

Waldemar Mironiuk
Adam Pawłędzio
Akademia Marynarki Wojennej

ANALIZA WPLYWU UJEMNEJ WYSOKOŚCI METACENTRYCZNEJ NA POŁOŻENIE PONTONU PROSTOPADŁOŚCIENNEGO

STRESZCZENIE

W pracy rozpatruje się zagadnienie stateczności statycznej i dynamicznej pontonu prostopadłościennego o wymiarach $L \times B \times H$. Analizę zagadnienia przeprowadzono za pomocą napisanego w Instytucie Konstrukcji i Eksploatacji Okrętów programu komputerowego. Krzywa ramion prostujących została opisana trzema analitycznie wyprowadzonymi zależnościami matematycznymi, a następnie scalkowana analitycznie. Punkty podziału krzywej ramion stateczności statycznej występują w chwili wejścia pokładu do wody i wynurzenia się obła.

W pracy szczególny nacisk położono na analizę wpływu wymiarów pontonu prostopadłościennego oraz położenia jego środka ciężkości na charakter krzywej ramion stateczności statycznej i dynamicznej. Dokonano także analizy wpływu ujemnej wysokości metacentrycznej na położenie pontonu prostopadłościennego.

WSTĘP

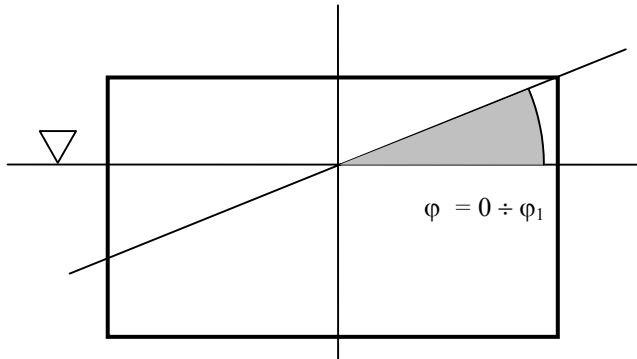
Miarą stateczności początkowej jest wysokość metacentryczna. W dowolnym stanie załadowania jednostki pływającej powinna ona przekraczać minimalną wartość określoną przez wymagania instytucji klasyfikacyjnych. W codziennej eksploatacji mogą wydarzyć się awarie, które doprowadzą do występowania ujemnej wysokości metacentrycznej. Wówczas jednostka będzie mieć przechył na burtę, który mało doświadczona osoba może przypisywać niesymetrycznemu rozkładowi ciężarów.

Analizę wpływu ujemnej wysokości metacentrycznej dokonano na przykładzie modelu barki prostopadłościennej, który znajduje się na wyposażeniu stanowiska do badań stateczności i niezatapialności modeli okrętów. Dla takiego obiektu wykorzystano analitycznie wyprowadzone zależności umożliwiające wykreślenie krzywych ramion prostujących i ramion stateczności dynamicznej.

OBLICZENIA WSPÓLRZĘDNYCH ŚRODKA WYPORU PONTONU PROSTOPADŁOŚCIENNEGO

Znajomość współrzędnych środka wyporu jest niezbędna do wykreślenia krzywej ramion prostujących. Dla pontonu prostopadłościennego stosowne wzory można wyprowadzić analitycznie. Zależności na współrzędne środka wyporu wynikają z kształtu podwodnej części prostopadłościennego kadłuba. Istotne zmiany kształtu podwodzia mają miejsce po wynurzeniu się obła i wejściu pokładu do wody. Dlatego też stosuje się trzy grupy wzorów dla poszczególnych zakresów. Jeżeli oznaczymy kąt wynurzenia obła przez φ_1 , a zanurzenia pokładu przez φ_2 , wówczas wzory na współrzędne środka wyporu przybiorą postać:

1. Etap I: obejmuje zakres kątów od zera do wejścia pokładu do wody lub wynurzenia się obła (φ_1), w zależności od tego, który wariant wystąpi wcześniej [4], [6].



Rys. 1. Pierwszy etap przechyłu pontonu

$$\varphi = 0 \div \varphi_1;$$

$$y_F = FM_0 \operatorname{tg} \varphi; \quad (1)$$

$$z_F = z_0 + \frac{1}{2} FM_0 \operatorname{tg}^2 \varphi, \quad (2)$$

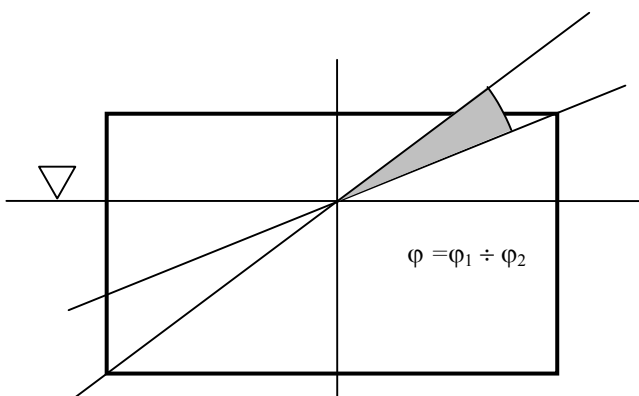
gdzie: y_F, z_F – współrzędne środka wyporu, $z_0 = z_F(0^\circ)$,
 FM_0 – mały promień mtacentryczny dla $\varphi = 0^\circ$.

2. Etap II: obejmuje zakres od wejścia pokładu do wody do wynurzenia się obła lub odwrotnie [4], [6].

$$\varphi = \varphi_1 \div \varphi_2;$$

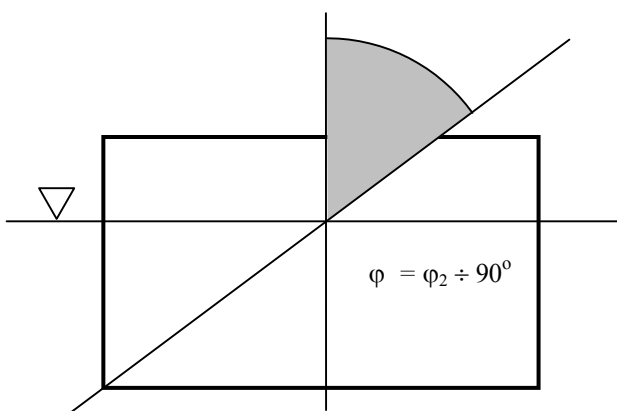
$$y_F = 3FM_0 \operatorname{tg} \varphi_1 - 2FM_0 \operatorname{tg}^2 \varphi_1 \sqrt{\operatorname{ctg} \varphi}; \quad (3)$$

$$z_F = z_0 - \frac{3}{2}FM_0 \operatorname{tg}^2 \varphi_1 + 2FM_0 \operatorname{tg}^2 \varphi_1 \sqrt{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (4)$$



Rys. 2. Drugi etap przechyłu pontonu

3. Etap III: obejmuje zakres od wyjścia obła z wody (lub wejścia pokładu do wody) do 90° [4], [6].



Rys. 3. Trzeci etap przechyłu pontonu

$$\varphi = \varphi_2 \div 90^\circ;$$

$$y_F = 3FM_0 \operatorname{tg}(\varphi_1) - \frac{3}{2}FM_0 \operatorname{tg}(\varphi_1) \sqrt{\frac{\operatorname{tg}\varphi_1}{\operatorname{tg}\varphi_2}} - \frac{1}{2}FM_0 \left(\frac{H}{B}\right)^3 \operatorname{ctg}^2 \varphi; \quad (5)$$

$$z_F = z_0 - \frac{3}{2}FM_0 \operatorname{tg}^2 \varphi_1 + 3FM_0 \operatorname{tg}^2 \varphi_1 \sqrt{\frac{\operatorname{tg}\varphi_2}{\operatorname{tg}\varphi_1}} - FM_0 \left(\frac{H}{B}\right)^3 \operatorname{ctg} \varphi. \quad (6)$$

Wzory (1) – (6) wykorzystuje się do wykreślenia krzywej ramion prostujących, opisanej następującą zależnością [4], [6]:

$$GH(\varphi) = y_F \cos \varphi + (z_F - z_0) \sin \varphi - a \sin \varphi, \quad (7)$$

gdzie: $GH(\varphi)$ – ramię prostujące;

a – odległość środka ciężkości od środka wyporu.

Krzywą ramiona prostujących w trzech etapach przechyłu jednostki pływającej opisują następujące zależności:

– w pierwszym etapie [4], [6]:

$$GH = (GM_o + \frac{1}{2}FM_o \operatorname{tg}^2 \varphi) \sin \varphi; \quad (8)$$

– w drugim etapie [4], [6]:

$$GH = 3FM_o \operatorname{tg} \varphi_1 (\cos \varphi - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi_1 \sin \varphi) - 2\sqrt{2}FM_o \operatorname{tg}^2 \varphi_1 \frac{\cos 2\varphi}{\sqrt{2 \cos \varphi \sin \varphi}} - (z_G - z_F) \sin \varphi; \quad (9)$$

– w trzecim etapie [4], [6]:

$$GH = 6FM_o \frac{T_2}{B} (1 - \frac{T_2}{H}) (\cos \varphi + \frac{H}{B} \sin \varphi) - FM_o (\frac{H}{B})^3 (1 + \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 \varphi) \cos \varphi - (z_G - z_F) \sin \varphi, \quad (10)$$

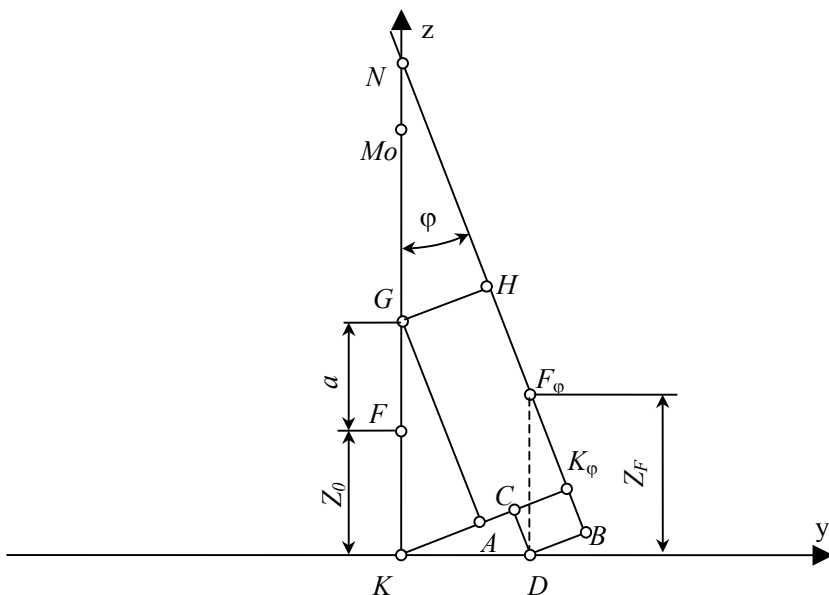
gdzie: $T_2 = \min \begin{cases} T \\ H - T \end{cases}$

WYZNACZANIE KRZYWEJ RAMION STATECZNOŚCI DYNAMICZNEJ PONTONU PROSTOPADŁOŚCIENNEGO

Krzywą ramion stateczności dynamicznej $l_d(\varphi)$ można otrzymać w wyniku scałkowania krzywej ramion prostujących $GH(\varphi)$:

$$l_d = \int_0^{\varphi} GH(\varphi) d\varphi . \quad (11)$$

Przy analitycznym lub numerycznym całkowaniu krzywej GH wykorzystuje się wzory (8) – (10). Jednak do wyznaczenia krzywej ramion stateczności dynamicznej wykorzystano ich fizyczną interpretację. W tym celu na rysunku 4. przedstawiono położenie punktów charakterystycznych wykorzystywanych w obliczaniu krzywej $l_d(\varphi)$. Położenie środka wyporu po przechylenie pontonu do kąta φ oznaczono symbolem F_φ .



Rys. 4. Położenie punktów charakterystycznych

Ponieważ ramię stateczności dynamicznej jest równe pionowemu przemieszczeniu środka ciężkości w stosunku do środka wyporu, dla oznaczeń podanych na rysunku 4. można je określić z równania [2], [5]:

$$l_d = \overline{HF_\varphi} - \overline{GF}. \quad (12)$$

Odcinek \overline{GF} określa wzajemne położenie środka ciężkości i środka wyporu przy zerowym kącie przechyłu. Natomiast odcinek $\overline{HF_\varphi}$ określa przemieszczenie środka ciężkości względem środka wyporu. Zgodnie z rysunkiem 4. może on być przedstawiony w postaci różnicy dwóch odcinków:

$$\overline{HF_\varphi} = \overline{GA} - \overline{F_\varphi K_\varphi}. \quad (13)$$

Odcinek \overline{GA} jest rzutem wysokości środka ciężkości na płaszczyznę symetrii pontonu:

$$\overline{GA} = \overline{KG} \cos\varphi. \quad (14)$$

Długość odcinka $\overline{F_\varphi K_\varphi}$ można wyznaczyć z następującej zależności wynikającej z rysunku 4.:

$$\overline{F_\varphi K_\varphi} = \overline{F_\varphi B} - \overline{K_\varphi B}. \quad (15)$$

Odcinek $\overline{F_\varphi B}$ jest rzutem wysokości środka wyporu na płaszczyznę symetrii pontonu. Zatem:

$$\overline{F_\varphi B} = z_F \cos\varphi. \quad (16)$$

Ponieważ:

$$\begin{aligned} \overline{K_\varphi B} &= \overline{CD} \\ \overline{CD} &= y_F \sin\varphi, \end{aligned}$$

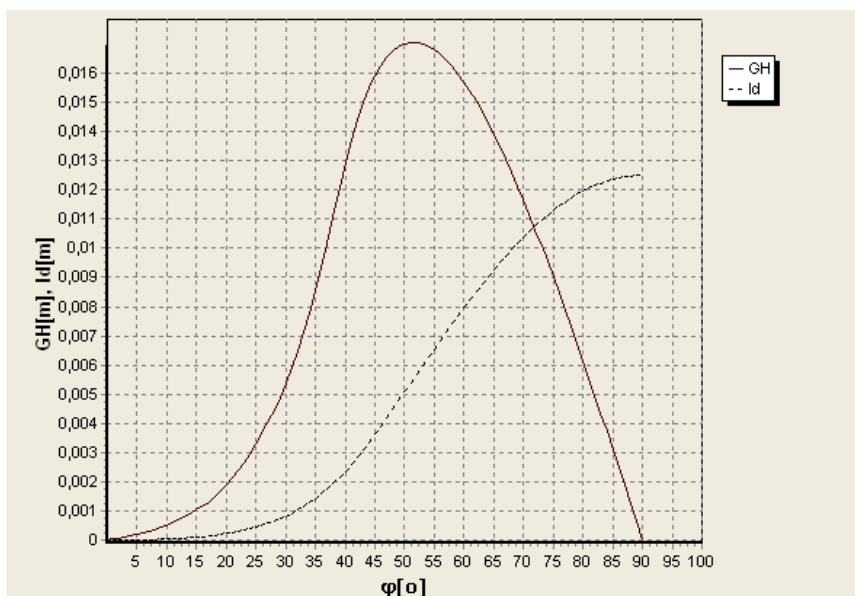
ostatecznie odcinek $\overline{HF_\varphi}$ jest równy:

$$\overline{HF_\varphi} = \overline{KG} \cos\varphi - z_F \cos\varphi + y_F \sin\varphi. \quad (17)$$

W rezultacie ramię stateczności dynamicznej wynosi [5]:

$$l_d = \overline{HF_\varphi} - \overline{GF} = \overline{KG} \cos\varphi - z_F \cos\varphi + y_F \sin\varphi - \overline{GF}. \quad (18)$$

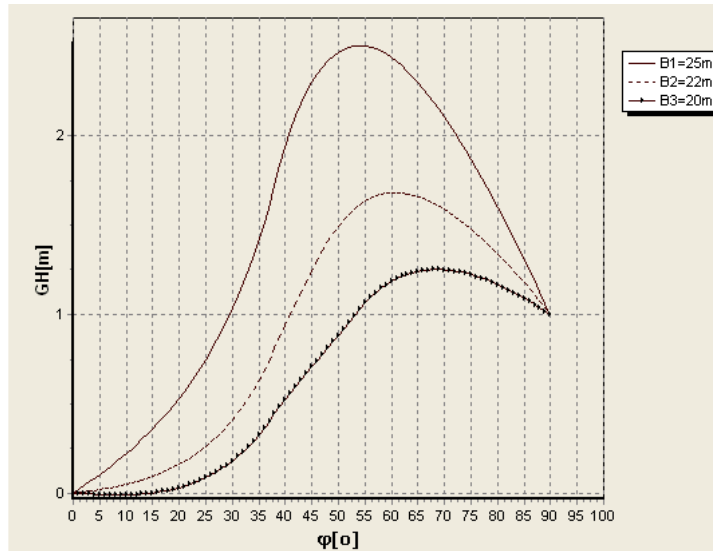
Zależność (18) przyjęto do obliczenia wartości krzywej ramion stateczności dynamicznej. Przebieg zmian krzywej $GH(\varphi)$ i $l_d(\varphi)$ dla modelu pontonu prostopadłościennego o wymiarach $L = 0.6$ m, $B = 0.25$ m, $H = 0.2$ m, zanurzeniu $T = 0,1$ m, $KG = 0,1$ m przedstawiono na rysunku 5.



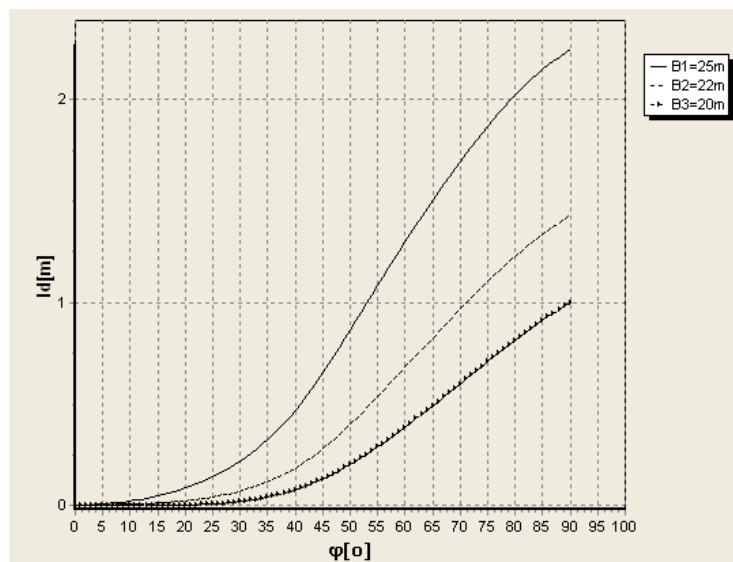
Rys. 5. Krzywe ramion stateczności statycznej i dynamicznej modelu pontonu prostopadłościennego

WPLYW WYMIARÓW PONTONU NA CHARAKTER KRZYWEJ RAMION STATECZNOŚCI DYNAMICZNEJ

Ponton prostopadłościenny jest konstrukcją, dla której w prosty i szybki sposób można wykonać wstępne obliczenia sprawdzające dla jednostki pływającej o podobnych wymiarach. Posługując się narzędziem w postaci programu komputerowego, przeprowadzono analizę zmian szerokości i wysokości bocznej pontonu na przebieg krzywych ramion stateczności statycznej i dynamicznej. Na rysunkach 6. i 7. przedstawiono wyniki obliczeń dla pontonu o wyporności 15 000 t, długości $L = 60$ m, wysokości bocznej $H = 20$ m, zanurzeniu $T_1 = 10$ m, $T_2 = 11.4$ m, $T_3 = 12.5$ m oraz wysokości środka ciężkości 9 m.



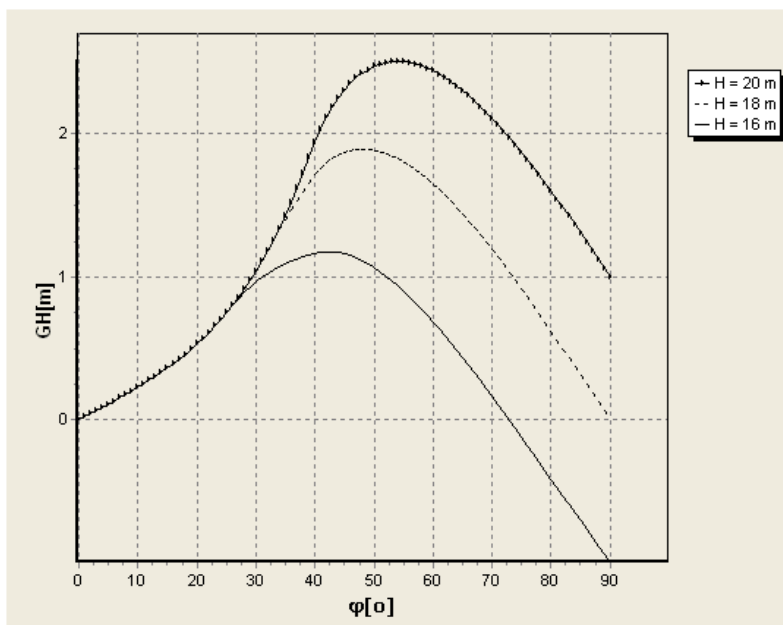
Rys. 6. Wpływ szerokości pontonu na krzywą ramion stateczności statycznej



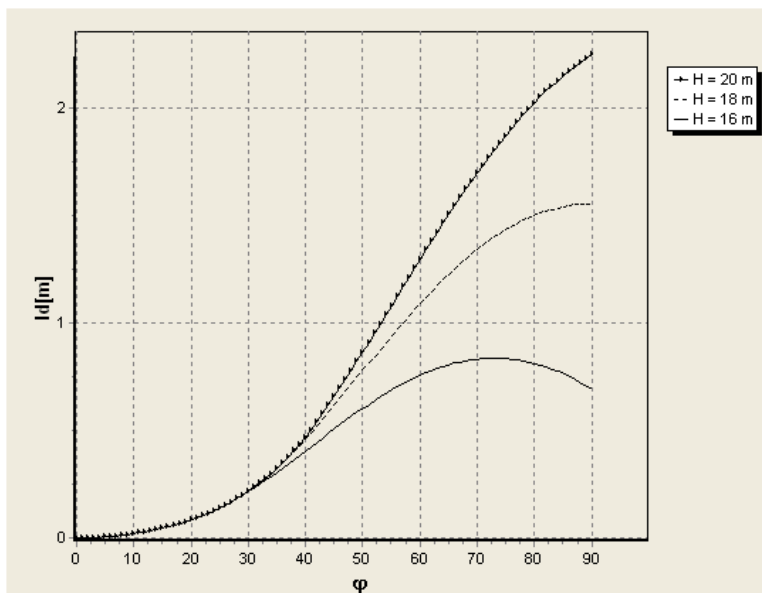
Rys. 7. Wpływ szerokości pontonu na krzywą ramion stateczności dynamicznej

Zmiana szerokości barki prostopadłościowej wywiera znaczny wpływ na ekstremalne wartości ramienia stateczności statycznej i dynamicznej. Program komputerowy wykonuje obliczenia do kąta 90 stopni. Dlatego w niektórych przykładach zakres krzywej ramion prostujących nie jest widoczny. Obliczenia przeprowadzone dla jednostek o innych wymiarach wskazują, że może on się nieznacznie różnić [2].

Wpływ wysokości bocznej na krzywe statecznościowe przedstawiono na rysunkach 8. i 9.



Rys. 8. Wpływ wysokości bocznej pontonu na krzywą ramion stateczności statycznej



Rys. 9. Wpływ wysokości bocznej pontonu na krzywą ramion stateczności dynamicznej

Zmiana wysokości bocznej ma istotny wpływ na zakres krzywych oraz na wartości maksymalne ich ramion [2]. W przykładzie przedstawionym na rysunku 8. 10% zmiana wysokości bocznej powoduje około 25% zmianę ekstremum krzywej $GH(\varphi)$. Zmiana wysokości bocznej nie powoduje zmian przebiegu krzywych dla kątów przechyłu poniżej 25 – 30 stopni. W obliczeniach przyjęto stałą wartość wysokości środka ciężkości.

PRZECHYŁ OKRĘTU WYWOŁANY UJEMNĄ WYSOKOŚCIĄ METACENTRYCZNĄ

Podczas eksploatacji okrętu występują sytuacje, gdy okręt ma stały przechył na burtę. Takie położenie okrętu może być między innymi efektem ujemnej wysokości metacentrycznej. Wówczas krzywe ramion stateczności statycznej i dynamicznej mają wartości ujemne i przecinają oś odciętych w punkcie stałego kąta przechyłu. Okręt wychyli się do kąta, przy którym moment prostujący będzie równy zero. Kąt ten pośrednio zależy od wartości wysokości metacentrycznej.

Ponieważ wartość ramienia prostującego $GH(\varphi)$ przy kącie stałego przechyłu jest równa zero, równanie (8) przyjmuje postać [1], [5]:

$$0 = (GM_o + \frac{1}{2}FM_o \operatorname{tg}^2 \varphi) \sin \varphi .$$

Po przyrównaniu wyrażenia w nawiasie do zera:

$$0 = GM_o + \frac{1}{2}FM_o \operatorname{tg}^2 \varphi$$

szukany kąt przechyłu wyznaczymy z równania:

$$\operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{-2GM_o}{FM_o};$$

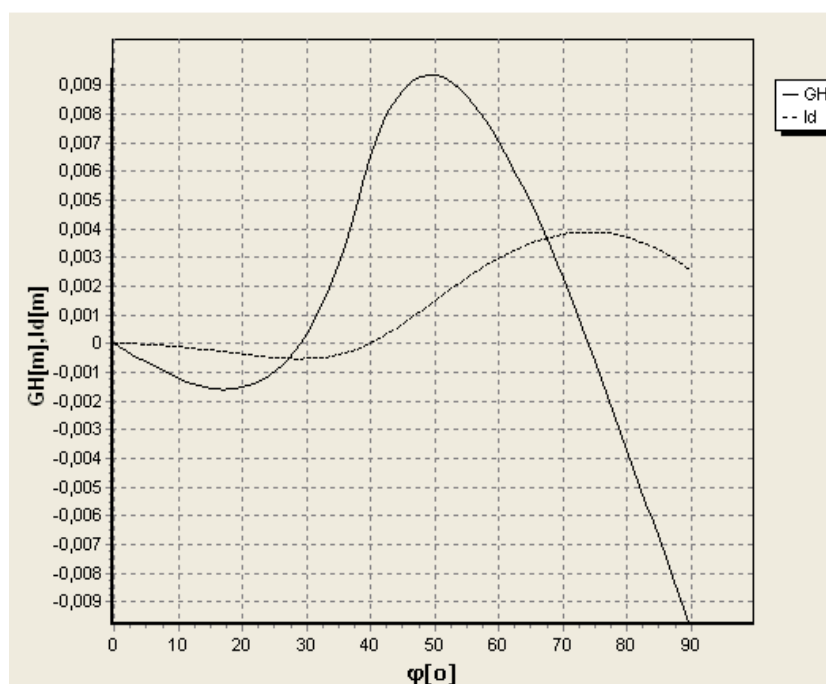
$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{-2GM_o}{FM_o}}. \quad (19)$$

Przebieg zmian GH i l_d dla modelu pontonu o wymiarach $L = 0.6$ m, $B = 0.25$ m, $H = 0.2$ m przedstawiono na rysunku 10. Dla modelu pontonu obliczona wartość początkowej wysokości metacentrycznej i małego promienia metacentrycznego wynosi:

$$FM_o = 0,052 \text{ m};$$

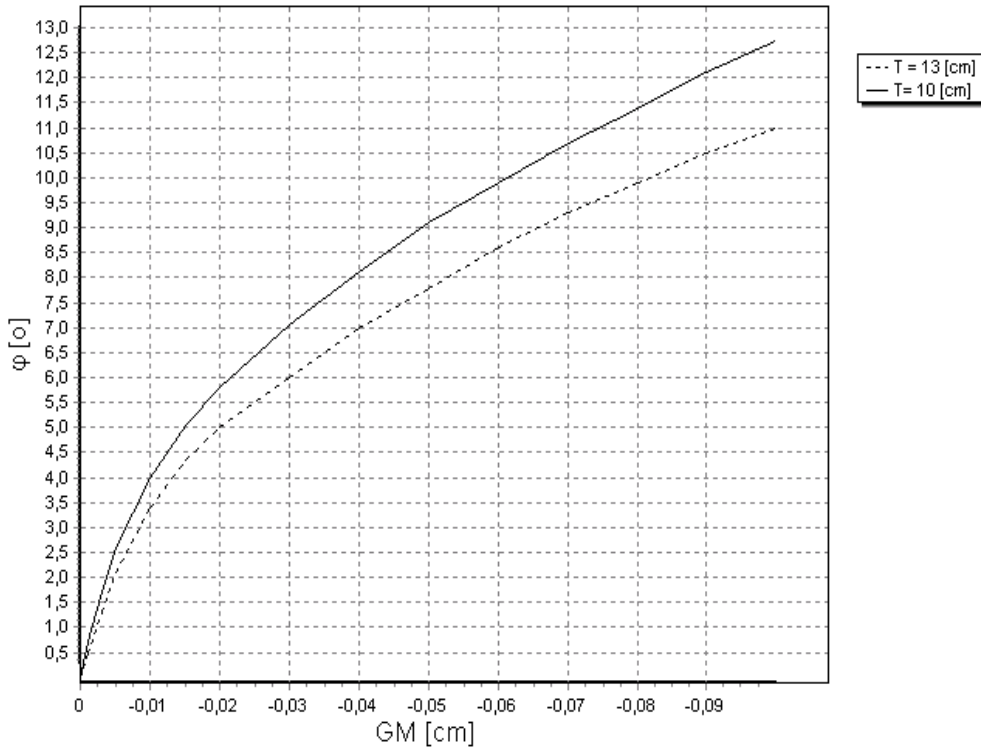
$$GM_o = -0,008 \text{ m}.$$

Kąt przechyłu, powyżej którego moment prostujący będzie przyjmował wartości dodatnie, wyniesie 29° .



Rys. 10. Przebieg krzywych ram stateczności statycznej i dynamicznej przy ujemnej GM

Wykorzystując wzór (19), przeprowadzono obliczenia dla pontonu prostopadłościennego o wymiarach $L = 0.60$ m, $B = 0.25$ m, $H = 0.20$ m dla dwóch wartości zanurzenia. Wyniki obliczeń przeprowadzonych za pomocą wzoru (19) przedstawiono graficznie na rysunku 11.



Rys. 11. Zależność kąta przechyłu okrętu od ujemnej wysokości metacentrycznej

Wpływ ujemnej wartości GM jest zauważalny w postaci kilkustopniowego kąta przechyłu, gdyż krzywa przedstawiająca zależność kąta przechyłu w funkcji ujemnej wartości GM ma charakter funkcji logarytmicznej.

WNIOSKI

Z przeprowadzonej analizy wpływu wymiarów poprzecznych pontonu prostopadłościennego na przebieg krzywych stateczności statycznej i dynamicznej wynika, że wzrost szerokości barki korzystnie wpływa na stateczność pontonu, gdyż powoduje przesunięcie maksimum obydwu krzywych w kierunku większych wartości. Kąt zakresu krzywej ramion prostujących pozostaje niezmienny.

Wysokość boczna pontonu prostopadłościennego ma decydujący wpływ na kąt zakresu krzywej stateczności statycznej. Maksimum krzywych przesuwają się w kierunku większych wartości wraz ze wzrostem wysokości bocznej.

Ujemna wartość wysokości metacentrycznej jest jedną z przyczyn przechyłu okrętu. Z analizy przebiegu zmian kąta przechyłu w zależności od wysokości metacentrycznej wynika, że ma ona charakter funkcji logarytmicznej i już przy nieznacznej wartości ujemnej wysokości metacentrycznej wystąpi kilkustopniowy kąt przechyłu.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Derrett D. R., *Ship Stability for Masters and Mates*, Butterworth – Heine-
mann, Burlington 1999.
- [2] Kabaciński J., *Stateczność i niezatapialność statku*, Wyższa Szkoła Morska,
Szczecin 1995.
- [3] *Kodeks stateczności w stanie nieuszkodzonym dla wszystkich typów statków
objętych dokumentami IMO (Rez. MSC.75(69))*, PRS 2003.
- [4] Mironiuk W., Pawłędzio A., Wróbel R., *Analiza stateczności statycznej pon-
tonu prostopadłościennego o wymiarach $LxBxH$* , „Zeszyty Naukowe” AMW,
2004, nr 3, Gdynia 2004.
- [5] Muru H. P., *Prikladnyje zadaczi plawuczesti i ostojczivosti sudna*, Sudo-
strojenie, Leningrad 1985.
- [6] Pawłowski M., *Teoria okrętu*, cz. I, WSMW Gdynia 1982.

ABSTRACT

The paper raises the issue of the dynamic and static stability of a rectangular pontoon, of dimensions $LxBxH$. A computer program developed in the Naval University of Gdynia was employed to conduct the analysis. The characteristic of righting levers was described with three analytically derived mathematical dependences, and then it was analytically integrated. The points of division of the stability curve occur when the deck immerses and the bilge emerges.

The main stress was put on the analysis of the effect of pontoon dimensions on the static and dynamic stability and the effect of negative metacnetric height on the position of the rectangular pontoon.

Recenzent prof. dr hab. inż. Lech Kobyliński