

**Janusz Kolenda**  
Akademia Marynarki Wojennej

## WSPÓŁCZYNNIK BEZPIECZEŃSTWA ZMĘCZENIOWEGO WAŁÓW PRZY LOSOWYM ZGINANIU I SKRĘCANIU

### STRESZCZENIE

Artykuł dotyczy bezpieczeństwa zmęczeniowego wałów poddanych równoczesnemu działaniu momentów gnących i skręcających o losowym charakterze i stacjonarnych w szerszym sensie. Zakłada się, że wynikające stąd naprężenia normalne i tnące są nieskorelowane oraz że mają znane wartości średnie i gęstości widmowe mocy. Pozwala to oba te naprężenia rozpatrywać oddzielnie i wykorzystywać znany wzór na współczynnik bezpieczeństwa zmęczeniowego wałów na podstawie obliczeń cząstkowych współczynników bezpieczeństwa zmęczeniowego przy zginaniu i skręcaniu. W tym celu wyznaczono ekwiwalentne naprężenia normalne i tnące jako procesy Gaussa oraz wartości oczekiwane cząstkowych współczynników bezpieczeństwa. Przeprowadzono obliczenia przykładowe.

#### Słowa kluczowe:

wały, obciążenia losowe, wytrzymałość zmęczeniowa.

### WSTĘP

Na skutek obciążeń zewnętrznych w poprzecznych przekrojach wałów powstają naprężenia:

- normalne  $\sigma_x$  od momentów gnących;
- tnące  $\sigma_{xy}$  od momentów skręcających;
- tnące  $\sigma_{xy}$  od sił poprzecznych;
- normalne  $\sigma_x$  od sił wzdłużnych (ściskających bądź rozciągających).

Zazwyczaj naprężenia tnące od sił poprzecznych nie są uwzględniane w obliczeniach wytrzymałościowych wałów z powodu ich małej wartości w porównaniu do naprężeń wywołanych zginaniem i skręcaniem. Również obciążenia wzdłużne wałów poddanych znacznym momentom skręcającym i gnącym są zwykle pomijane w tego typu obliczeniach [5]. To samo dotyczy obliczeń zmęczeniowych, przy czym w najbardziej „zgrubnym” algorytmie rzeczywiste współczynniki bezpieczeństwa zmęczeniowego na zginanie  $\delta_x$  i na skręcanie  $\delta_{xy}$  liczy się dla każdego rodzaju naprężeń osobno, a następnie określa łączny rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa zmęczeniowego  $\delta$  ze wzoru [1, 2, 5]:

$$\delta = \frac{\delta_x \delta_{xy}}{\sqrt{\delta_x^2 + \delta_{xy}^2}}. \quad (1)$$

Wzór (1) jest ważny dla ogólnego przypadku płaskiego stanu naprężenia ze składowymi  $\sigma_x$  i  $\sigma_{xy}$ , a zatem również dla cykli niesymetrycznych. Nie zachodzi przy tym konieczność spełnienia założenia o zgodności faz i częstości naprężeń składowych [2].

Z uwzględnieniem takich czynników wpływających na wytrzymałość zmęczeniową, jak działanie karbu, wielkość przedmiotu i wrażliwość materiału na asymetrię cyklu, występujące w (1) współczynniki wyznaczone są za pomocą wzorów:

$$\delta_x = \frac{Z_{go}}{\frac{\beta_x}{\varepsilon_x} \sigma_{xa} + \psi_x \sigma_{xm}}, \quad \delta_{xy} = \frac{Z_{so}}{\frac{\beta_{xy}}{\varepsilon_{xy}} \sigma_{xya} + \psi_{xy} \sigma_{xym}}, \quad (2)$$

gdzie:

$\sigma_{xa}, \sigma_{xya}$  — nominalne amplitudy naprężeń składowych;

$\sigma_{xm}, \sigma_{xym}$  — wartości średnie naprężeń składowych;

$\beta, \varepsilon$  — współczynniki działania karbu i wielkości przedmiotu, których wartości określone są w literaturze specjalistycznej [2, 5];

$\psi$  — współczynniki wrażliwości materiału na asymetrię cyklu definiowane jako

$$\psi_x = \frac{2Z_{go} - Z_{gj}}{Z_{gj}}, \quad \psi_{xy} = \frac{2Z_{so} - Z_{sj}}{Z_{sj}}, \quad (3)$$

gdzie:

$Z_{go}, Z_{so}$  — granice zmęczenia przy cyklach wahadłowych;

$Z_{gj}, Z_{sj}$  — granice zmęczenia przy cyklach odzerowo tętniących.

W przypadku gdy naprężenia składowe  $\sigma_x = \tilde{\sigma}_x$  i  $\sigma_{xy} = \tilde{\sigma}_{xy}$  mają charakter procesów losowych z amplitudami o rozkładach normalnych, prawdopodobieństwo zniszczenia zmęczeniowego można odczytać z wykresów, korzystając z algorytmu obliczeń opisanego w [2]. W niniejszej pracy przedstawiono możliwość wykorzystania wzorów (1) — (3) do oszacowania wartości oczekiwanej współczynnika bezpieczeństwa zmęczeniowego przy łącznym występowaniu losowego zginania i skręcania. Założono przy tym, że naprężenia składowe  $\tilde{\sigma}_x$  i  $\tilde{\sigma}_{xy}$  są nieskorelowanymi procesami stacjonarnymi (w szerszym sensie) o znanych wartościach średnich i gęstościach widmowych mocy, które zamodelowano równoważnymi w sensie wytrzymałości zmęczeniowej naprężeniami ekwiwalentnymi  $\tilde{\sigma}_{xe}$  i  $\tilde{\sigma}_{xye}$ .

### EKWIWALENTNE NAPRĘŻENIA SKŁADOWE

Rozpatrywane naprężenia normalne  $\tilde{\sigma}_x(t)$  i tnące  $\tilde{\sigma}_{xy}(t)$  można zapisać jako:

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_x(t) &= \sigma_{xm} + \sigma_x(t) \\ \tilde{\sigma}_{xy}(t) &= \sigma_{xym} + \sigma_{xy}(t)\end{aligned}\quad (4)$$

gdzie:

$\sigma_{xm}$  i  $\sigma_{xym}$  — naprężenia średnie;

$\sigma_x(t)$  i  $\sigma_{xy}(t)$  — procesy stochastyczne.

Przy założeniu stacjonarności tych procesów oraz znajomości wartości oczekiwanych naprężeń średnich  $E\{\sigma_{xm}\}$  i  $E\{\sigma_{xym}\}$  poszukiwać będziemy ekwiwalentnych naprężeń składowych w postaci dogodnej do obliczeń zmęczeniowych [3]:

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{xe}(t) &= E\{\sigma_{xm}\} + \sigma_{xe}(t) \\ \tilde{\sigma}_{xye}(t) &= E\{\sigma_{xym}\} + \sigma_{xye}(t)\end{aligned}\quad (5)$$

gdzie

$$\begin{aligned}\sigma_{xe}(t) &= a \sin(\omega_x t + \alpha_x) = a_1 \exp(j\omega_x t) + a_{-1} \exp(-j\omega_x t) \\ \sigma_{xye}(t) &= b \sin(\omega_{xy} t + \alpha_{xy}) = b_1 \exp(j\omega_{xy} t) + b_{-1} \exp(-j\omega_{xy} t)\end{aligned}\quad (6)$$

to procesy Gaussa spełniające warunki:

$$\begin{aligned} K_{xe}(\tau) &= K_x(\tau) \\ K_{xye}(\tau) &= K_{xy}(\tau) \end{aligned} \quad (7)$$

W zależnościach (6) i (7) oznaczono:

$a, b$  — amplitudy ekwiwalentnych naprężeń składowych (zmiennie losowe);  
 $\alpha_x, \alpha_{xy}$  — kąty fazowe ekwiwalentnych naprężeń składowych (zmiennie losowe);  
 $\omega_x, \omega_{xy}$  — częstotliwości ekwiwalentnych naprężeń składowych;

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{a}{2j} \exp(j\alpha_x), & a_{-1} &= a_1^* \\ b_1 &= \frac{b}{2j} \exp(j\alpha_{xy}), & b_{-1} &= b_1^* \end{aligned} \quad (8)$$

$j$  — jedność urojona;

$(\cdot)^*$  — wielkość zespolona sprzężona;

$K_{xe}(\tau), K_{xye}(\tau)$  — funkcje autokorelacji procesów  $\sigma_{xe}(t)$  i  $\sigma_{xye}(t)$ ;

$K_x(\tau), K_{xy}(\tau)$  — funkcje autokorelacji procesów  $\sigma_x(t)$  i  $\sigma_{xy}(t)$ ;

$\tau$  — odstęp czasu,

przy czym

$$\begin{aligned} E\{a_1\} &= E\{a_{-1}\} = E\{a_1^* a_{-1}\} = E\{a_{-1}^* a_1\} = 0 \\ E\{b_1\} &= E\{b_{-1}\} = E\{b_1^* b_{-1}\} = E\{b_{-1}^* b_1\} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$E\{\cdot\}$  — wartość oczekiwana.

Warunki (7) prowadzą do relacji:

$$\begin{aligned} E\{[a_1^* \exp(-j\omega_x t_1) + a_{-1}^* \exp(j\omega_x t_1)][a_1 \exp(j\omega_x t_2) + a_{-1} \exp(-j\omega_x t_2)]\} &= \\ = E\{\sigma_x^*(t_1) \sigma_x(t_2)\} \\ E\{[b_1^* \exp(-j\omega_{xy} t_1) + b_{-1}^* \exp(j\omega_{xy} t_1)][b_1 \exp(j\omega_{xy} t_2) + b_{-1} \exp(-j\omega_{xy} t_2)]\} &= \\ = E\{\sigma_{xy}^*(t_1) \sigma_{xy}(t_2)\} \end{aligned} \quad (10)$$

czyli z uwzględnieniem (8) i (9):

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} E\{a^2\} [\exp(j\omega_x \tau) + \exp(-j\omega_x \tau)] &= K_x(\tau) \\ \frac{1}{4} E\{b^2\} [\exp(j\omega_{xy} \tau) + \exp(-j\omega_{xy} \tau)] &= K_{xy}(\tau) \end{aligned} \quad (11)$$

Oznaczono tu:

$E\{a^2\}, E\{b^2\}$  — wartości średniokwadratowe amplitud ekwiwalentnych naprężeń składowych;

$$\tau = t_2 - t_1.$$

W wyniku transformacji Fouriera równań (11) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} E\{a^2\} [\delta(\omega - \omega_x) + \delta(\omega + \omega_x)] &= S_x(\omega) \\ \frac{1}{4} E\{b^2\} [\delta(\omega - \omega_{xy}) + \delta(\omega + \omega_{xy})] &= S_{xy}(\omega) \end{aligned} \quad (12)$$

gdzie:

$S_x(\omega), S_{xy}(\omega)$  — gęstości widmowe mocy procesów  $\sigma_x(t)$  i  $\sigma_{xy}(t)$ ;

$\delta$  — funkcja delta Diraca.

Na podstawie równań (12) można sformułować następujące warunki równoważności naprężeń  $\sigma_{xe}(t)$  i  $\sigma_x(t)$  oraz  $\sigma_{xye}(t)$  i  $\sigma_{xy}(t)$  [3, 4]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} E\{a^2\} \int_{-\infty}^{\infty} [\delta(\omega - \omega_x) + \delta(\omega + \omega_x)] d\omega &= \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \\ \frac{1}{4} E\{b^2\} \int_{-\infty}^{\infty} [\delta(\omega - \omega_{xy}) + \delta(\omega + \omega_{xy})] d\omega &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (13)$$

Zatem

$$\begin{aligned} E\{a^2\} &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \\ E\{b^2\} &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (14)$$

Zważywszy, że amplitudy  $a$  i  $b$  procesów (6) jako wąskopasmowych procesów Gaussa mają rozkład Rayleigha, ich momenty statystyczne wynoszą [6]:

$$\begin{aligned} E\{a^k\} &= 2^{k/2} \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) s_x^k, \quad k = 1, 2, \dots \\ E\{b^k\} &= 2^{k/2} \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) s_{xy}^k \end{aligned} \quad (15)$$

gdzie:

$\Gamma$  — funkcja gamma;

$s_x, s_{xy}$  — odchylenia standardowe amplitud  $a$  i  $b$ .

Stąd

$$E\{a\} = (0,5\pi)^{1/2} s_x, \quad E\{b\} = (0,5\pi)^{1/2} s_{xy}; \quad (16)$$

$$E\{a^2\} = 2s_x^2, \quad E\{b^2\} = 2s_{xy}^2. \quad (17)$$

Porównując prawe strony wyrażeń (14) i (17), otrzymuje się:

$$s_x = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \right]^{1/2}, \quad s_{xy} = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) d\omega \right]^{1/2}. \quad (18)$$

## WARTOŚCI OCZEKIWANE WSPÓLCZYNNIKÓW BEZPIECZEŃSTWA

Na podstawie wzorów (2) wartości oczekiwane cząstkowych współczynników bezpieczeństwa zmęczeniowego wałów poddanych działaniu ekwiwalentnych naprężeń składowych (5) wynoszą:

$$\begin{aligned} E\{\delta_x\} &= \frac{Z_{go}}{\frac{\beta_x}{\varepsilon_x} E\{a\} + \psi_x E\{\sigma_{xm}\}} \\ E\{\delta_{xy}\} &= \frac{Z_{so}}{\frac{\beta_{xy}}{\varepsilon_{xy}} E\{b\} + \psi_{xy} E\{\sigma_{xym}\}} \end{aligned} \quad (19)$$

czyli z uwzględnieniem (16) i (18):

$$E\{\delta_x\} = \frac{Z_{go}}{\frac{\beta_x}{\varepsilon_x} \left[ 0,5\pi \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \right]^{1/2} + \psi_x E\{\sigma_{xm}\}}$$

$$E\{\delta_{xy}\} = \frac{Z_{so}}{\frac{\beta_{xy}}{\varepsilon_{xy}} \left[ 0,5\pi \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) d\omega \right]^{1/2} + \psi_{xy} E\{\sigma_{xym}\}}$$
(20)

Wyrażenia (1) i (20) umożliwiają wyznaczenie wartości oczekiwanej łącznego współczynnika bezpieczeństwa zmęczeniowego wałów w przypadku równoczesnego działania momentów gnących i momentów skręcających o losowym charakterze ze wzoru:

$$E\{\delta\} = \frac{E\{\delta_x\}E\{\delta_{xy}\}}{\sqrt{[E\{\delta_x\}]^2 + [E\{\delta_{xy}\}]^2}}$$
(21)

### Przykład

Wał poddany jest równoczesnemu działaniu stacjonarnych momentów gnących i skręcających. W analizowanym przekroju wywołują one naprężenia

$$\tilde{\sigma}_x(t) = \sigma_{mx} + \sigma_x(t)$$

$$\tilde{\sigma}_{xy}(t) = \sigma_{mxy} + \sigma_{xy}(t)$$

gdzie  $\sigma_{mx}$  i  $\sigma_{mxy}$  to wartości średnie o charakterze losowym oraz

$$\sigma_x(t) = \sum_{k=1}^p (A_{xk} \cos \omega_{xk} t + B_{xk} \sin \omega_{xk} t)$$

$$\sigma_{xy}(t) = \sum_{l=1}^r (A_{xyl} \cos \omega_{xyl} t + B_{xyl} \sin \omega_{xyl} t)$$
(22)

W wyrażeniach (22)  $A_{xk}$ ,  $B_{xk}$ ,  $A_{xyl}$  i  $B_{xyl}$  są zmiennymi losowymi o zerowych wartościach średnich, statystycznie niezależnymi od siebie. Wyznaczyć wartość oczekiwaną łącznego współczynnika bezpieczeństwa zmęczeniowego przy założeniu, że znane są wartości oczekiwane  $E\{\sigma_{xm}\}$  i  $E\{\sigma_{xym}\}$  oraz wartości średniokwadratowe  $E\{A_{xk}^2\}$ ,  $E\{B_{xk}^2\}$ ,  $E\{A_{xyl}^2\}$  i  $E\{B_{xyl}^2\}$ .

**Rozwiązanie**

Formuły Eulera

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} [\exp(j\omega t) + \exp(-j\omega t)]$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{2} [\exp(j\omega t) - \exp(-j\omega t)]$$

pozwalają zapisać wyrażenia (22) w postaci:

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) &= \sum_{k=1}^p [C_{xk} \exp(j\omega_{xk}t) + D_{xk} \exp(-j\omega_{xk}t)] \\ \sigma_{xy}(t) &= \sum_{l=1}^r [C_{xyl} \exp(j\omega_{xyl}t) + D_{xyl} \exp(-j\omega_{xyl}t)] \end{aligned} \quad (23)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} C_{xk} &= \frac{1}{2} A_{xk} + \frac{1}{2j} B_{xk} \quad , \quad D_{xk} = C_{xk}^* \\ C_{xyl} &= \frac{1}{2} A_{xyl} + \frac{1}{2j} B_{xyl} \quad , \quad D_{xyl} = C_{xyl}^* \end{aligned} \quad (24)$$

Oznaczając

$$-\omega_{xk} = \omega_{-xk} \quad , \quad -\omega_{xyl} = \omega_{-xyl} \quad ,$$

otrzymuje się z (23)

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) &= \sum_{k=-p}^p G_{xk} \exp(j\omega_{xk}t) \\ \sigma_{xy}(t) &= \sum_{l=-r}^r G_{xyl} \exp(j\omega_{xyl}t) \end{aligned} \quad (25)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} G_{xk} &= C_{xk} \quad \text{dla } k = 1, 2, \dots, p \\ G_{xk} &= D_{xk} \quad \text{dla } k = -1, -2, \dots, -p \\ G_{xyl} &= C_{xyl} \quad \text{dla } l = 1, 2, \dots, r \\ G_{xyl} &= D_{xyl} \quad \text{dla } l = -1, -2, \dots, -r \end{aligned}$$



Funkcje autokorelacji naprężeń (25) wyrażają się następująco:

$$\begin{aligned}
 K_x(t_1, t_2) &= E \left\{ \sum_{k=-p}^p G_{xk}^* \exp(-j\omega_{xk}t_1) \sum_{m=-p}^p G_{xm} \exp(j\omega_{xm}t_2) \right\} = \\
 &= \sum_{k=-p}^p \sum_{m=-p}^p E \{ G_{xk}^* G_{xm} \} \exp[j(\omega_{xm}t_2 - \omega_{xk}t_1)] \\
 K_{xy}(t_1, t_2) &= E \left\{ \sum_{l=-r}^r G_{xyl}^* \exp(-j\omega_{xyl}t_1) \sum_{n=-r}^r G_{xyn} \exp(j\omega_{xyn}t_2) \right\} = \\
 &= \sum_{l=-r}^r \sum_{n=-r}^r E \{ G_{xyl}^* G_{xyn} \} \exp[j(\omega_{xyn}t_2 - \omega_{xyl}t_1)]
 \end{aligned} \tag{26}$$

Na podstawie założeń i relacji (24) zachodzą związki:

$$\begin{aligned}
 E \{ G_{xk}^* G_{xm} \} &= \begin{cases} H_{xk} \text{ dla } k = m, & H_{xk} = \frac{1}{4} (E \{ A_{xk}^2 \} + E \{ B_{xk}^2 \}) \\ 0 \text{ dla } k \neq m \end{cases} \\
 E \{ G_{xyl}^* G_{xyn} \} &= \begin{cases} H_{xyl} \text{ dla } l = n, & H_{xyl} = \frac{1}{4} (E \{ A_{xyl}^2 \} + E \{ B_{xyl}^2 \}) \\ 0 \text{ dla } l \neq n \end{cases}
 \end{aligned} \tag{27}$$

Stąd

$$\begin{aligned}
 K_x(\tau) &= \sum_{k=-p}^p H_{xk} \exp(j\omega_{xk}\tau) \\
 K_{xy}(\tau) &= \sum_{l=-r}^r H_{xyl} \exp(j\omega_{xyl}\tau)
 \end{aligned} \tag{28}$$

Poddając funkcje (28) transformacji Fouriera, otrzymuje się gęstości widmowe mocy naprężeń składowych:

$$\begin{aligned}
 S_x(\omega) &= \sum_{k=-p}^p H_{xk} \delta(\omega - \omega_{xk}) \\
 S_{xy}(\omega) &= \sum_{l=-r}^r H_{xyl} \delta(\omega - \omega_{xyl})
 \end{aligned} \tag{29}$$

Zatem

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega = 2 \sum_{k=-p}^p H_{xk} = 4 \sum_{k=1}^p H_{xk} , \quad (30)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) d\omega = 2 \sum_{l=-r}^r H_{xyl} = 4 \sum_{l=1}^r H_{xyl}$$

czyli z uwzględnieniem oznaczeń  $H_{xk}$  i  $H_{xyl}$  w (27)

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega = \sum_{k=1}^p (E\{A_{xk}^2\} + E\{B_{xk}^2\})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) d\omega = \sum_{l=1}^r (E\{A_{xyl}^2\} + E\{B_{xyl}^2\})$$
(31)

Oznacza to, że rozwiązanie postawionego zadania sprowadza się do podstawienia do wzoru (21) następujących wartości oczekiwanych cząstkowych współczynników bezpieczeństwa zmęczeniowego wału:

$$E\{\delta_x\} = \frac{Z_{go}}{\frac{B_x}{\varepsilon_x} \left[ 0,5\pi \sum_{k=1}^p (E\{A_{xk}^2\} + E\{B_{xk}^2\}) \right]^{1/2} + \psi_x E\{\sigma_{xm}\}}$$

$$E\{\delta_{xy}\} = \frac{Z_{so}}{\frac{B_{xy}}{\varepsilon_{xy}} \left[ 0,5\pi \sum_{l=1}^r (E\{A_{xyl}^2\} + E\{B_{xyl}^2\}) \right]^{1/2} + \psi_{xy} E\{\sigma_{xym}\}}$$
(32)

## WNIOSKI

Projektowanie wałów napędowych i pośrednich w układach maszynowych jest zadaniem odpowiedzialnym, mającym istotny wpływ na trwałość i niezawodność układu. Stąd wynika duże znaczenie obliczeń mających na celu ocenę wartości współczynnika bezpieczeństwa zmęczeniowego wałów. Podobnie jak ocena współczynnika bezpieczeństwa zmęczeniowego w najbardziej obciążonych elementach czy węzłach układu powinna ona wchodzić w zakres obliczeń sprawdzających układ. W odniesieniu do elementów pracujących w złożonym stanie naprężenia

o zdeterminowanych składowych normalnych i tnących służy temu wzór (1). Niniejszy artykuł jest próbą rozszerzenia zakresu zastosowań tego wzoru na stacjonarne obciążenia losowe. Jak ukazano w przykładzie, może on w szczególności służyć do oceny bezpieczeństwa zmęczeniowego wałów w stosunkowo obszernej klasie układów maszynowych, gdzie obciążenia wykazują losowe fluktuacje i naprężenia są okresowe w sensie średniokwadratowym.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Dąbrowski Z., Maksymiuk M., *Wały i osie*, PWN, Warszawa 1984.
- [2] Kocańda S., Szala J., *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, PWN, Warszawa 1997.
- [3] Kolenda J., *On fatigue safety of metallic elements under static and dynamic loads*, Politechnika Gdańska, Gdańsk 2004.
- [4] Kolenda J., *O wyznaczaniu warstw bezpieczeństwa zmęczeniowego elementów konstrukcyjnych przy jednoosiowych obciążeniach stochastycznych*, „Zeszyty Naukowe” AMW, 2010, nr 1.
- [5] Kyzioł L., *Podstawy konstrukcji maszyn*, cz. II, AMW, Gdynia 2008.
- [6] Pacut A., *Prawdopodobieństwo. Teoria. Probabilistyczne modelowanie w technice*, PWN, Warszawa 1985.

## COEFFICIENT OF FATIGUE SAFETY OF SHAFTS UNDER RANDOM BENDING AND TORSION

### ABSTRACT

The paper deals with fatigue safety of shafts subjected to simultaneous bending and torsional loads of random character, stationary in the wide sense. It is assumed that the resulting normal and shear stresses are not correlated with each other, and that their mean values and power spectral densities are known. Consequently, both these stresses can be considered separately and the known formula for the coefficient of fatigue safety of shafts based on the calculations

of partial coefficients of fatigue safety under bending and torsion can be applied. For this purpose equivalent normal and shear stresses as Gaussian processes and expected values of the partial coefficients of fatigue safety are determined. Exemplary calculations are carried out.

Keywords:

shafts, random loads, fatigue strength.

Recenzent dr hab. inż. Janusz Kozak