

Adam Pawłędzio
Akademia Marynarki Wojennej

METODA WYZNACZANIA LINII UGIĘCIA KADŁUBA OKRĘTU

STRESZCZENIE

W niniejszym opracowaniu rozpatruje się zagadnienie wyznaczenia linii ugięcia kadłuba okrętu na wodzie spokojnej oraz na fali. Obliczenia testowe przeprowadzono dla zamkniętego odcinka rury, a następnie po zweryfikowaniu numerycznej metody obliczeniowej z rozwiązaniem analitycznym dla okrętu typu 207M. Opisywane rozwiązanie bazuje na metodzie elementów skończonych [2]. Przyjęty model belkowy konstrukcji kadłuba okrętu składa się z dwudziestu elementów o stałej długości.

WSTĘP

Kadłub okrętu jest konstrukcją wytrzymałościową, przenoszącą obciążenia o charakterze statycznym i dynamicznym. Siły i momenty statyczne wynikają przede wszystkim z sił wyporu i sił ciężkości, natomiast siły o charakterze dynamicznym są rezultatem oddziaływań zewnętrznych, takich jak wiatr czy fala o dużej prędkości. Działanie sił tnących oraz momentów gnących powoduje powstawanie naprężeń w kadłubie. Przekroczenie dopuszczalnych wartości naprężeń może spowodować nawet złamanie kadłuba i zatonięcie okrętu.

Zgodnie z przepisami instytucji klasyfikacyjnych kadłub okrętu powinien mieć określoną wytrzymałość wzdłużną, dla której jako miarę przyjmuje się wartości naprężeń występujących w danym przekroju. Obliczenia sprawdzające polegają na porównaniu dwóch wskaźników wytrzymałości poprzecznego przekroju kadłuba: rzeczywistego z wymaganym. Jeden wynika z konstrukcji okrętu, drugi natomiast ze wzoru na naprężenia dopuszczalne. Instytucje klasyfikacyjne nie stawiają wymagań co do maksymalnego ugięcia (wygięcia) kadłuba. W literaturze fachowej oraz publikacjach naukowych znajdują się jedynie szcątkowe informacje na temat dopuszczalnych wartości ugięcia kadłuba okrętu.

SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA

W procesie projektowania okrętu wykonuje się obliczenia sprawdzające naprężenia dopuszczalne w kadłubie. Wyznaczenie linii ugięcia kadłuba okrętowego jest etapem poprzedzającym określenie naprężeń w kadłubie. Kształt linii ugięcia konkretnego okrętu zmienia się w zależności od jego stanu załadowania, rozkładu ładunku oraz kształtu powierzchni morza. Ze względu na wzajemną zależność przemieszczeń poszczególnych elementów konstrukcyjnych kadłuba i sił wyporu hydrostatycznego zagadnienie wyznaczania linii ugięcia kadłuba okrętowego jest nieliniowe. Nieliniowość objawia się tym bardziej, im większe są odkształcenia kadłuba, a w następstwie wyraźniej zmienia się pole wodnicy pływania.

Podczas obliczeń wytrzymałościowych okręt rozpatruje się jako konstrukcję o określonym rozkładzie masy i zmiennym przekroju wrężnicowym. Stopień jej skomplikowania nie pozwala na zweryfikowanie zastosowanej metody obliczeniowej. Dlatego też w pierwszej kolejności zostaną przeprowadzone obliczenia dla prostego obiektu, jakim jest zamknięta z obu końców rura, dla której istnieje rozwiązanie analityczne.

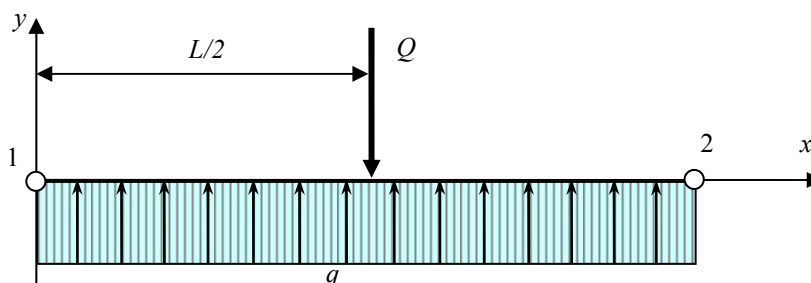
Rozwiązanie numeryczne przedstawione w opracowaniu dla obydwu obiektów bazuje na metodzie elementów skończonych (MES). W obliczeniach odcinek zamkniętej rury traktuje się jako belkę o stałym przekroju i równomiernym rozkładzie masy, natomiast okręt jako belkę o przekroju i rozkładzie masy wynikającym z jego konstrukcji.

Do obliczeń rozkładu wyporu po długości konstrukcji wykonany został model dyskretny odcinka rury, a w przypadku okrętu model dyskretny poszycia kadłuba. Obydwa modele zbudowane są z elementów powierzchniowych. Linia ugięcia kadłuba okrętu zostanie wyznaczona dla przypadków, gdy znajduje się on na wodzie spokojnej i na wodzie sfalowanej.

PRZYKŁAD ROZWIĄZANIA ANALITYCZNEGO

Jedną z zalet rozwiązania analitycznego jest możliwość wykorzystania go do weryfikacji metod przybliżonych. Liczba zagadnień, których rozwiązania analityczne znamy, jest ograniczona. W większości mogą być one zastosowane tylko do określonej grupy obiektów lub zjawisk. W przypadku analitycznego wyznaczenia linii ugięcia obiektu pływającego wykorzystany zostanie zamknięty odcinek rury aluminiowej o średnicy $D = 0,5$ metra i długości $L = 10$ metrów. Ponieważ obciąże-

nie ciągle wynikające z ciężaru rury redukuje się z siłą wyporu hydrostatycznego, w równaniach wymienione siły nie wystąpią. W połowie długości rury przyłożono siłę skupioną Q , która spowoduje wzrost zanurzenia oraz ugięcie.



Rys. 1. Odcinek rury jako belka o stałym przekroju obciążona siłą Q

W wyniku przyłożenia siły Q powstanie dodatkowa siła wyporu. Załóżmy, że jest ona rozłożona równomiernie na całej długości L . Wówczas powstałe obciążenie ciągłe q od sił wyporu hydrostatycznego określa wzór:

$$q = \frac{Q}{L}. \quad (1)$$

Dla tak obciążonej rury moment gnący wzdłuż osi x zmienia się następująco:

$$\begin{aligned} Mg_1(x) &= q \frac{x^2}{2} \quad \text{dla } x \in \langle 0, L/2 \rangle; \\ Mg_2(x) &= q \frac{x^2}{2} - Q(x - \frac{L}{2}) \quad \text{dla } x \in \langle L/2, L \rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

Linie ugięcia otrzymuje się w wyniku dwukrotnego całkowania zależności opisującej moment gnący. Dla pierwszego przedziału otrzymamy wówczas:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_1}{dx^2} &= \frac{Mg_1}{EI} = \frac{q}{2EI} x^2; \\ \frac{dy_1}{dx} &= \frac{q}{6EI} x^3 + C_1; \end{aligned}$$

$$y_1 = \frac{q}{24EI}x^4 + C_1x + D_1. \quad (3)$$

Analogicznie całkowanie przeprowadzono w drugim przedziale:

$$\begin{aligned} \frac{d^2y_2}{dx^2} &= \frac{Mg_2}{EI} = \frac{q}{2EI}x^2 - \frac{Q}{EI}\left(x - \frac{L}{2}\right); \\ \frac{dy_2}{dx} &= \frac{q}{6EI}x^3 - \frac{1}{2}\frac{Q}{EI}\left(x - \frac{L}{2}\right)^2 + C_2; \\ y_2 &= \frac{q}{24EI}x^4 - \frac{1}{6}\frac{Q}{EI}\left(x - \frac{L}{2}\right)^3 + C_2x + D_2. \end{aligned} \quad (4)$$

W równaniach (3) i (4) występują po dwie stałe całkowania. Do ich wyznaczenia wykorzystane zostaną następujące warunki brzegowe:

$$1) \quad y_{1,x} = y_{2,x} = 0 \quad \text{dla } x=L/2;$$

$$2) \quad y_1 = y_2 \quad \text{dla } x=L/2.$$

Z pierwszego warunku otrzymuje się:

$$C_1 = C_2 = -\frac{q}{EI} \frac{L^3}{48},$$

z drugiego natomiast:

$$\frac{q}{EI} \frac{L^4}{384} + C_2 \frac{L}{2} + D_2 = \frac{q}{EI} \frac{L^4}{384} + C_1 \frac{L}{2} + D_1;$$

$$D_1 = D_2 = D.$$

Po uwzględnieniu stałych równanie linii ugięcia ma następującą postać:

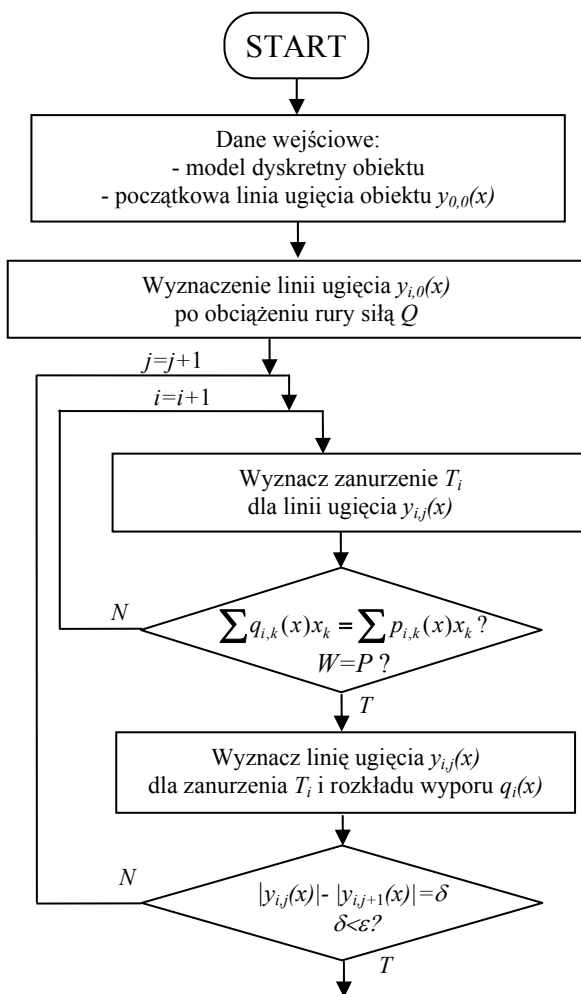
– dla $x \in \langle 0, L/2 \rangle$

$$y = \frac{q}{EI} \frac{x^4}{24} - \frac{q}{EI} \frac{L^3}{48}x + D; \quad (5)$$

– dla $x \in \langle L/2, L \rangle$

$$y = \frac{qx^4}{24EI} - \frac{Q}{6EI}\left(x - \frac{L}{2}\right)^3 - \frac{qL^3}{48EI}x + D. \quad (6)$$

Wymienione wcześniej warunki brzegowe nie pozwalają na wyznaczenie stałej D . Zauważmy, że ma ona wymiar przemieszczenia. Jej interpretację można przedstawić jako zanurzenie odcinka rury w punkcie $x = 0$, dla którego zachowany jest warunek pływalności. Proces poszukiwania tego zanurzenia można zrealizować na drodze iteracyjnej, zmieniając zanurzenie odcinka rury ukształtowanej zgodnie z linią ugięcia opisaną zależnościami (5) i (6). Na rysunku 2. przedstawiono algorytm rozwiązania zadania z uwzględnieniem nieliniowego charakteru wyporu hydrostatycznego. Siła wyporu W jest rozłożona na długości obiektu w postaci obciążenia ciągłego $q(x)$. Obciążenie ciągłe wynikające z sił ciężkości oznaczono $p(x)$.



Rys. 2. Algorytm iteracyjnego poszukiwania zanurzenia i linii ugięcia zamkniętej rury; ε – przyjęta dokładność rozwiązania

Na wstępie przyjęto założenie, iż obciążenie ciągłe od sił wyporu hydrostatycznego jest stałe na długości belki. Jeżeli strzałka ugięcia jest mała w stosunku do długości odcinka rury, to błąd jest pomijalnie mały. W innym przypadku należy uwzględniać nieliniowość i rozwiązywać zadanie zgodnie z algorytmem przedstawionym na rysunku 2.

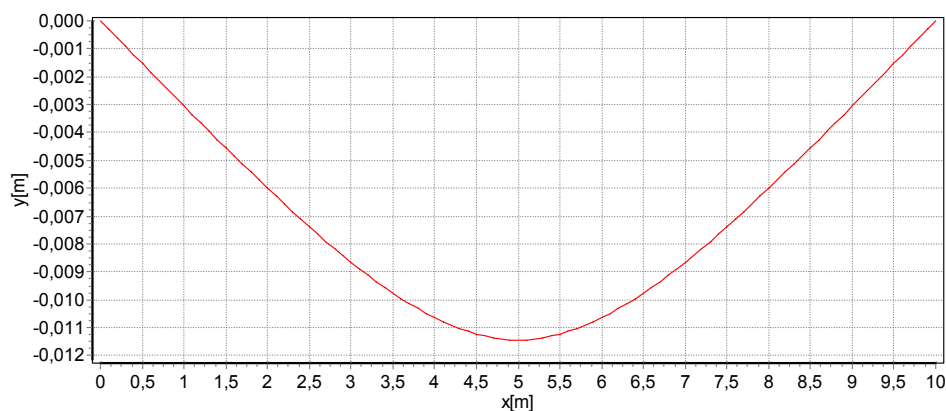
PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Zamknięty z obu końców odcinek aluminiowej rury umieszczony w zbiorniku wodnym został obciążony siłą $Q = 5000$ [N]. Dane odcinka rury zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Dane odcinka rury

Długość L [m]	Średnica D [m]	Grubość ścianki h [m]	Moment bezwładności pola powierzchni przekroju poprzedniego I_o [m ⁴]	Masa m [kg]
10	0,5	0,001	$4,879 \cdot 10^{-5}$	43

Przy masie $m = 43$ [kg] odcinek rury ma zanurzenie $T = 0,029$ [m]. Po obciążeniu siłą Q linia ugięcia przyjmie kształt paraboli czwartego stopnia przedstawionej na rysunku 3.



Rys. 3. Linia ugięcia odcinka rury obciążonego siłą 5000 [N]

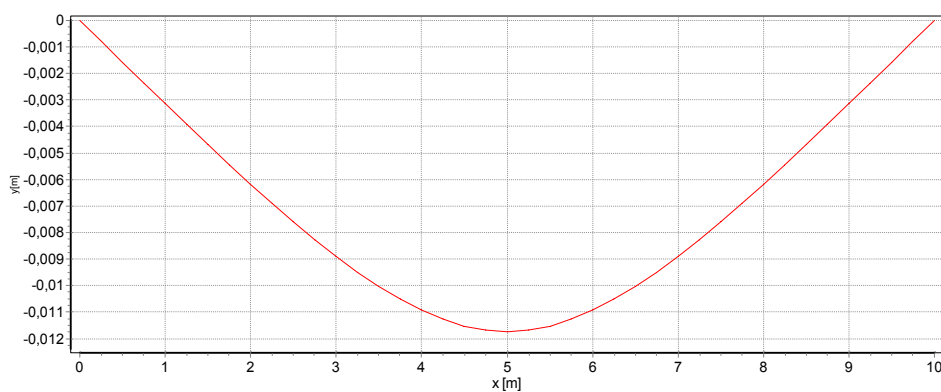
Stała D została wyznaczona iteracyjnie za pomocą programu komputerowego wykorzystującego elementy algorytmu przedstawionego na rysunku 2. Do programu wprowadzono dane modelu dyskretnego odcinka rury, na obwodzie którego zastosowano podział na 40 elementów. Nowe zanurzenie mierzone w połowie długości wynosi 0,164 [m], a stąd stała $D = 0,135$ [m].

ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE

Obliczenia numeryczne przeprowadzono za pomocą metody elementów skończonych. Model belkowy odcinka rury składa się z 40 elementów. Przyjmując 2 stopnie swobody dla każdego węzła elementu belkowego, macierz sztywności ma wymiar 164×164 . Do węzłów modelu belkowego konstrukcji sprowadzone zostały siły ciężkości wraz z siłą skupioną oraz siła wyporu hydrostatycznego rozłożona po długości L . Dla jednego elementu belkowego siły te sprowadzono za pomocą następujących zależności [1]:

$$P_i = \int_0^{Le} p(x)\varphi_i dx \quad i = 1, \dots, 4, \quad (7)$$

gdzie: i – numer stopnia swobody;
 P_i – wartość węzłowa [N];
 $p(x)$ – obciążenie ciągłe [N/m];
 φ – funkcja kształtu dla elementu zginanego (wielomiany Hermita);
 Le – długość elementu modelu belkowego [m].



Rys. 4. Linia ugięcia modelu belkowego wyznaczona metodą numeryczną

Błąd rozwiązania numerycznego w porównaniu do analitycznego wynosi 2,6 procenta. Przy zastosowaniu modelu belkowego o większej liczbie elementów błąd ten byłby jeszcze mniejszy.

WYZNACZENIE LINII UGIĘCIA KADŁUBA OKRĘTOWEGO

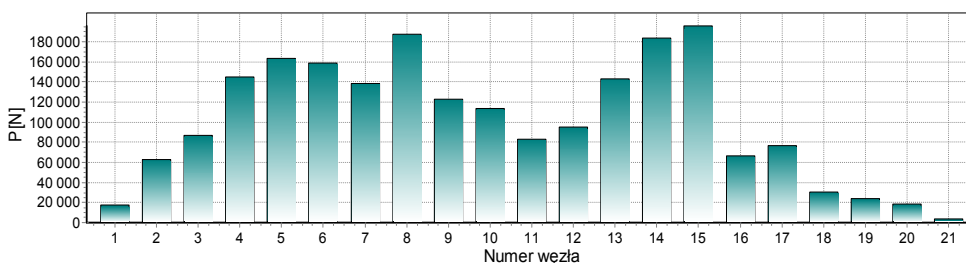
Kadłub okrętowy jest konstrukcją znacznie bardziej skomplikowaną od rury. W obliczeniach momentów bezwładności przekroju poprzecznego okrętu uwzględnia się wiązania wzdłużne, które razem z poszyciem kadłuba wpływają na jego sztywność i wytrzymałość. W tabeli 2. przedstawiono wartości momentów bezwładności pól przekrojów poprzecznych obliczonych na podstawie rysunku zładu poprzecznego i wzdłużnego okrętu typu 207M [3].

Tabela 2. Wartości momentów bezwładności poprzecznych przekrojów kadłuba okrętu

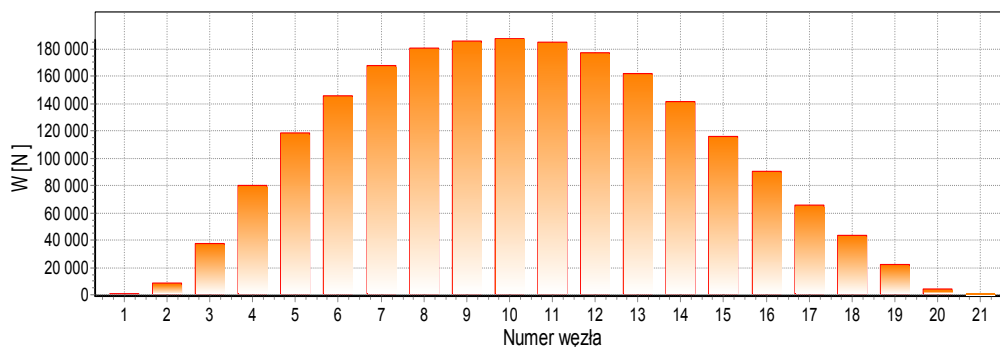
Nr węgłu	1	3	9	12	13	15	18	22	27	31	34
X [m]	1,1	3,3	8,2	11,45	12,55	14,65	17,95	22,35	26,8	31,1	33,9
I_o [m ⁴]	0,49	0,8	1,33	1,61	1,67	1,47	1,82	1,85	1,23	1,37	1,16

Ponieważ odstęp węgłowy na tym okręcie nie jest stały, wyszczególnione w tabeli 2. odległości „ x ” nie są wielokrotnościami jednej wartości.

Przy podziale kadłuba na 20 równych elementów otrzymano wartości sił oraz momentów w 21 węzłach modelu belkowego. Na rysunkach 5. i 6. przedstawiono obliczone wartości sił ciężkości i wyporu hydrostatycznego.



Rys. 5. Składowe siły ciężkości sprowadzonej do węzłów modelu belkowego okrętu



Rys. 6. Składowe siły wyporu na wodzie spokojnej sprowadzone do węzłów modelu belkowego okrętu

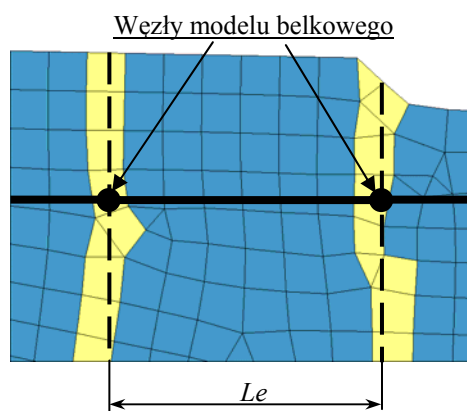
Suma składowych sił ciężkości przedstawionych na rysunku 4. powinna być równa ciężarowi okrętu, natomiast suma składowych sił wyporu przedstawionych na rysunku 6. powinna być równa wyporowi. Zależności te umożliwiają określenie błędu wynikającego z numerycznych obliczeń sił sprowadzonych do węzłów modelu belkowego. W tabeli 3. przedstawiono porównanie wartości otrzymanych sił.

Tabela 3. Suma sił ciężkości sprowadzonych do węzłów modelu belkowego okrętu

Lp.	Wartość siły [N]		Błąd [%]
1	Ciężar okrętu	2115389,16	0,0003
2	Suma sił ciężkości sprowadzonych do węzłów modelu belkowego	2115396,25	
3	Wypór okrętu	2115389,16	0,144
4	Suma sił wyporu sprowadzonych do węzłów modelu belkowego	2118436,47	

Podobną analizę przeprowadzono również dla momentów sił. Różnica pomiędzy momentami sił ciężkości i sił wyporu względem pierwszego węzła wykazała błąd 3%.

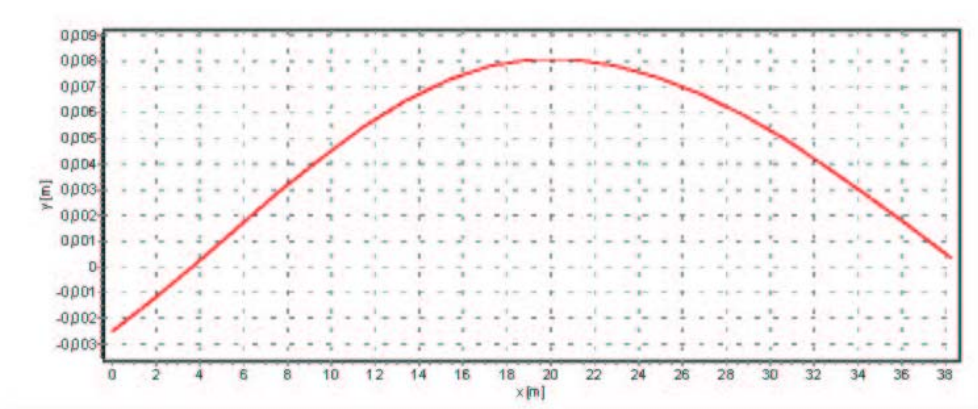
Na dokładność obliczeń w tym przypadku wpływa w głównej mierze poprawność algorytmu sprowadzania sił do węzłów modelu belkowego konstrukcji, gdzie newralgicznymi punktami są położenia węzłów. Problem ten jest przedstawiony na rysunku 7.



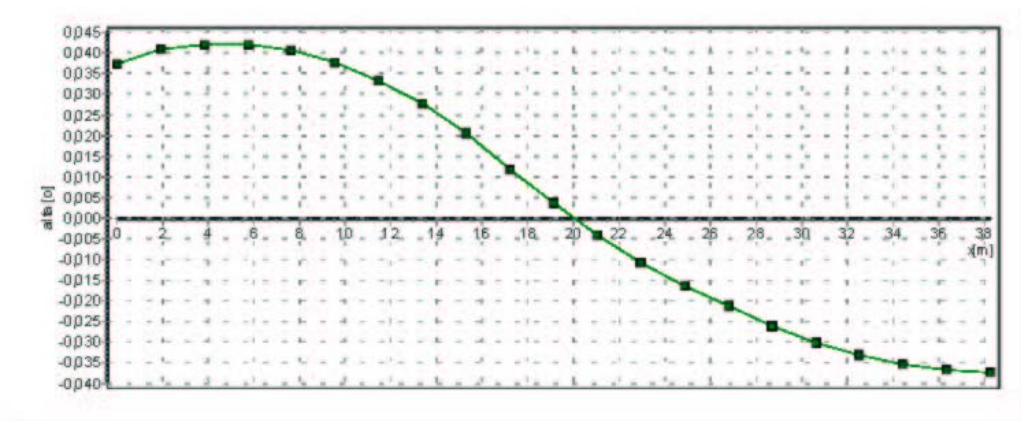
Rys. 7. Wzajemne położenie węzłów modelu belkowego konstrukcji i powierzchniowych elementów skończonych modelu dyskretnego

Do węzłów modelu belkowego sprowadzane są w wyniku całkowania numerycznego po powierzchni elementów skończonych m.in. siły ciężkości. Ponieważ położenie węzłów modelu belkowego nie pokrywa się z brzegami powierzchniowych elementów skończonych, więc część elementarnych sił odpowiadających wybranym punktom Gaussa (metoda całkowania numerycznego Gaussa) przyporządkowano do sąsiednich elementów modelu belkowego.

Kadłub okrętu typu 207M został wykonany z laminatu poliestrowo-szklanego, który charakteryzuje się stosunkowo dużą sztywnością w przeliczeniu na jednostkę masy. Ma to swoje odzwierciedlenie w wynikach przedstawionych na rysunkach 8. i 9.



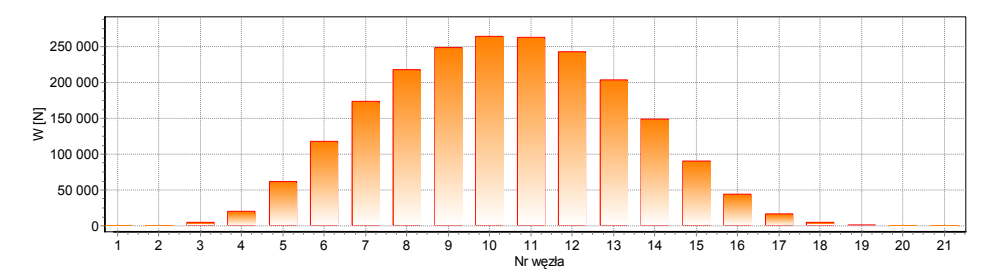
Rys. 8. Linia ugięcia kadłuba okrętu typu 207M na wodzie spokojnej



Rys. 9. Przesunięcia kątowe w węzłach modelu belkowego kadłuba okrętu typu 207M

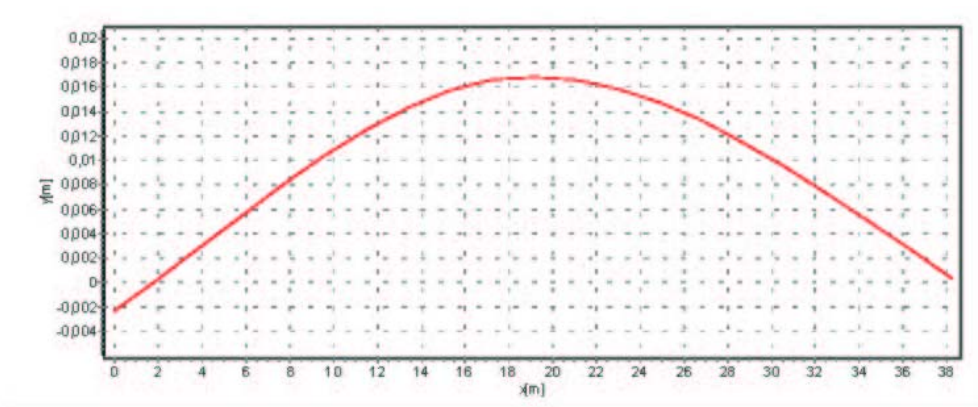
Największe wygięcie kadłuba występuje na śródokręciu, gdzie wartość maksymalna przekracza 8 milimetrów. W rufowej części okrętu przesunięcia węzłów mają ujemne wartości. Jest to rezultat większych wartości sił ciężkości od sił wyporu hydrostatycznego. Największe przesunięcie kątowe ma miejsce w rufowej części okrętu.

Na rysunku 10. przedstawiono rozkład sił wyporu dla okrętu znajdującego się na grzbiecie fali (hogging). Jest to jeden z przypadków, które są najbardziej niebezpieczne pod względem wytrzymałości kadłuba okrętu. Fala przyjęta do obliczeń ma charakter sinusoidalny. Jej długość jest równa długości okrętu, a amplituda wynosi 1 metr. Podczas obliczeń zmieniano zanurzenie okrętu tak, aby został spełniony warunek pływalności.



Rys. 10. Rozkład sił wyporu hydrostatycznego dla okrętu typu 207M na grzbiecie fali

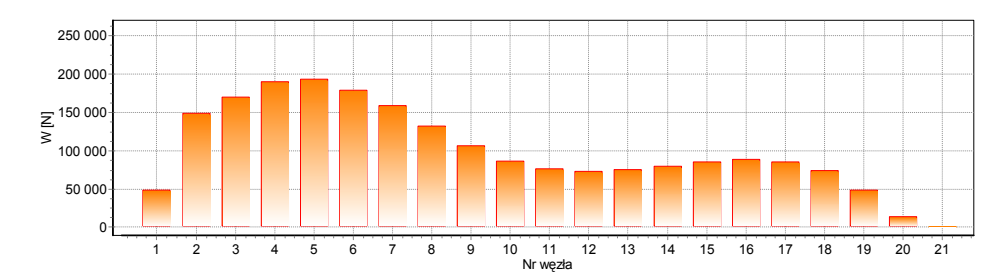
Ponieważ część dziobowa i rufowa okrętu jest częściowo wynurzona, więc występujące tam siły wyporu sprowadzone do poszczególnych węzłów modelu belkowego są równe lub bliskie zero. Zauważalny jest natomiast wzrost wartości sił wyporu na śródokręciu. Wyniki obliczeń linii ugięcia kadłuba okrętu dla tego przypadku przedstawiono na rysunku 11.



Rys. 11. Linia ugięcia kadłuba okrętu typu 207M znajdującego się na grzbiecie fali

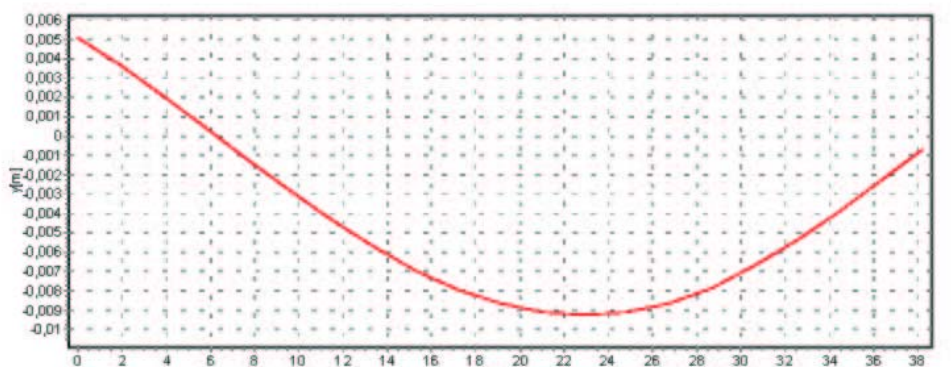
W wyniku nowego rozkładu sił wyporu kadłub okrętu wygiął się o 9 milimetrów w porównaniu do okrętu znajdującego się na wodzie niesfalowanej. Wartość amplitudy fali przyjętej do obliczeń jest stosunkowo małą wartością wobec długości okrętu, gdyż według prowadzonych statystyk typowa wartość amplitudy fali o długości około 35 – 40 metrów wynosi około 2,5 metra [6].

Kolejnym niebezpiecznym dla kadłuba przypadkiem jest sytuacja, gdy okręt znajduje się w dolinie fali. Na rysunku 12. przedstawiono rozkład sił wyporu odpowiadający temu wariantowi.



Rys. 12. Rozkład sił wyporu sprowadzonych do węzłów modelu belkowego okrętu znajdującego się w dolinie fali

Ze względu na przegłębienie okrętu na rufę siły wyporu w tej części kadłuba są znacznie większe niż na dziobie. Linie ugięcia kadłuba okrętu dla tego przypadku przedstawiono na rysunku 13.



Rys. 13. Linia ugięcia kadłuba okrętu typu 207M znajdującego się w dolinie fali

Działanie sił i momentów wyporu hydrostatycznego na część dziobową i rufową okrętu spowodowało ugięcie (*sagging*) jego kadłuba. Różnica pomiędzy maksymalnymi wartościami przegięcia i ugięcia wynosi 26 milimetrów. Istotna jest również sama zmiana znaku w wartościach przemieszczeń węzłów modelu belkowego. Ruch okrętu raz w dolinie, a raz na grzbiecie fali powoduje ciągłe odkształcanie jego kadłuba. Wynikające stąd obciążenia mają charakter cykliczny. Działanie takich obciążeń było między innymi powodem złamań źle zaprojektowanych kadłubów jednostek pływających.

Sposób określania wartości momentów gnących okrętu znajdującego się na grzbiecie lub dolinie fali podają instytucje klasyfikacyjne. Według PRS momenty zginające kadłub na fali oblicza się za pomocą wzorów przybliżonych zawierających współczynniki określone z odpowiednim naddatkiem [5]. Obliczony takim sposobem moment zginający nie odzwierciedla faktycznie działających sił. Zaproponowane w artykule rozwiązanie numeryczne jest obarczone mniejszym błędem, gdyż nie zawiera marginesu bezpieczeństwa.

WNIOSKI

W artykule przedstawiono numeryczną metodę wyznaczania linii ugięcia kadłuba okrętowego. Opracowany sposób obliczeń bazuje na metodzie elementów skończonych.

Otrzymane rozwiązanie numeryczne w porównaniu do analitycznego jest obarczone nieznacznym błędem, który może być zredukowany poprzez zastosowanie większej liczby elementów skończonych.

Algorytm sprowadzania sił zewnętrznych do węzłów modelu belkowego okrętu zapewnia dużą dokładność obliczeń dla dowolnego dyskretnego modelu obiektu pływającego.

Przedstawiona metoda obliczeniowa umożliwia określenie linii ugięcia kadłuba okrętu w dowolnym położeniu i dowolnym stanie załadowania. Po pewnych modyfikacjach programu komputerowego możliwe jest przedstawienie zmian linii ugięcia kadłuba w czasie jego ruchu na sfalowanej powierzchni akwenu.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Chmielewski T., Zembaty Z., *Podstawy dynamiki budowli*, Arkady, Warszawa 1998.
- [2] Dacko M., Borkowski W., Dobrociński S., Niezgoda T., Wieczorek M., *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*, Arkady, Warszawa 1994.
- [3] Dokumentacja okrętu typu 207M (wybrane fragmenty).
- [4] Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłoś Z., *Wytrzymałość materiałów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
- [5] Przepisy Klasyfikacji i Budowy Statków, cz. II, Kadłub, PRS, Gdańsk 1996.
- [6] *Zbiór zadań z teorii okrętu*, red. L. Kobyliński, PWN, Warszawa – Poznań – Łódź 1962.

ABSTRACT

The paper presents the method for determining the line of ship's hull. Test computations were carried out for a closed section of a tube and then, after verifying the numerical computation method with the analytical solution, for the ship type 207M. The calculating process described is based on the finite element method. The adopted beam model of ship's hull consists of 20 elements of constant length.

Recenzent dr hab. inż. Jan Michalski, prof. nadzw. AMW