

Leszek Flis
Marek Sperski
Akademia Marynarki Wojennej

EKSPERYMENTALNA WERYFIKACJA WYBRANYCH MODELI OBLICZENIOWYCH BALISTYKI KOŃCOWEJ

STRESZCZENIE

Na podstawie pomiarów prędkości pocisków kalibru 12,7 mm, przebijających stalowe tarcze o różnych grubościach i znanych właściwościach wytrzymałościowych, wyznaczono wartości liczbowe współczynników występujących w równaniach ruchu pocisku opartych na kilku odmiennych modelach fizycznych. Ograniczono się przy tym do modeli ciał sztywnych penetrujących odkształcalne ośrodki. Przeprowadzono szereg obliczeń porównawczych mających na celu ocenę dokładności badanych modeli. Rezultaty badań mogą być pomocne w projektowaniu osłon balistycznych narażonych na ostrzał pociskami karabinowymi.

Słowa kluczowe:

balistyka, pancerze, metody analityczne, symulacja komputerowa, eksperyment.

WSTĘP

Artykuł stanowi kontynuację badań prowadzonych od kilkunastu lat w Instytucie Podstaw Konstrukcji Maszyn przy Akademii Marynarki Wojennej w Gdyni nad budową i projektowaniem osłon balistycznych chroniących wybrane obszary i pomieszczenia na okrętach oraz statkach przed ostrzałem z broni strzeleckiej. Efektem tych badań było między innymi: stworzenie technologicznych i teoretycznych podstaw projektowania osłon odpornych na ostrzał pociskami kalibru 7,62 mm [9], budowa i uruchomienie stanowiska laboratoryjnego z tak zwanym wahadłem balistycznym wyposażonym w precyzyjną aparaturę pomiarową, późniejsze przystosowanie tego stanowiska do badań nad odpornością pancerzy ostrzeliwanych pociskami o większych średnicach [6] oraz opracowanie technologii produkcji stali konstrukcyjnej o symbolu 10GHMBA znajdującej zastosowanie w przemyśle okrętowym.

Głównym celem prezentowanej pracy jest przystosowanie metod obliczeniowych balistyki końcowej pocisków amunicji strzeleckiej do postaci umożliwiającej projektowanie osłon antyterrorystycznych ze wspomnianej stali, odpornych na ostrzał pociskami kalibru 12,7 mm.

Badania prowadzone od przeszło stu lat w licznych ośrodkach na świecie pokazały, że gdy prędkości pocisków o zaokrąglonych wierzchołkach, wykonanych z utwardzonej stali, nie przekraczają 1200 m/s, dobrą zgodność z eksperymentami prowadzonymi z użyciem metalowych tarcz wykazują teorie, w których modelem pocisku jest ciało sztywne, modelami tarcz zaś — ośrodki odkształcalne o odmiennych, lecz ściśle określonych właściwościach [1, 7, 8]. Ograniczyliśmy się zatem do badań metod obliczeniowych bazujących na takich założeniach.

Przeprowadzone w ramach pracy symulacje komputerowe, oparte na metodzie elementów skończonych, stanowią kolejny krok w kierunku bliższego poznania zjawisk towarzyszących przebijaniu odkształcalnego pancerza przez sztywny pocisk.

PRZEGLĄD MODELI OBLICZENIOWYCH

Różniczkowe równanie ruchu sztywnego pocisku wnikającego prostopadle w metalową półprzestrzeń ma postać [1, 7, 8]:

$$m \frac{dv}{dt} = -F_2 v^2 - F_1 v - F_0, \quad (1)$$

gdzie:

- m — masa pocisku;
- v — prędkość;
- t — czas;
- F_2, F_1, F_0 — stałe współczynniki.

Pierwszy człon prawej strony równania nawiązuje do znanego z mechaniki płynów wzoru na wartość oporu czołowego ciała sztywnego przemieszczającego się w płynie lepkiem, drugi przedstawia siłę oporu tarcia ślizgowego, trzeci zaś stałą siłę zależną od właściwości wytrzymałościowych materiału pancerza i kształtu wierzchołka pocisku. W wyniku podstawienia: $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dx}{v}$, gdzie x jest drogą przebytą przez pocisk, otrzymuje się:

$$dx = -m \frac{v dv}{F_2 v^2 + F_1 v + F_0}. \quad (2)$$

Najprostsza całka tego równania [7], otrzymana przy założeniu $F_1 = F_2 = 0$, powszechnie stosowana do oceny odporności balistycznej pancerzy w drugiej połowie XIX wieku, daje wyniki odbiegające od praktycznych doświadczeń [3]. Natomiast wprowadzenie do równania korekty uwzględniającej zmniejszenie prędkości pocisku na skutek wprawienia w ruch elementów materiału tarczy po zderzeniu prowadzi do znajdującego potwierdzenie eksperymentalne wzoru [5]:

$$v_k = \sqrt{v_0^2 - \frac{2\pi h^2 d}{m + m_1} R_\tau \alpha}, \quad (3)$$

gdzie:

v_k — prędkość pocisku po przebyciu drogi;

h, d — średnica pocisku;

R_τ — wytrzymałość na ścinanie materiału pancerza;

α — współczynnik kształtu wierzchołka pocisku;

$$m_1 = \rho \frac{\pi d^2}{4} h; \quad v_0 = \frac{m}{m + m_1} v_p,$$

przy czym:

ρ — gęstość materiału tarczy;

v_p — prędkość początkowa pocisku.

Całkę równania (2) przy założeniu $F_1 = 0$ (pominięcie oporu tarcia ślizgowego), z warunkami brzegowymi: $v = v_p$ gdy $x = 0$ oraz $v = v_k$ gdy $x = h$, można przedstawić w postaci:

$$h = \frac{m}{2F_2} \ln \frac{F_2 v_p^2 + F_0}{F_2 v_k^2 + F_0} \quad (4a)$$

lub:

$$v_k^2 = \left(v_p^2 + \frac{F_0}{F_2} \right) e^{-\frac{2hF_2}{m}} - \frac{F_0}{F_2}, \quad (4b)$$

gdzie:

e — podstawa logarytmu naturalnego.

Całką tego równania, przy założeniu $F_2 = 0$ (pominięcie oporu czołowego), po wprowadzeniu powyższych warunków brzegowych przyjmuje postać:

$$\frac{h}{m} = \frac{v_p - v_k}{F_1} - \frac{F_0}{F_1^2} \ln \frac{F_1 v_p + F_0}{F_1 v_k + F_0}. \quad (5)$$

Rozwiązanie równania (2) ze wszystkimi współczynnikami różnymi od zera przedstawia się następująco:

$$\frac{h}{m} = \frac{1}{2F_2} \ln \frac{F_2 v_p^2 + F_1 v_p + F_0}{F_2 v_k^2 + F_1 v_k + F_0} - \Gamma, \quad (6)$$

przy czym:

$$\Gamma = \frac{F_1}{F_2 \sqrt{\Delta}} \left(\operatorname{arctg} \frac{2F_2 v_p^2 + F_1}{\sqrt{\Delta}} - \operatorname{arctg} \frac{2F_2 v_k^2 + F_1}{\sqrt{\Delta}} \right),$$

gdzie $\Delta = 4F_2 F_0 - F_1^2 > 0$ (ruch w ośrodku o małym oporze tarcia ślizgowego) lub:

$$\Gamma = \frac{F_1}{F_2 \sqrt{-\Delta}} \left(\ln \frac{(2F_2 v_p^2 + F_1 - \sqrt{-\Delta})(2F_2 v_k^2 + F_1 + \sqrt{-\Delta})}{(2F_2 v_p^2 + F_1 + \sqrt{-\Delta})(2F_2 v_k^2 + F_1 - \sqrt{-\Delta})} \right),$$

gdzie $\Delta < 0$ (opór tarcia ślizgowego jest znaczny).

Model zaproponowany pod koniec XIX wieku przez Jacoba de Marre'a, oparty na założeniu, że siła działająca na pocisk podczas przebijania pancerza składa się ze stałego oporu czołowego oraz stałego oporu tarcia na powierzchni bocznej pocisku, prowadzi do wzoru [3]:

$$v_k^2 = v_p^2 - \frac{Q}{m} d^2 \left(\frac{h}{d} \right)^n h, \quad (7)$$

gdzie:

Q, n — stałe współczynniki wyznaczone eksperymentalnie.

Posługując się komercyjnym programem AUTODYN [10], opartym na metodzie elementów skończonych (MES), przeprowadzono symulację komputerową procesu przebijania pancerzy o różnych grubościach przez sztywny pocisk. Przyjęto, że pancerz jest zbudowany z materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem

nieliniowym, zależnym od prędkości odkształcenia opisanego w 1983 roku przez Johnsona i Cooka równaniem:

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right), \quad (8)$$

gdzie:

σ , ε , $\dot{\varepsilon}$, $\dot{\varepsilon}_0$ — zredukowane (wg hipotezy Hubera-Misesa) naprężenia plastycznego płynięcia, zredukowane odkształcenia plastyczne oraz zredukowane prędkości odkształcenia plastycznego;

A , B , C , n — stałe współczynniki.

Zastosowane w programie kryterium zniszczenia wiąże się z potrzebą doświadczalnego określenia dalszych stałych materiałowych (D_1 , D_2 , D_3 , D_4) występujących we wzorze na zredukowane odkształcenie niszczenia:

$$\varepsilon_f = (D_1 + D_2 e^{D_3 \varepsilon}) \left(1 + D_4 \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right). \quad (9)$$

Bliższe szczegóły podano w pracach [2, 3, 4, 10].

PORÓWNANIE REZULTATÓW OBLICZEŃ Z EKSPERYMENTEM

Współczynniki (charakterystyki materiałowe) występujące we wzorach przedstawionych w poprzedniej części wyznaczono na podstawie badań eksperymentalnych przeprowadzonych w Instytucie Podstaw Konstrukcji Maszyn Akademii Marynarki Wojennej w Gdyni w 2009 roku [6]. Istota eksperymentu sprowadzała się do pomiarów prędkości (v_p, v_k) pocisku o masie $m = 4,96 \cdot 10^{-2}$ kg i średnicy $d = 1,27 \cdot 10^{-2}$ m przed i za przestrzeliwaną tarczą o znanej grubości. Tarcze, w formie krążków o średnicy 120 mm i grubościach h zmieniających się (co 2 mm) od 8 do 32 mm, wykonano ze stali o gęstości $\rho = 7830 \text{ kg/m}^3$, statycznej wytrzymałości na rozciąganie $R_m = 758,5 \text{ MPa}$, wytrzymałości na ścinanie $R_r = 437,9 \text{ MPa}$ oraz granicy plastyczności $R_e = 69,5 \text{ MPa}$. Uśrednione (z większej liczby pomiarów) wyniki eksperymentu przedstawiono w pierwszych trzech kolumnach tabeli 1. Minimalna grubość pancerza wykonanego ze stali użytej do badań, ostrzeliwanego pociskiem kalibru 12,7 mm, z prędkością zderzenia 822,7 m/s, wyniosła 31 mm.

Podstawienie powyższych wartości liczbowych do wzoru (3) prowadzi do równania z jedną niewiadomą α . Wartość tej niewiadomej, po rozwiązaniu równania, wynosi $\alpha = 0,63$. Prędkości pocisku za przestrzelonymi tarczami o grubościach mniejszych niż 31 mm, obliczone za pomocą wzoru (3), przedstawiono w czwartej kolumnie tabeli 1.

W celu wyznaczenia współczynników F_0 , F_2 występujących w równaniach (4a), (4b), do równania (4b) podstawiono wartości h , v_p , v_k z pierwszego i ostatniego wiersza pierwszych trzech kolumn tabeli 1. Otrzymano w ten sposób układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi, mający rozwiązanie: $F_0 = 519271$ N; $F_2 = 0,066512$ kg/m. W myśl przyjętego modelu ruch badanego pocisku odbywa się zatem pod wpływem dwóch sił oporu: stałej siły $F_0 = 519271$ N oraz siły zależnej od zmieniającej się prędkości: $F_v = F_2 v^2 = 0,066512 v^2$. Wartości siły F_v , w funkcji drogi x przebytej przez pocisk podczas przebijania pancerza o grubości 31 mm, przedstawiono w tabeli 2. Średnia wartość całkowitej siły oporu, obliczona z przyrównania energii kinetycznej pocisku do pracy tej siły na drodze $h = 3,1 \cdot 10^{-2}$ m

$$\frac{mv_p^2}{2} = F_{sr} h, \quad (10)$$

wynosi 54310 N. Prędkości v_k pocisku, po przebiciu tarcz o różnych grubościach, obliczone za pomocą wzoru (4b), podano w piątej kolumnie tabeli 1.

Podstawienie wartości liczbowych h , v_p , v_k z pierwszego i ostatniego wiersza pierwszych trzech kolumn tabeli 1. do wzoru (5) również prowadzi do układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi F_0 , F_1 . Jednak w przeciwieństwie do poprzedniego przykładu, autorom nie udało się znaleźć rozwiązania tego układu w jawnej postaci. Poszukiwanie rozwiązania metodą kolejnych przybliżeń doprowadziło do wyniku: $F_0 = 519271$ N; $F_1 = 0,99$ kg/s. Prędkości v_k pocisku, po przebiciu tarcz o różnych grubościach, obliczone za pomocą wzoru (5), przedstawiono w szóstej kolumnie tabeli 1.

Nie powiodła się również próba znalezienia ogólnego rozwiązania układu trzech równań z niewiadomymi F_0 , F_1 , F_2 , otrzymanego poprzez podstawienie do wzoru (6) wartości liczbowych h , v_p , v_k z pierwszego, środkowego i ostatniego wiersza pierwszych trzech kolumn tabeli 1. Poszukiwanie rozwiązań metodą kolejnych przybliżeń pokazało, że obie postacie tego układu równań mają więcej niż po jednym rozwiązaniu.

Bez trudności natomiast można wyznaczyć współczynniki Q , n , występujące we wzorze de Marre'a (7), z układu dwóch równań otrzymanych przez podstawienie do tego wzoru wartości liczbowych h , v_p , v_k z pierwszych trzech kolumn

pierwszego i ostatniego wiersza tabeli 1. W rozpatrywanym przypadku wynoszą one: $Q = 6,9858$ GPa; $n = -0,04444$. Prędkości v_k pocisku, po przebicciu pancerzy o różnych grubościach, obliczone za pomocą wzoru (7) przy tak wyznaczonych współczynnikach, przedstawiono w przedostatniej kolumnie tabeli 1.

W obliczeniach przeprowadzonych przy użyciu programu AUTODYN, opartych na metodzie elementów skończonych, przyjęto, na podstawie przeprowadzonych eksperymentów oraz dostępnej literatury [3], następujące wartości stałych materiałowych występujących we wzorach (8), (9): $A = 695$ MPa, $B = 510$ MPa, $C = 0,014$; $n = 0,3$; $D_1 = 0,05$; $D_2 = 3,44$; $D_3 = -2,12$; $D_4 = 0,002$. Rezultaty obliczeń przedstawiono w ostatniej kolumnie tabeli 1.

Tabela 1. Porównanie wyników obliczeń prędkości pocisku po przebicciu pancerza z rezultatami eksperymentu

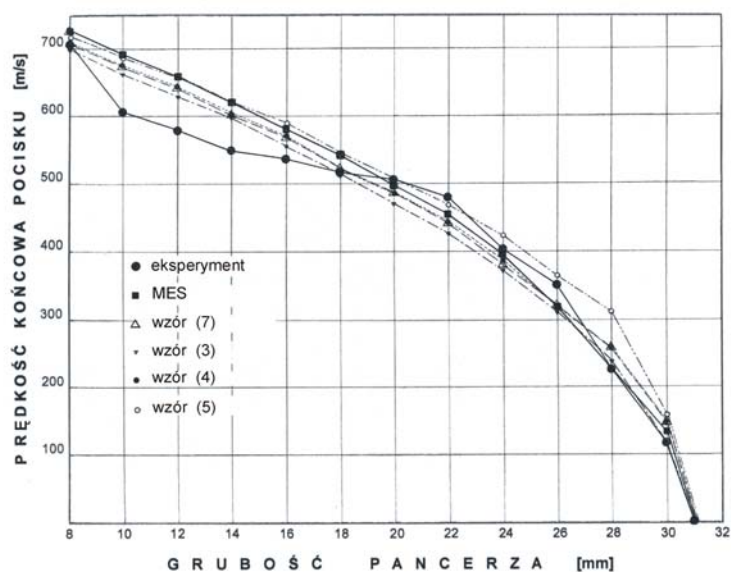
Grubość tarczy h [mm]	Prędkość początkowa pocisku v_p [m/s]	Prędkość końcowa (pomiar) v_k [m/s]	Prędkość końcowa wzór (3) v_k [m/s]	Prędkość końcowa wzór (4) v_k [m/s]	Prędkość końcowa wzór (5) v_k [m/s]	Prędkość końcowa wzór (7) v_k [m/s]	Prędkość końcowa MES v_k [m/s]
8	825,3	704	694	708	716	704	723
10	823,7	605	659	674	685	670	690
12	826,0	575	626	644	655	640	655
14	822,3	547	597	603	620	600	618
16	825,0	535	552	569	589	566	578
18	823,0	517	510	527	546	524	540
20	822,3	504	467	483	505	486	495
22	825,3	478	423	441	467	439	452
24	824,7	402	370	389	421	378	393
26	823,7	350	309	327	365	326	316
28	824,7	221	235	257	310	257	227
30	822,7	116	117	145	155	145	131
31	822,7	0	0	0	0	0	0

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Wartości siły oporu czołowego F_v w funkcji przebytej drogi x podczas przebijania pancerza o grubości 31 mm według modelu (4)

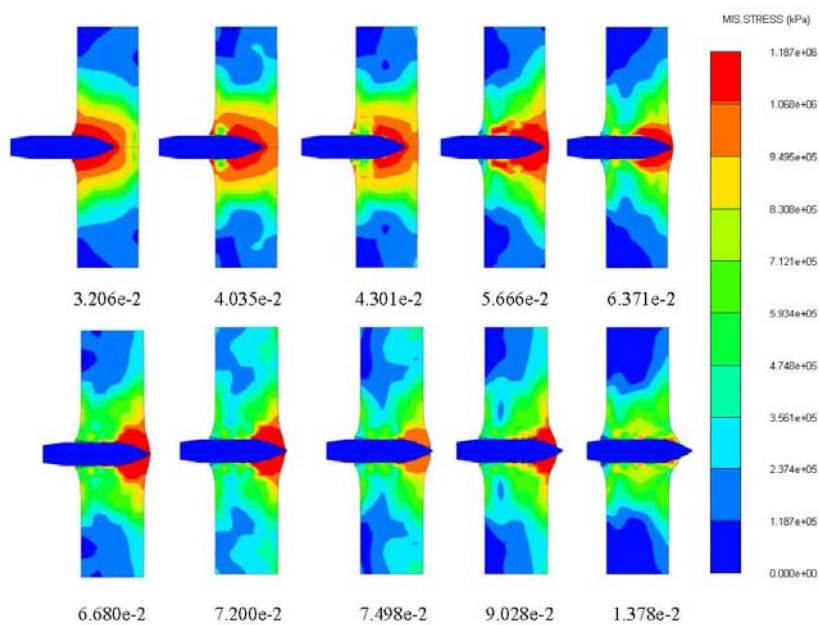
x [mm]	8	10	12	14	16	18
F_v [kN]	33,340	30,215	27,585	24,184	21,534	18,472
x [mm]	20	22	24	26	28	30
F_v [kN]	15,517	12,935	10,065	7,112	4,393	1,398

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 1. Porównanie wyników obliczeń prędkości pocisków po przebicciu tarcz o różnych grubościach z pomiarami uzyskanymi z eksperymentu

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2. Wyniki symulacji numerycznej przebijania odkształcalnej tarczy przez sztywny pocisk; rozkład naprężeń zredukowanych w materiale tarczy w wybranych chwilach czasu [ms]

Źródło: opracowanie własne.

PODSUMOWANIE

Proste modele fizyczne, stworzone do opisu wnikania sztywnego pocisku w odkształcalną półprzestrzeń, zastosowane do obliczeń prędkości przebijania pancerzy o skończonej grubości wykazały dobrą zgodność z eksperymentem w przypadkach, gdy grubość pancerza przekraczała półtora raza wartość średnicy pocisku. Kilkunastoprocentowe rozbieżności między obliczeniami a eksperymentem przy mniejszych grubościach pancerzy mogą być spowodowane niedokładnością pomiaru zakłócanego odłamkami z przestrzelonej tarczy.

Zadziwiająco zbieżność wyników obliczeń wykazały dwa modele oparte na odmiennych założeniach prowadzących do wzorów o odmiennej postaci: model de Marre'a (wzór 7) oraz model Newtona z siłą oporu czołowego proporcjonalną do kwadratu prędkości, bez uwzględnienia oporu tarcia ślizgowego (wzór 4b).

Bliższa ocena wpływu siły tarcia ślizgowego (środkowy człon prawej strony równania (1)) na odporność balistyczną pancerzy stalowych wymaga przeprowadzenia szczegółowych analiz rozwiązań wyrażonych wzorami (6) oraz dokładniejszego poparcia eksperymentami. Szczególne rozwiązanie układu równań (5), uzyskane w ramach prezentowanych badań, świadczy, że w rozpatrywanym przypadku siła ta przybiera wartości wielokrotnie mniejsze od siły oporu czołowego, proporcjonalnej do kwadratu prędkości.

Użycie programu komputerowego AUTODYN, opartego na metodzie elementów skończonych, umożliwiło dokładniejsze prześledzenie zjawisk towarzyszących przebijaniu odkształcalnego pancerza przez sztywny pocisk. Na rysunku 2., przedstawiającym rozkład naprężeń zredukowanych w materiale tarczy o grubości 31 mm, zaobserwować można zmiany obszarów uplastycznienia materiału w otoczeniu przemieszczającego się pocisku. W wersji animowanej symulacja komputerowa ujawniła również efekty przemieszczania i odbijania się fal sprężystych i plastycznych od ścianek pancerza i czoła pocisku. Zagadnienia te będą przedmiotem dalszych badań. Symulacja potwierdziła ponadto poprawność założeń prostszych teorii, przyjmowanych nierzadko za jedyną podstawę projektowania pancerzy.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Backman M. E, Goldsmith W., *The mechanics of penetration of projectiles into target*, 'International Journal of Engineering Science', 1978, Vol. 16, No 1, pp. 1–99.
- [2] Flis L., *Numerical simulation of ballistic impact on 10GHMBA steel armor*, „Zeszyty Naukowe” AMW, 2010, nr 1, s. 23–32.

- [3] Flis L., Sperski M., *Badania odporności balistycznej pancerzy stalowych na ostrzał pociskami karabinowymi kalibru 12,7 mm*, „Zeszyty Naukowe” AMW, 2011, nr 2, s. 23–40.
- [4] Hallquist J. O., *LS-DYNA Theory Manual*, LSTC 2006.
- [5] Sperski M., *Model obliczeniowy do oszacowania odporności balistycznej pancerzy stalowych*, „Zeszyty Naukowe” AMW, 2009, nr 4, s. 51–59.
- [6] Szturomski B. i inni, *Charakterystyki dynamiczne do symulacji numerycznej materiałów stosowanych na osłony antyterrorystyczne na jednostkach pływających*, raport z pracy badawczej „Powój”, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 2009.
- [7] Szuladzinski G., *Formulas for Mechanical and Structural Shock and Impast*, Taylor & Francis Group, 2010.
- [8] Włodarczyk E., *Balistyka końcowa pocisków amunicji strzeleckiej*, t. 1, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa 2006.
- [9] Zatorski Z., *Teoretyczne i technologiczne podstawy projektowania okrętowych osłon balistycznych*, rozprawa habilitacyjna, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 2009.
- [10] AUTODYN®Explicit Software for Nonlinear Dynamice, Theory Manual Revision 4.3, Century Dynamics, 2005.

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF CALCULATION MODELS RELATED TO FINAL BALLISTICS

ABSTRACT

Velocity of 12.7 mm bullets, piercing steel discs with different thicknesses and of known strength properties is used to calculate the values of numerical coefficients appearing in equations, related to a few different physical models, of bullet motion. The models considered are limited to the models of rigid bodies penetrating deformable targets. A series of comparative calculations is made to assess the accuracy of the models tested. The results may be helpful in designing ballistic shields exposed to rifle fire.

Keywords:

ballistics, armor, analytical methods, computer simulation, experiment.