

**Józef Gacek**  
**Leszek Baranowski**  
**Wojskowa Akademia Techniczna**

**ANALIZA WPLYWU  
UPROSZCZENIA MODELU MATEMATYCZNEGO  
NA PARAMETRY  
PROCESU SAMONAPROWADZANIA  
RAKIETY PRZECIWLOTNICZEJ  
STEROWANEJ JEDNOKANAŁOWO**

**STRESZCZENIE**

W pracy podjęto próbę dokonania analizy wpływu uproszczeń modelowych na symulację procesu samonaprowadzania (dokładność i czas trwania obliczeń) na przykładzie raket przeciwlotniczych sterowanych jednokanałowo. Uzyskano komputerowe wyniki obliczeń w oparciu o dwa — o różnym stopniu uproszczenia — modele matematyczne lotu rakiety 9M39 z przenośnego zestawu przeciwlotniczego *Igła* (9K38). Wyniki i wnioski z przeprowadzonych badań numerycznych zilustrowano rysunkami i wykresami.

Słowa kluczowe:

technika raketowa, samonaprowadzanie, dynamika lotu.

**WSTĘP**

Na współczesnym polu walki środki napadu powietrznego charakteryzują się coraz większą dynamiką (samoloty osiągają duże prędkości maksymalne i odznaczają się dużą manewrowością). Aby zwiększyć skuteczność zwalczania takich celów powietrznych zestawy obrony przeciwlotniczej wyposażane są w automatyczne systemy kierowania ogniem. Poprawność działania tych systemów w znacznej mierze zależy od szybkości i dokładności określenia optymalnej chwili otwarcia ognia po wejściu samolotu w strefę startu przeciwlotniczego zestawu raketowego. Precyzyjne

wyznaczenie granic strefy startu do śledzonego manewrującego celu powietrznego jest możliwe przy wykorzystaniu symulacji numerycznej procesu samonaprowadzania rakiety na cel. Podstawowe znaczenie ma tutaj czas trwania obliczeń. Należy opracować taki model symulacyjny, który odtwarza parametry lotu rakiety z wystarczającą z punktu widzenia praktyki dokładnością, a jednocześnie pozwala uzyskać rozwiązanie w czasie jak najkrótszym.

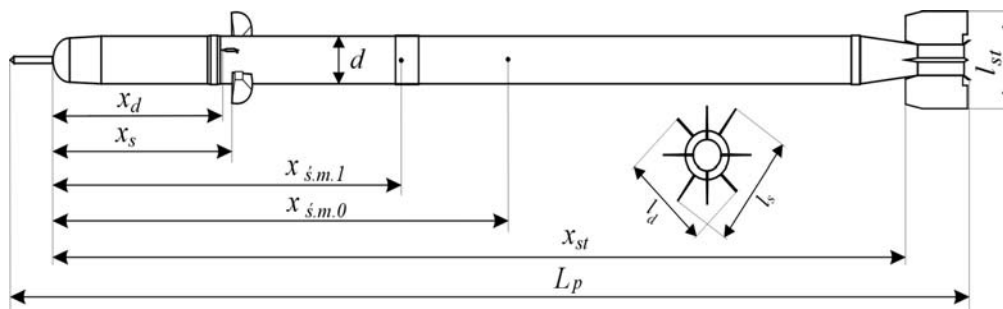
## MODEL FIZYCZNY PRZECIWLOTNICZEJ RAKIETY TESTOWEJ

Badania wpływu uproszczeń modelowych na dokładność i czas trwania obliczeń przeprowadzono na przykładzie rakiety 9M39 z zestawu *Igla*. Pod względem aerodynamicznym rakieta ta jest typową „kaczką”, tzn. stery usytuowane są przed statecznikami. Jest to rakieta wirująca, sterowana jednokanałowo aerodynamicznymi sterami przerzutowymi według metody proporcjonalnej nawigacji. Na początkowym odcinku lotu sterowanie aerodynamiczne wspomagane jest gazo-dynamicznie poprzez działanie prochowego silnika sterującego (PSS). Poprawę dynamiki naprowadzania realizuje układ logiczny wypracowujący zaraz po starcie dodatkową komendę zwrotu rakiety w wyliczony punkt spotkania pocisku z celem, a także elektroniczny przełącznik wariantów naprowadzania „pogoń-spotkanie”.

Przy opracowaniu modelu fizycznego rakiety 9M39 *Igla* od momentu opuszczenia wyrzutni (ruchu rakiety w wyrzutni nie modelowano) uwzględniono wszystkie zjawiska, które mają lub mogą mieć istotny wpływ na dynamikę procesu samonaprowadzania rakiet sterowanych jednokanałowo, a w szczególności:

- niestacjonarność charakterystyk masowo-bezwładnościowych rakiety;
- nieliniowości związane z dynamiką samej rakiety, jak również z charakterystykami elementów jej systemu sterowania;
- nieciągłości powstałe przy włączaniu i wyłączaniu silnika raketowego;
- możliwości manewru przestrzennego celu powietrznego;
- naddźwiękową aerodynamikę;
- zmienność warunków atmosferycznych.

W oparciu o dane literaturowe [7], [8] oraz internetowe [9], [10], [11] opracowano schemat aerodynamiczny rakiety 9M39 (rys. 1.) i podstawowe charakterystyki geometryczne — niezbędne do wyznaczenia charakterystyk masowo-bezwładnościowych i aerodynamicznych.



Rys. 1. Schemat aerodynamiczny modelu fizycznego rakiety 9M39 *Igła*

Wartości liczbowe charakterystyk geometrycznych rakiety (przedstawionych na rys. 1.) zestawiono poniżej:

- $L_p$  — długość pocisku raketowego = 1,5811 m;
- $d$  — średnica pocisku raketowego = 0,072 m;
- $x_d$  — współrzędna krawędzi natarcia destabilizatorów = 0,271 m;
- $x_s$  — współrzędna krawędzi natarcia sterów = 0,295 m;
- $x_{st}$  — współrzędna krawędzi natarcia stateczników = 1,409 m;
- $l_d$  — rozpiętość destabilizatorów = 0,142 m;
- $l_s$  — rozpiętość sterów = 0,166 m;
- $l_{st}$  — rozpiętość stateczników = 0,145 m.

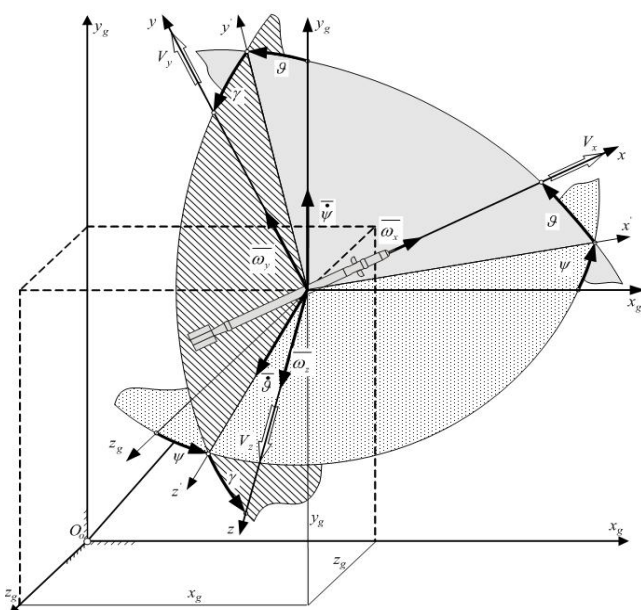
Wartości liczbowe charakterystyk masowo-bezwładnościowych rakiety w dwóch charakterystycznych chwilach (w chwili opuszczania wyrzutni oraz po wypaleniu się paliwa) zestawiono poniżej:

- $m_0$  — początkowa masa rakiety = 10,217 kg;
- $m_1$  — masa rakiety po wypaleniu się paliwa = 5,55 kg;
- $x_{s.m.0}$  — początkowe położenie środka masy rakiety = 0,750 m;
- $x_{s.m.1}$  — położenie środka masy rakiety po wypaleniu się paliwa = 0,574 m;
- $I_{x0}$  — początkowy moment bezwładności rakiety względem osi  $x$  = 0,00719 kgm<sup>2</sup>;
- $I_{x1}$  — moment bezwładności rakiety względem osi  $x$  po wypaleniu się paliwa = 0,00464 kgm<sup>2</sup>;
- $I_{y0} = I_{z0}$  — początkowy moment bezwładności rakiety względem osi poprzecznych = 1,6736 kgm<sup>2</sup>;
- $I_{y1} = I_{z1}$  — moment bezwładności rakiety względem osi poprzecznych po wypaleniu się paliwa = 1,0212 kgm<sup>2</sup>.

**MODEL MATEMATYCZNY PROCESU SAMONAPROWADZANIA  
RAKIETY STEROWANEJ JEDNOKANAŁOWO (M1)**

Przy wyprowadzaniu modelu matematycznego procesu samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej 9M39 traktowanej jako wirująca bryła sztywna sterowana jednokanałowo za pomocą sterów przerzutowych wykorzystano twierdzenie o zmianie pędu i krętu [5], [6] oraz układy odniesienia przedstawione na rysunku 2.

Położenie rakiety względem układu ziemskiego  $0x_g y_g z_g$  opisują trzy kąty Bryanta (zwane także kątami lotniczymi):  $\psi$  — kąt odchylenia,  $\vartheta$  — kąt pochylenia i  $\gamma$  — kąt przechylenia rakiety. Przyjęto, że napęd sterów oraz miernik prędkości kątowej są członami bezinercyjnymi, natomiast głowica samonaprowadzania pracuje idealnie, formując bezbłędnie sygnał sterujący  $U_n$ , z uwzględnieniem ograniczeń konstrukcyjnych możliwości śledzenia celu przez głowicę.



Rys. 2. Orientacja układu związanego  $0xyz$  względem układu ziemskiego  $0x_g y_g z_g$

Macierz transformacji **A** z układu ziemskiego  $0x_g y_g z_g$  do układu związanego  $0xyz$  ma następujące elementy:

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \cos(\psi) \cos(\vartheta) ; \\
 a_{12} &= \sin(\vartheta) ; \\
 a_{13} &= -\sin(\psi) \cos(\vartheta) ; \\
 a_{21} &= \sin(\psi) \sin(\gamma) - \cos(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\gamma) ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{22} &= \cos(\vartheta) \cos(\gamma) ; \\ a_{23} &= \cos(\psi) \sin(\gamma) + \sin(\psi) \sin(\vartheta) \cos(\gamma) ; \\ a_{31} &= \sin(\psi) \cos(\gamma) + \cos(\psi) \sin(\vartheta) \sin(\gamma) ; \\ a_{32} &= -\cos(\vartheta) \sin(\gamma) ; \\ a_{33} &= \cos(\psi) \cos(\gamma) - \sin(\psi) \sin(\vartheta) \sin(\gamma) . \end{aligned}$$

Wektorowe równania ruchu rozpatrywanej rakiety w układzie związanym  $Oxyz$  poruszającą się z rakieta można na podstawie [1] wyrazić następująco:

$$m \left( \frac{\delta \mathbf{V}_K}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_K \right) = \mathbf{R}^A + \mathbf{Q} + \mathbf{F} + \mathbf{F}_s ; \quad (1)$$

$$\frac{\delta \mathbf{K}_O}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{K}_O = \mathbf{M}_O^{\mathbf{R}^A} + \mathbf{M}_O^{\mathbf{F}_s} , \quad (2)$$

gdzie:

- $\mathbf{V}_K = [V_x, V_y, V_z]$  — prędkość postępową rakiety i jej składowe w układzie  $Oxyz$ ;
- $\mathbf{W} = [W_x, W_y, W_z]$  — wektor prędkości wiatru i jego składowe w układzie  $Oxyz$ ;
- $\boldsymbol{\Omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]$  — prędkość kątową rakiety i jej składowe w układzie  $Oxyz$ ;
- $\mathbf{K}_O$  — moment pędu (kręt) rakiety względem początku układu  $Oxyz$ ;
- $\mathbf{R}^A = [X^A, Y^A, Z^A]$  — wektor sił aerodynamicznych działających na rakieta i jego składowe w układzie  $Oxyz$  (siła osiowa, normalna i poprzeczna);
- $\mathbf{Q} = [0, -mg, 0]$  — wektor siły ciężkości i jego składowe w układzie  $Ox_gy_gz_g$ ;
- $\mathbf{F} = [F, 0, 0]$  — ciąg silnika raketowego i jego składowe w układzie  $Oxyz$ ;
- $\mathbf{F}_s = [0, F_s, 0]$  — wektor gazodynamicznej wspomagającej siły sterującej  $Oxyz$ ;
- $\mathbf{M}_O^{\mathbf{F}_s} = [0, 0, F_s(x_{sm} - x_{sps}) \text{sign}(\delta_s)]$  — moment siły sterującej w układzie  $Oxyz$ ;
- $\mathbf{M}_O^{\mathbf{R}^A} = [M_x, M_y, M_z]$  — moment układu sił aerodynamicznych działających na rakieta w locie i jego składowe w układzie  $Oxyz$  (moment przechylający, odchylający i pochylający).

Składowe wypadkowej siły aerodynamicznej  $\mathbf{R}^A$  oraz momentu aerodynamicznego  $\mathbf{M}_O^{\mathbf{R}^A}$  w układzie związanym  $Oxyz$  można wyrazić następująco:

$$\begin{aligned} X^A &= C_x^A \frac{\rho V^2}{2} S ; & Y^A &= C_y^A \frac{\rho V^2}{2} S ; & Z^A &= C_z^A \frac{\rho V^2}{2} S ; \\ M_x &= m_x \frac{\rho V^2}{2} Sl ; & M_y &= m_y \frac{\rho V^2}{2} Sl ; & M_z &= m_z \frac{\rho V^2}{2} Sl ; \end{aligned}$$

$$C_X^A(Ma, Re, \alpha_p) = [C_{x0}(Ma, Re) + C_x(Ma, \alpha_p)];$$

$$C_Y^A(Ma, \alpha_p, \mu_a) = [C_{yst}(Ma, \alpha_p) + C_{yk}(Ma, \alpha_p) + C_{ys}(Ma, \alpha_p)] \cos \mu_a;$$

$$C_Y^A(Ma, \alpha_p, \mu_a, \delta_s) = C_Y^A(Ma, \alpha_p, \mu_a) + C_{ys}(Ma, \delta_s);$$

$$C_Z^A(Ma, \alpha_p, \mu_a) = -[C_{zst}(Ma, \alpha_p) + C_{zk}(Ma, \alpha_p) + C_{zd}(Ma, \alpha_p)] \sin \mu_a;$$

$$m_x(Ma, \alpha_p, \bar{\omega}_x) = m_{x0}(Ma, \alpha_p) + m_{x\omega_x}(Ma) \bar{\omega}_x;$$

$$m_y(Ma, \alpha_p, \mu_a, \bar{\omega}_y) = C_Z^A(Ma, \alpha_p, \mu_a) \frac{x_{sm} - x_{spxy}}{l} + m_{y\omega_y}(Ma) \bar{\omega}_y;$$

$$m_z(Ma, \alpha_p, \mu_a, \delta_s, \bar{\omega}_z) = C_Y^A(Ma, \alpha_p, \mu_a) \frac{x_{sm} - x_{spxz}}{l} + C_{ys}(Ma, \delta_s) \frac{x_{sm} - x_{sps}}{l} + m_{z\omega_z}(Ma) \bar{\omega}_z,$$

gdzie:

$C_{zk}(Ma, \alpha_p)$ ,  $C_{yk}(Ma, \alpha_p)$  — współczynniki siły poprzecznej i normalnej kadłuba;

$C_{zst}(Ma, \alpha_p)$ ,  $C_{yst}(Ma, \alpha_p)$  — współczynniki siły poprzecznej i normalnej stateczników;

$C_{zd}(Ma, \alpha_p)$  — współczynnik siły poprzecznej destabilizatorów;

$C_{ys}(Ma, \alpha_p)$  — współczynnik siły normalnej sterów ze względu na kąt  $\alpha_p$ ;

$C_{ys}(Ma, \delta_s)$  — współczynnik siły normalnej sterów ze względu na kąt  $\delta_s$ ;

$x_{smz}$ ,  $x_{spxy}$  — współrzędne środka parcia rakiety w płaszczyźnie  $Oxz$  i  $Oxy$ ;

$x_{sps}$  — współrzędna środka parcia sterów;

$x_s$  — współrzędna przyłożenia sterującej siły gazodynamicznej;

$\delta_s$  — kąt wychylenia sterów;

$\alpha_p$  — przestrzenny kąt natarcia określony jako kąt zawarty między wektorem prędkości rakiety względem powietrza  $\mathbf{V}$  a osią podłużną rakiety;

$\mu_a$  — aerodynamiczny kąt przechylenia określony jako kąt zawarty między płaszczyzną sterów a płaszczyzną przechodzącą przez wektor  $\mathbf{V}$  i oś podłużną rakiety;

$V$  — prędkość rakiety względem powietrza.

Pełny model matematyczny procesu samonaprowadzania stanowią następujące grypy równań:

— dynamiczne równania ruchu postępowego rakiety

$$\frac{dV_x}{dt} = \omega_z V_y - \omega_y V_z + (-X^A - mg \sin(\vartheta) + F) / m, \quad (3)$$

$$\frac{dV_y}{dt} = \omega_x V_z - \omega_z V_x + (Y^A - mg \cos(\vartheta) \cos(\gamma) + F_s) / m, \quad (4)$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \omega_y V_x - \omega_x V_y + (Z^A + mg \cos(\vartheta) \sin(\gamma)) / m; \quad (5)$$

— kinematyczne równania ruchu postępowego rakiety

$$\frac{dx_g}{dt} = a_{11}V_x + a_{21}V_y + a_{31}V_z, \quad (6)$$

$$\frac{dy_g}{dt} = a_{12}V_x + a_{22}V_y + a_{32}V_z, \quad (7)$$

$$\frac{dz_g}{dt} = a_{13}V_x + a_{23}V_y + a_{33}V_z; \quad (8)$$

— dynamiczne równania ruchu dookoła środka masy

$$\frac{d\omega_x}{dt} = M_x / I_x, \quad (9)$$

$$\frac{d\omega_y}{dt} = (M_y + (I_z - I_x)\omega_x\omega_z) / I_y, \quad (10)$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = (M_z + F_s(x_{sm} - x_{sps})\text{sign}(\delta_s) + (I_x - I_y)\omega_x\omega_y) / I_z; \quad (11)$$

— kinematyczne równania ruchu dookoła środka masy

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - tg\vartheta(\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \quad (12)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma, \quad (13)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) / \cos \vartheta; \quad (14)$$

— równania uzupełniające na kąt  $\alpha_p$  i  $\mu_a$

$$\alpha_p = \arcsin \sqrt{\frac{(V_y - W_y)^2 + (V_z - W_z)^2}{(V_x - W_x)^2 + (V_y - W_y)^2 + (V_z - W_z)^2}}, \quad (15)$$

$$\mu_a = \arcsin \frac{(V_z - W_z)}{\sqrt{(V_y - W_y)^2 + (V_z - W_z)^2}}; \quad (16)$$

— równania układu sterowania jednokanałowego:

$$\delta_s = \begin{cases} +\delta_{\max} & \text{dla } U_n + U_l - U_{st} \geq 0 \\ -\delta_{\max} & \text{dla } U_n + U_l - U_{st} < 0 \end{cases}, \quad (17)$$

$$U_n = A_n \sin(\gamma - \varphi_n), \quad U_{st} = A_{st} \sin(\gamma - \varphi_{st}), \quad U_l = A_l \sin(\omega_l t),$$

$$A_n = k_n \sqrt{\dot{v}^2 + \dot{\varepsilon}^2}, \quad A_{st} = k_{st} \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\vartheta}^2}, \quad A_l = \frac{1}{2} A_{n\max},$$

$$\varphi_n = \arcsin\left(\dot{v} / \sqrt{\dot{v}^2 + \dot{\varepsilon}^2}\right), \quad \varphi_{st} = \arcsin\left(\dot{\psi} / \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\vartheta}^2}\right),$$

gdzie:

- $U_n, U_l, U_{st}$  — odpowiednio: sygnał naprowadzania, linearyzacji i stabilizacji;
- $A_n, A_l, A_{st}$  — odpowiednio: amplituda sygnału naprowadzania, linearyzacji i stabilizacji;
- $\varphi_n, \varphi_{st}$  — odpowiednio: faza sygnału naprowadzania i stabilizacji;
- $k_n, k_{st}$  — współczynniki wzmocnienia sygnału naprowadzania i stabilizacji;
- $\omega_l$  — częstość sygnału linearyzacji;
- $v, \varepsilon$  — kąt pochylenia i odchylenia linii obserwacji celu.

### UPROSZCZONY MODEL MATEMATYCZNY PROCESU SAMONAPROWADZANIA RAKIETY STEROWANEJ JEDNOKANAŁOWO (M2)

Uproszczenie modelu matematycznego procesu samonaprowadzania rakiety sterowanej jednokanałowo, mające na celu przyspieszenie procesu obliczeń, polega na zastąpieniu sterowania jednokanałowego ekwiwalentnym systemem sterowania w dwóch płaszczyznach za pomocą odpowiednich współczynników komendy  $K_1$  i  $K_2$ , co umożliwi przyjęcie założenia, że rakieta jest bryłą sztywną niewirującą dookoła osi podłużnej ( $\omega_x = 0$ ). Konsekwencją zastosowanych uproszczeń modelowych są opisane poniżej zmiany w równaniach modelu matematycznego procesu samonaprowadzania.

Współczynniki sił i momentów aerodynamicznych wyznaczamy z zależności:

$$C_X^A(Ma, Re, \alpha_p) = [C_{x0}(Ma, Re) + C_x(Ma, \alpha_p)];$$



$$C_Y^A(Ma, \alpha_p, \mu_a) = [C_{yst} + C_{yk} + 0.5(C_{ys} + C_{yd})] \cos \mu_a + 0.6 \cdot K_1 \cdot C_{ys};$$

$$C_Z^A(Ma, \alpha_p, \mu_a) = -[C_{yst} + C_{yk} + 0.5(C_{ys} + C_{yd})] \sin \mu_a + 0.6 \cdot K_2 \cdot C_{ys};$$

$$m_y(Ma, \alpha_p, \mu_a, \bar{\omega}_y) = -C_Z^A(Ma, \alpha_p, \mu_a) \frac{x_{sm} - x_{sp}}{l} + 0.6 K_2 C_{ys} \frac{x_{sm} - x_{sps}}{l} + m_{y\omega_y}(Ma) \bar{\omega}_y,$$

$$m_z(Ma, \alpha_p, \mu_a, \delta_s, \bar{\omega}_z) = C_Y^A(Ma, \alpha_p, \mu_a) \frac{x_{sm} - x_{sp}}{l} + 0.6 K_1 C_{ys} \frac{x_{sm} - x_{sps}}{l} + m_{z\omega_z}(Ma) \bar{\omega}_z,$$

gdzie  $x_{sp}$  — współrzędna środka parcia rakiety.

Dynamiczne równania ruchu postępowego rakiety przyjmują postać:

$$\frac{dV_x}{dt} = \omega_z V_y - \omega_y V_z + (-X^A - mg \sin \vartheta + F) / m; \quad (18)$$

$$\frac{dV_y}{dt} = -\omega_z V_x + (Y^A - mg \cos \vartheta \cos \gamma + 0.637 \cdot K_1 \cdot F_s) / m; \quad (19)$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \omega_y V_x + (Z^A - mg \cos \vartheta \sin \gamma + 0.637 \cdot K_2 \cdot F_s) / m. \quad (20)$$

Dynamiczne równania ruchu dookoła środka masy rakiety upraszczają się do postaci:

$$\frac{d\omega_y}{dt} = (M_y + 0.637 \cdot K_2 \cdot F_s \cdot (x_{sm} - x_{sps})) / I_y; \quad (21)$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = (M_z + 0.637 \cdot K_1 \cdot F_s \cdot (x_{sm} - x_{sps})) / I_z. \quad (22)$$

Pracę układu sterowania rakiety można zamodelować układem równań zawierającym:

— równania opisujące pracę głowicy samonaprowadzania (GSN)

$$U_{n1} = Q(v - E_1); \quad (23)$$

$$U_{n2} = Q(\varepsilon - E_2); \quad (24)$$

$$\frac{dE_1}{dt} = U_{n1}; \quad (25)$$

$$\frac{dE_2}{dt} = U_{n2}, \quad (26)$$

gdzie:

$Q$  — dobroć GSN;

$U_{n1}, U_{n2}$  — sygnały sterowania;

— równania opisujące pracę układu stabilizacji w oparciu o pomierzone prędkości kątowe rakiety

$$\begin{aligned} U_{st1} &= -k_{st} \dot{\vartheta} \\ U_{st2} &= -k_{st} \dot{\psi} \end{aligned} \quad (27)$$

gdzie  $k_{st}$  — współczynnik wzmocnienia układu stabilizacji;

— równania opisujące pracę bloku formowania sygnału komendy  $K_1$  i  $K_2$

$$K'_1 = k_n U_{n1} + U_{st1}; \quad (28)$$

$$K'_2 = k_n U_{n2} + U_{st2}; \quad (29)$$

$$K' = \sqrt{K'^2_1 + K'^2_2}; \quad (30)$$

$$K = \begin{cases} K' & \text{if } K' \leq 1 \\ 1 & \text{if } K' > 1 \end{cases}; \quad (31)$$

$$K_1 = K'_1 \cdot K / K'; \quad (32)$$

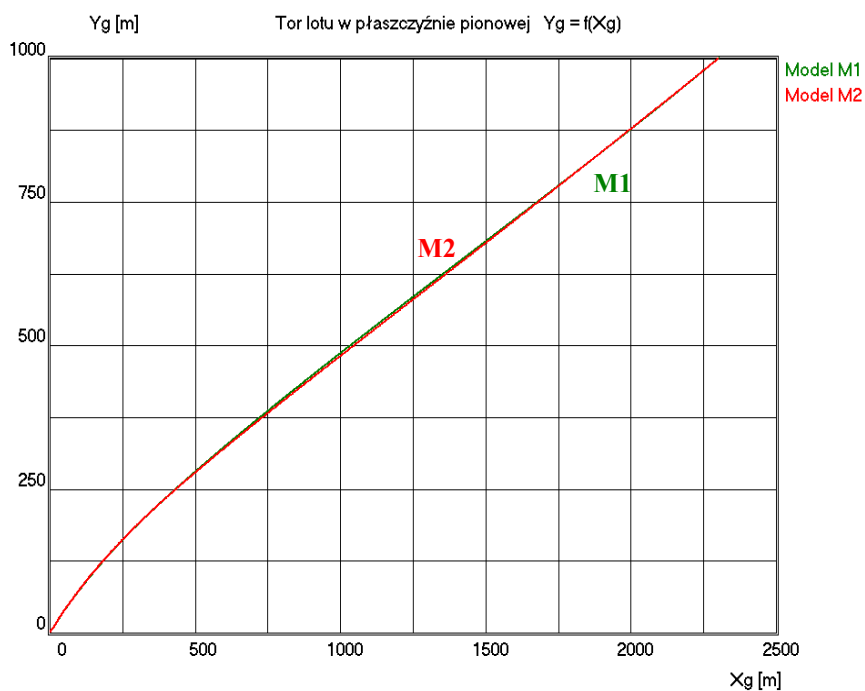
$$K_2 = K'_2 \cdot K / K'; \quad (33)$$

gdzie  $k_n$  — współczynnik wzmocnienia na spotkanie lub w pościg.

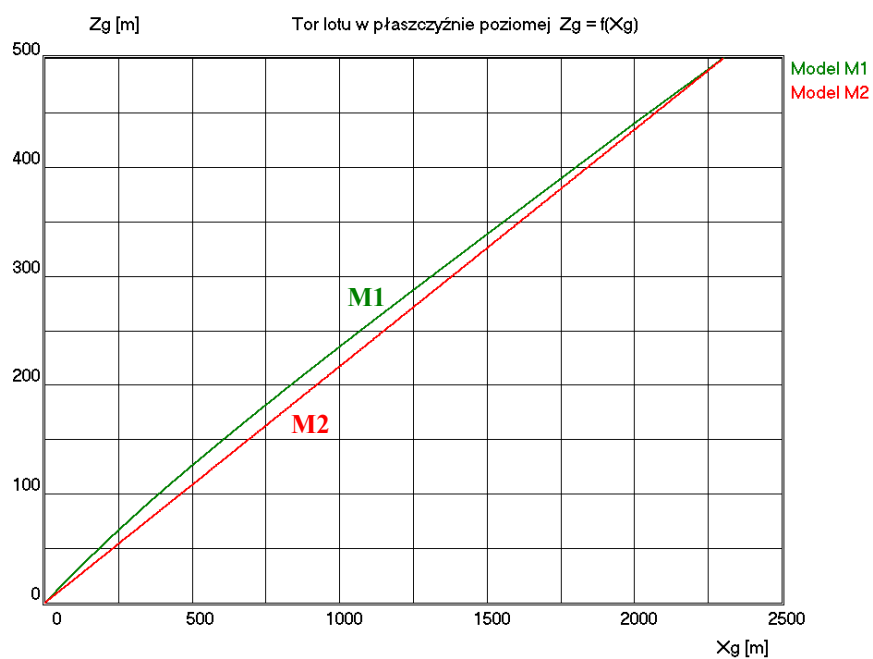
## WYNIKI PRZEPROWADZONYCH OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Dla porównania obu modeli matematycznych przeprowadzono obliczenia numeryczne procesu samonaprowadzania dla wielu wariantów lotu celu z obszaru strefy startu. Przykładowe wyniki obliczeń parametrów lotu rakiety, dla dwóch wariantów ruchu celu, przedstawiono na rysunkach.

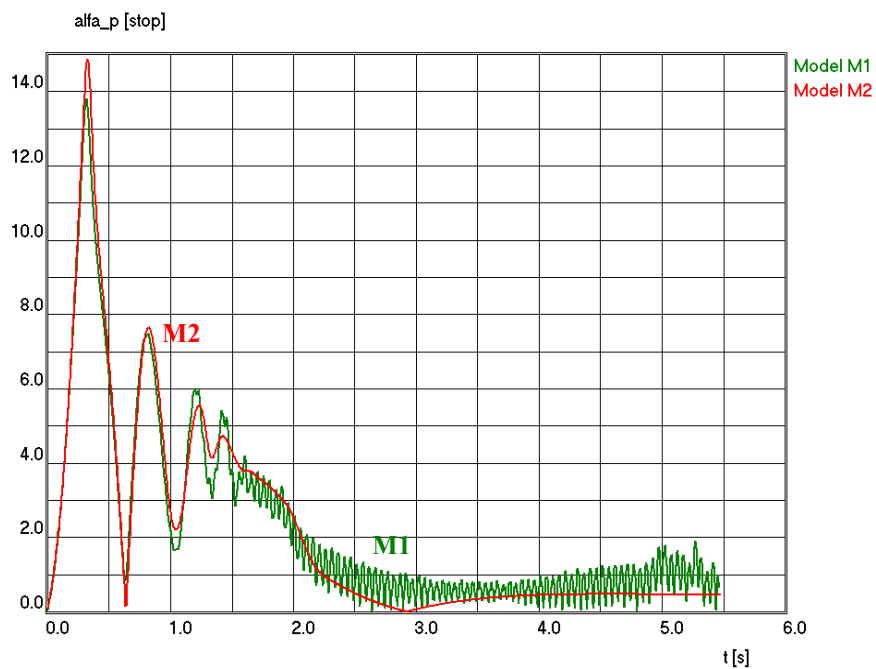
Na rysunkach 3–6 pokazano naprowadzanie rakiety do celu nieruchomego, a na kolejnych rysunkach 7–10 naprowadzanie z przedniej półsfery do celu ruchomego  $V_c = 200$  m/s.



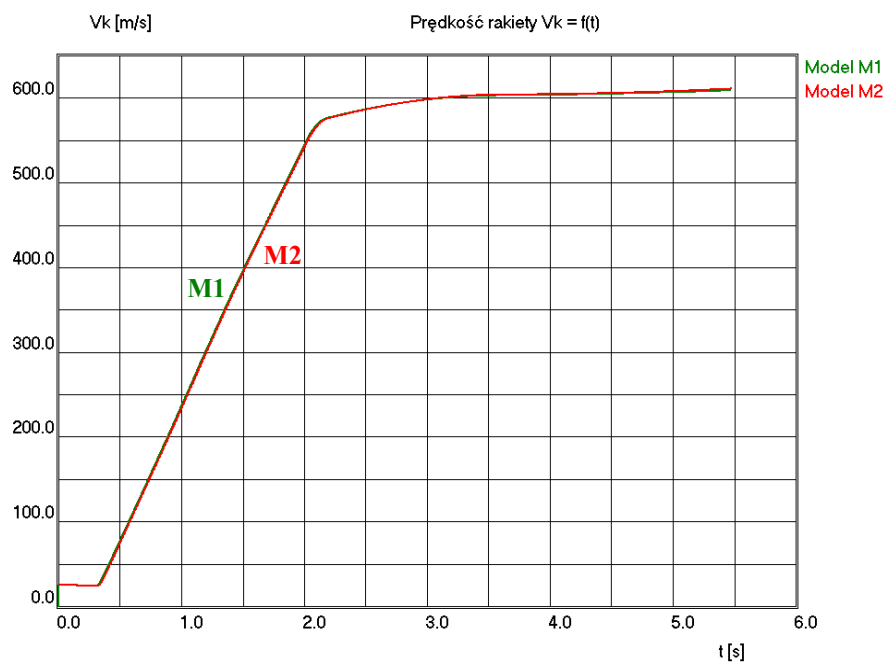
Rys. 3. Tor lotu rakiety w płaszczyźnie pionowej (cel nieruchomy)



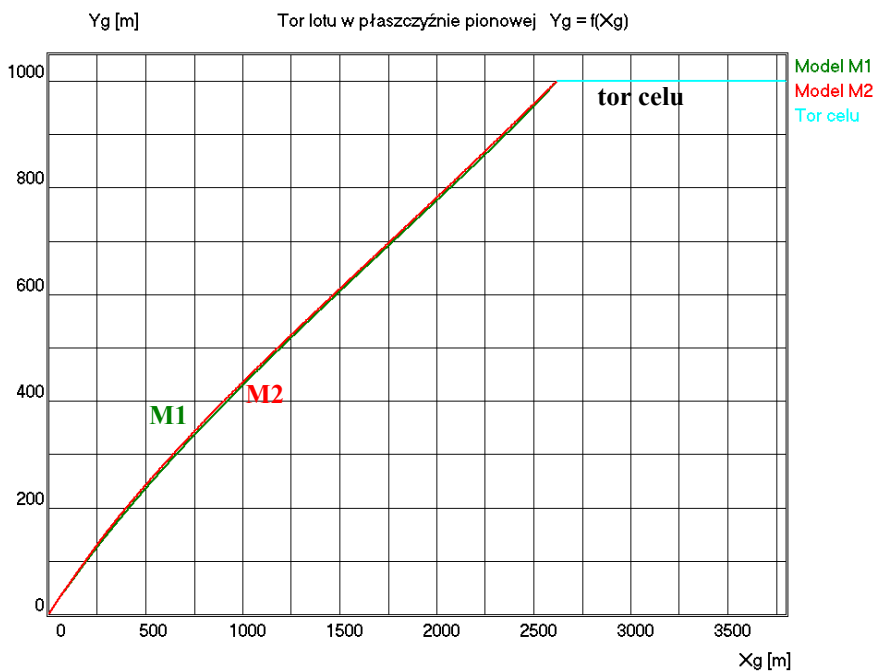
Rys. 4. Tor lotu rakiety w płaszczyźnie poziomej (cel nieruchomy)



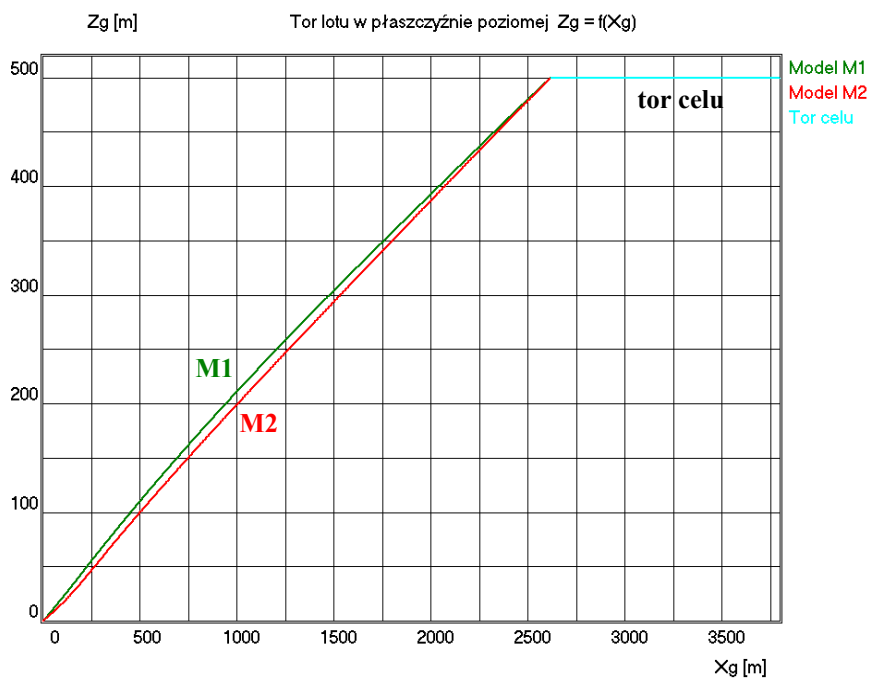
Rys. 5. Przestrzenny kąt natarcia  $\alpha_p$  (cel nieruchomy)



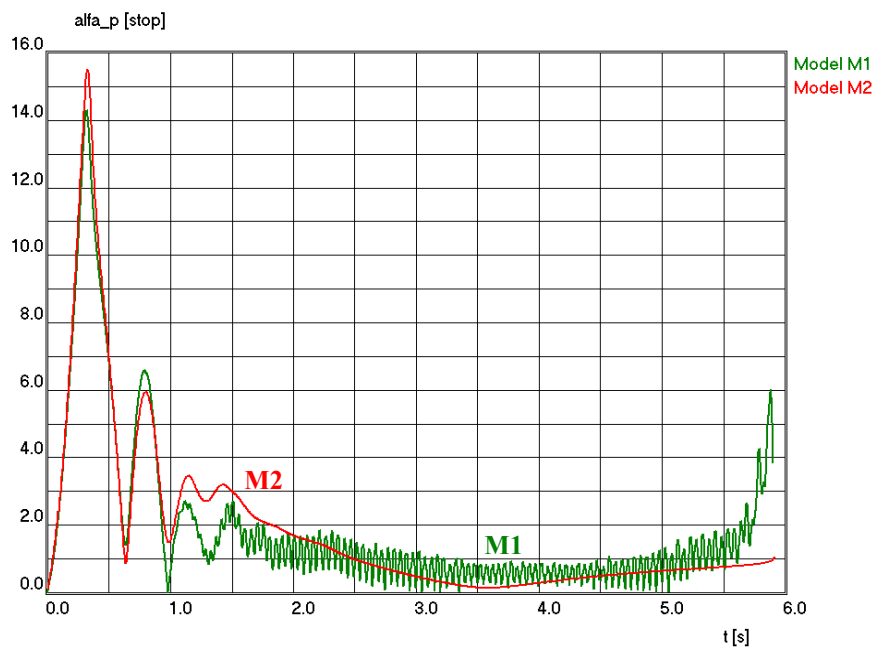
Rys. 6. Prędkość lotu rakiety  $V_K$  (cel nieruchomy)



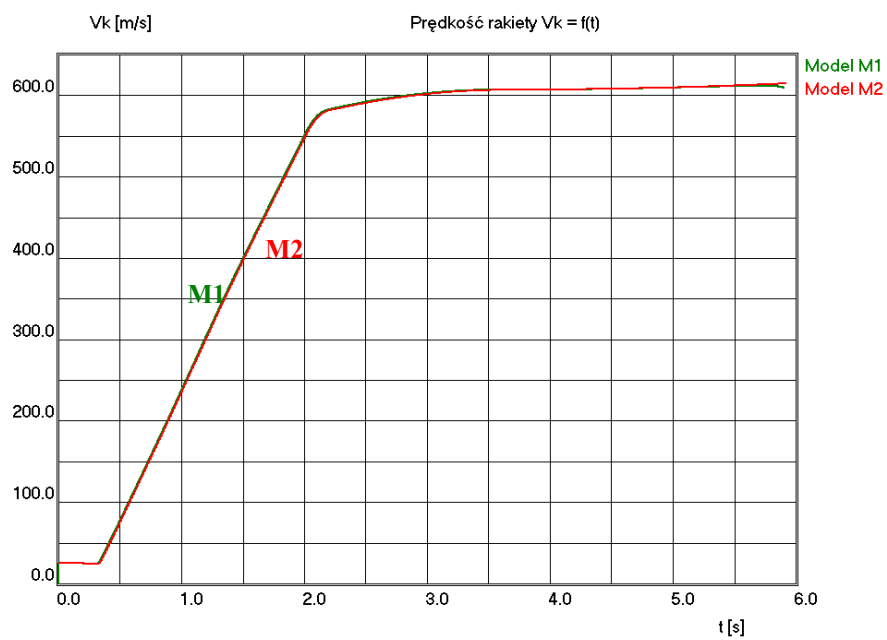
Rys. 7. Tor lotu rakiety i celu w płaszczyźnie pionowej (cel ruchomy)



Rys. 8. Tor lotu rakiety i celu w płaszczyźnie poziomej (cel ruchomy)



Rys. 9. Przestrzenny kąt natarcia  $\alpha_p$  (cel ruchomy)



Rys. 10. Prędkość lotu rakiety  $V_K$  (cel ruchomy)

## PODSUMOWANIE

Wyniki uzyskanych obliczeń numerycznych pozwalają sądzić o poprawności opracowanych modeli fizycznych i matematycznych symulacji procesu samonaprowadzania rakiety 9M39 *Igła*. Wykresy zamieszczone na rysunkach 3–10 pokazują, że parametry lotu rakiety obliczone na podstawie modelu uproszczonego M2 różnią się niewiele od parametrów lotu uzyskanych z modelu pełnego M1.

Dla oceny jakości stosowanego modelu parametry lotu rakiety z modelu pełnego M1 można traktować jako wzorcowe, a różnice między parametrami lotu z modelu M1 i M2 (np. współrzędne toru, prędkość lotu, przestrzenny kąt natarcia, czas dolotu do celu) jako błędy modelowania powstałe na skutek uproszczenia modelu.

Kluczowymi parametrami decydującymi o możliwości wykorzystania modelu uproszczonego w systemie kierowania ogniem są: dokładność odtworzenia czasu dolotu rakiety do celu oraz wielkość uchybu końcowego. Przeprowadzone obliczenia wykazały, że błąd względny czasu dolotu rakiety do celu (określony jako jeden z błędów modelowania) jest na poziomie 1%, a różnice w uchybie końcowym nie przekraczają kilkudziesięciu centymetrów.

Czas trwania obliczeń według modelu uproszczonego M2 (wskutek możliwości stosowania w przypadku rakiety niewirującej stosunkowo dużego kroku całkowania — rzędu 0,02 s) jest kilkakrotnie krótszy niż dla modelu pełnego M1. Właściwości modelu uproszczonego (szybkość działania i dokładność obliczeń) predysponują go do stosowania w systemach kierowania ogniem zestawów przeciwlotniczych.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Baranowski L., *Badanie właściwości dynamicznych rakiet sterowanych jednokanałowo*, materiały V Konferencji Naukowo-Technicznej „Układy dynamiczne — teoria i zastosowania”, Łódź 1999, s. 131–136.
- [2] Baranowski L., *Wpływ metody naprowadzania na ruch przestrzenny rakiety przeciwlotniczej bliskiego zasięgu*, materiały II Międzynarodowej Konferencji Naukowej „Systemy przeciwlotnicze bliskiego zasięgu”, Tarnów 1999, s. 79–84.
- [3] Baranowski L., *Symulacja komputerowa lotu rakiet przeciwlotniczych sterowanych jednokanałowo*, materiały IX Ogólnopolskiej Konferencji „Mechanika w Lotnictwie”, Warszawa 2000, s. 17–27.
- [4] Baranowski L., Gacek J., *Rakieta przeciwlotnicza 9m39 Igła — teoretyczny model lotu*, materiały V Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej „Systemy przeciwlotnicze i obrony powietrznej — CRASS 2003”, Zakopane 2003.

- [5] Дмитриевский А. А., *Баллистика и навигация ракет*, Машиностроение, Москва 1985.
- [6] Демидов В. П., Кутыев Н. С., *Управление зенитными ракетами*, Военное Издательство, Москва 1989.
- [7] Kiński A.; *Sowieckie przeciwlotnicze przenośne zestawy rakietowe*, nTW II, 12/99.
- [8] *Зенитные ракетные комплексы ПВО СВ*, Техника и вооружения №5-6/99.
- [9] <http://www.pvo.guns.ru/>
- [10] <http://www.fas.org/>
- [11] <http://www.globalsecurity.org/>

## **THE ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODEL SIMPLIFICATIONS ON PARAMETERS OF ANTI-AIRCRAFT ONE-CANAL CONTROLLED MISSILE HOMING GUIDANCE PROCESS**

### **ABSTRACT**

An attempt was made to analyze the effect of the model simplifications on homing process simulation (accuracy and computation time) based on the example of anti-aircraft one-canal controlled missiles. The computer-based calculation results were obtained on the basis of two differently approximated mathematical models for missile 9M39 of the portable anti-aircraft missile system *Igla* (9K38). The solutions and conclusions are illustrated by figures and drawings.

**Keywords:**

missile technology, homing guidance, flight dynamics.

Recenzent dr hab. inż. Zbigniew Korczewski, prof. AMW