfer 8 User's Guide, Golden Software Inc., Colorado 2002.*

Warianty dopasowania wariogramu z modelem wykładniczym:

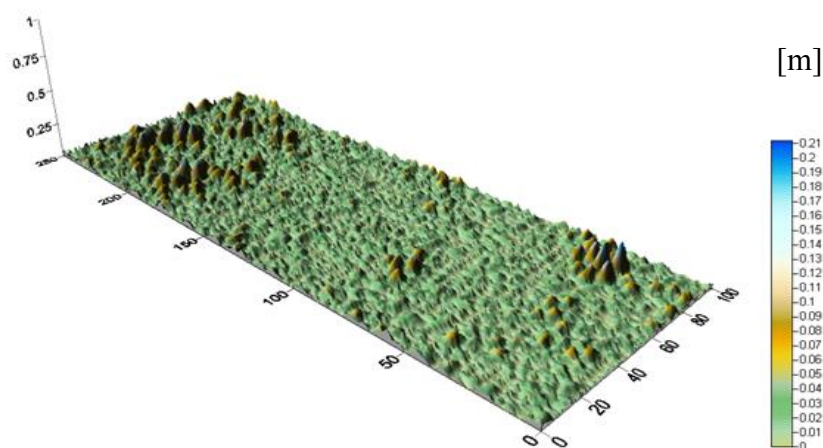
1. Wariogram dopasowany przy użyciu narzędzia Autofit: max lag dist = 89, nachylenie = 0.09562, współczynnik anizotropii = 1.877, kąt = 154.1.
2. Wariogram wielokierunkowy dopasowany ręcznie bez zróżnicowania kierunkowego: max lag dist = 89, nachylenie = 0.142, współczynnik anizotropii = 1, kąt = 0.
3. Wariogram kierunkowy dopasowany ręcznie: max lag dist = 89, nachylenie = 0.112, współczynnik anizotropii = 1.5, kąt = 160.

Tabela 2. Błędy modelu dna zbudowanego z wykorzystaniem wariogramu liniowego

Numer wariantu	Błąd maksymalny	Błąd średni	Odchylenie standardowe
1	0,37518 m	-0,00063 m	0,04799 m
2	0,05455 m	-0,00014 m	0,01634 m
3	0,21205 m	-0,00045 m	0,02973 m

Źródło: *opracowanie własne.*

Graficzny obraz różnicy pomiędzy wartościami punktów rzeczywistych i interpolowanych na bazie wariogramu z modelem liniowym (*autofit*) przedstawiono na rysunku 6.



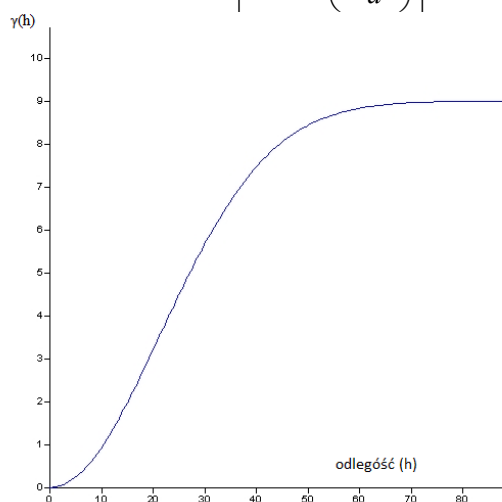
Rys. 6. Rozkład różnic pomiędzy wzorcem a modelem wygenerowanym za pomocą wariogramu liniowego (*autofit*) — błąd maksymalny

Źródło: opracowanie własne.

### Wariogram modelu Gaussa (*Gaussian model*)

W modelu tym efektywny zasięg oddziaływania punktów wynosi „ $a\sqrt{3}$ ”. Występuje dodatnia wartość udziału wariancji progowej  $C$ . Przebieg semiwariogramu przedstawia poniższa funkcja:

$$\gamma(h) = C \cdot \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) \right]. \quad (4)$$



Rys. 7. Rozkład teoretycznego wariogramu modelu

Źródło: *Surfer 8 User's Guide, Golden Software Inc., Colorado 2002.*



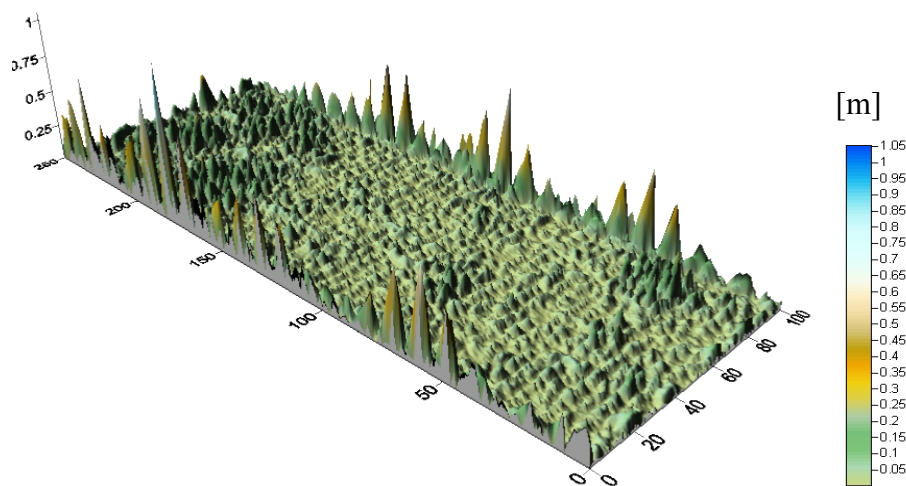
Warianty dopasowania wariogramu z modelem Gaussa:

1. Wariogram dopasowany przy użyciu narzędzia Autofit: max lag dist = 89, skala = 13.61, długość = 83.47, współczynnik anizotropii = 1.861, kąt = 157.
2. Wariogram wielokierunkowy dopasowany ręcznie bez zróżnicowania kierunkowego: max lag dist = 89, skala = 13.5, długość = 54, współczynnik anizotropii = 1, kąt = 0.
3. Wariogram kierunkowy dopasowany ręcznie: max lag dist = 89, skala = 13.5, długość = 68, współczynnik anizotropii = 1.48, kąt = 158.

Tabela 3. Błędy modelu dna zbudowanego z wykorzystaniem wariogramu Gaussa

Numer wariantu	Błąd maksymalny	Błąd średni	Odchylenie standardowe
1	0,94492 m	0,00062 m	0,05909 m
2	0,92499 m	0,00042 m	0,05577 m
3	0,93550 m	0,00052 m	0,05516 m

Źródło: opracowanie własne.

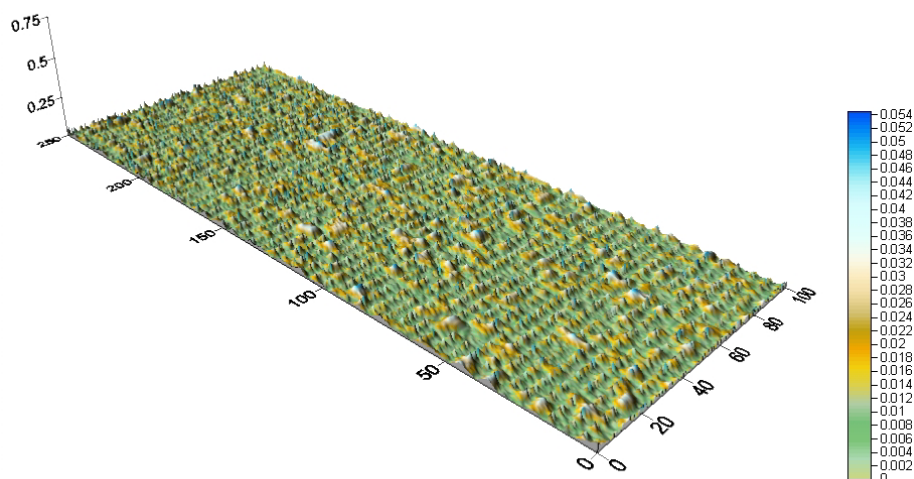


Rys. 8. Graficzne przedstawienie różnicy pomiędzy wartościami punktów rzeczywistych i interpolowanych na bazie wariogramu z modelem Gaussa (dopasowany ręcznie z błędem) — błąd maksymalny

Źródło: opracowanie własne.

## PODSUMOWANIE

Spośród wymienionych modeli wariogramu i sposobów, w jaki zostały użyte do budowy wariogramu eksperymentalnego, największym błędem obarczony jest wariogram przybliżony modelem Gaussa przy użyciu funkcji Autofit. Najniższe błędy wystąpiły przy użyciu ręcznego dopasowania bez zmiany współczynnika anizotropii przy zastosowaniu modelu liniowego. Wartości bezwzględne różnic pomiędzy zastosowanym sposobem a danymi rzeczywistymi przedstawiono poniżej.



Rys. 9. Graficzne przedstawienie różnicy pomiędzy wartościami punktów rzeczywistych i interpolowanych na bazie wariogramu z modelem liniowym (dopasowany ręcznie bez zmiany współczynnika anizotropii)

*Źródło: opracowanie własne.*

Biorąc pod uwagę wymagania stawiane podczas określania rozkładu wysokości dna na przykładzie powyższego przykładu, istotny wydaje się właściwy dobór narzędzi — w tym przypadku w formie wariogramu w celu wykonania modelu dna na podstawie ograniczonych danych. Jak widać, dążenie do uproszczenia, to znaczy pominięcie charakteru anizotropowego rozkładu punktów oraz użycie najprostszej z dostępnych funkcji, daje wymierne rezultaty w formie błędu w granicach około 13,5% dopuszczalnej wartości.

Na podstawie otrzymanych wyników pokusić się można o stwierdzenie, że wybór modelu liniowego wariogramu przez niezawansowanego użytkownika oraz użycie narzędzia Autofit pozwoli wygenerować poprawny model terenu.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Kostecki S., Twaróg B., *Zastosowanie numerycznego modelu terenu do wyznaczenia stref zagrożenia powodziowego*, [http://bt.wis.pk.edu.pl/praca/artykuly/Zastosowanie\\_NMT\\_2002/SzkolaGospWod\\_NMT.pdf](http://bt.wis.pk.edu.pl/praca/artykuly/Zastosowanie_NMT_2002/SzkolaGospWod_NMT.pdf).
- [2] Magnuszewski A., *GIS w geografii fizycznej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999.
- [3] Marmol U., *Modelowanie reprezentacji powierzchni topograficznej z wykorzystaniem metody geostatystycznej*, Akademia Górniczo-Hutnicza, [http://home.agh.edu.pl/~zfiit/publikacje\\_pliki/Marmol\\_2002b.pdf](http://home.agh.edu.pl/~zfiit/publikacje_pliki/Marmol_2002b.pdf).
- [4] *Metody nawigacji porównawczej*, red. A. Stateczny, Gdańskie Towarzystwo Naukowe, Gdynia 2004
- [5] Namysłowska-Wilczyńska B., *Geostatystyka — teoria i zastosowania*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2006.
- [6] Stateczny A., *Nawigacja porównawcza*, Gdańskie Towarzystwo Naukowe, Gdańsk 2001.
- [7] *Surfer 8 User's Guide*, Golden Software Inc., Colorado 2002.
- [8] Urbański J., *Zrozumieć GIS*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.

## THE EFFECT OF VARIOGRAM ON CREDIBILITY OF 3D MODEL OF AREA IN KRIGING METHOD

### ABSTRACT

The paper analyses a few functional models whose task is to bring about optima use of variogram in order to achieve the intended results. It includes an evaluation the effect of the variogram on credibility a model of sea bottom in the kriging method.

Keywords:

geostatistics, geospatial methods, kriging metohd, variogram.