

Adam Pawłędzio
Akademia Marynarki Wojennej

METODA WYZNACZANIA MAS WODY TOWARZYSZĄCEJ OKRĘTU PODCZAS KOŁYSAŃ SWOBODNYCH

STRESZCZENIE

W referacie przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych oraz obliczeń mas wody towarzyszącej modelowi szalupy. Badania eksperymentalne zrealizowano w Akademii Marynarki Wojennej w pracowni manewrowania okrętem. Obejmowały one kołysania swobodne szalupy na wodzie spokojnej. Weryfikacji zastosowanej metody rozwiązania dokonano na postawie porównania pomierzonego i obliczonego okresu nurzań i kiwań modelu szalupy.

Słowa kluczowe:

masa wody towarzyszącej, warunki brzegowe, metody numeryczne.

WSTĘP

Badanie ruchu okrętu obejmuje wiele różnych zagadnień, przede wszystkim z zakresu hydromechaniki. Jednym z nich jest wyznaczenie reakcji hydrodynamicznych. Tylko w nielicznych przypadkach istnieją analityczne rozwiązania tego zagadnienia. Właśnie dlatego w tej dziedzinie badań powszechne zastosowanie znalazły metody numeryczne, między innymi takie jak metoda elementów skończonych i metoda elementów brzegowych. Wykorzystanie konkretnej metody do rozwiązania określonych zadań wynika z charakteru rozpatrywanego problemu. I tak, metoda elementów skończonych jest bardzo chętnie stosowana w zagadnieniach sprężystości [5, 10], natomiast możliwości jej wykorzystania są ograniczone w zagadnieniach, gdzie brzeg obszaru leży w nieskończoności. W tym przypadku lepsze rezultaty daje metoda elementów brzegowych [1, 5, 8, 9]. Tutaj w zakres badań wpisują się zagadnienia hydromechaniki okrętowej. W podanym przykładzie metoda ta

została wykorzystana do rozwiązania zagadnienia potencjału prędkości, którego znajomość jest niezbędna do wyznaczenia reakcji hydromechanicznych. Jej uniwersalność polega na tym, że może być ona wykorzystana do obliczeń obiektów o dowolnej geometrii, dla których nie ma rozwiązań analitycznych.

REAKCJE HYDROMECHANICZNE OKRĘTU

Reakcje hydromechaniczne okrętu są wynikiem oddziaływania ośrodka płynnego na zanurzoną część kadłuba okrętu. Przedstawia się je następującymi zależnościami [7]:

$$\mathbf{R} = \oint_S \mathbf{p}_n dS \quad (1)$$

$$\mathbf{M} = \oint_S \mathbf{r} \times \mathbf{p}_n dS, \quad (2)$$

gdzie: \mathbf{p}_n — wektor naprężeń w płynie;
 \mathbf{r} — wektor wodzący;
 S — powierzchnia zwilżona kadłuba.

Wyznaczenie reakcji hydrodynamicznych w ogólnym przypadku jest zadaniem skomplikowanym, dlatego też podczas ich poszukiwania wprowadza się wiele uproszczeń. Przede wszystkim zakłada się, że ciecz jest idealna i przepływ w sąsiedztwie kadłuba jest przepływem potencjalnym. Ponadto występuje problem warunków brzegowych na swobodnej powierzchni cieczy. W ruchu okrętu na fali warunki brzegowe zależą od układu falowego, który jest nieznaną [3, 6]. Zadanie znacznie się upraszcza dla ciała poruszającego się w toni z dala od brzegów obszaru. Wówczas uogólnione reakcje hydrodynamiczne zapisuje się następującą zależnością [7]:

$$\mathbf{R} = -\sum_j m_{ij} \dot{v}_j, \quad (3)$$

gdzie: $m_{ij} = -\rho \oint_A \mathbf{n}_i \varphi_j dS$ — uogólnione masy wody towarzyszącej;
 \mathbf{n}_i — uogólnione cosinusy kierunkowe [6];
 S — powierzchnia zwilżona kadłuba;
 \dot{v}_j — składowe wektora przyspieszenia;
 φ_j — jednostkowe potencjały prędkości.

Dla statku poruszającego się na swobodnej powierzchni takie podejście do zagadnienia jest dopuszczalne pod warunkiem przyjęcia założenia, że swobodna powierzchnia zachowuje się jak sztywna płyta. Nasuwa się wówczas pytanie, jakim błędem będzie obarczone rozwiązanie. Odpowiedź na nie można otrzymać na podstawie porównania wyników obliczeń z wynikami badań eksperymentalnych.

Traktując swobodną powierzchnię cieczy jako nieodkształcalną płytę, obliczenia mas wody towarzyszącej można przeprowadzić dla obiektu zdwojonego względem wodnicy pływania [7]. Wówczas brzeg obszaru stanowi zdwojona powierzchnia kadłuba. Wyniki obliczeń powinny być takie same, gdy brzeg obszaru tworzyłaby swobodna powierzchnia, zwilżona powierzchnia kadłuba oraz fikcyjne ściany leżące po obu burtach kadłuba, przed dziobem i za rufą okrętu.

Bez względu na stopień uproszczenia zadania wyznaczenia reakcji hydrodynamicznych w każdym przypadku należy określić jednostkowe potencjały prędkości φ_j , które spełniają równanie Laplace'a [3, 4]:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (4)$$

To podstawowe równanie, którego rozwiązanie jest niezbędne do otrzymania rozkładu potencjału prędkości na zwilżonej powierzchni kadłuba, a w konsekwencji uogólnionych mas wody towarzyszącej.

SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Okręt wprowadzony w ruch oscylacyjny na wodzie spokojnej kołysze się swobodnie z pewnym okresem, który zależy przede wszystkim od sił przywracających oraz sił bezwładności. Siły przywracające można przedstawić w postaci iloczynu macierzy współczynników sił przywracających oraz odpowiadających im przemieszczeń. Siły bezwładności wynikają natomiast z rozkładu masy na okręcie oraz reakcji hydrodynamicznych zależnych od tzw. uogólnionych mas wody towarzyszącej. Dysponując macierzami współczynników sił przywracających oraz uogólnionych mas wody towarzyszącej, można rozwiązać zagadnienie własne, w wyniku którego otrzymuje się częstości własne. Rezultaty obliczeń częstości i jednocześnie okresów będą w tym przypadku obarczone pewnym błędem, gdyż współczynniki wymienionych macierzy zmieniają się w sposób nieliniowy. Lepszym rozwiązaniem jest określenie okresów

oscylacji okrętu na podstawie analizy przemieszczeń otrzymanych po rozwiązaniu równania ruchu. Zakłada się przy tym, że metoda rozwiązania równania ruchu uwzględnia jego nieliniowy charakter oraz tłumienie. Tak wyznaczone okresy oscylacji okrętu można porównać z wartościami pomierzonymi na obiekcie rzeczywistym. Wskazana w tym przypadku rejestracja ruchu obiektu jest relatywnie prosta do przeprowadzenia w warunkach laboratoryjnych na modelu okrętu.

Rezultaty oszacowania okresów oscylacji okrętu na podstawie analizy przemieszczeń zależą od dokładności wyznaczenia występujących w równaniu ruchu sił i współczynników. Zmiana współczynników sił przywracających następuje w nieznanym zakresie i ich wpływ na rozwiązanie jest zazwyczaj pomijalnie mały. Natomiast zauważalny błąd ma miejsce wówczas, gdy z dużym przybliżeniem zostaną określone współczynniki macierzy bezwładności, które podobnie jak siły przywracające zależą od pola zwilżonej części kadłuba. Współczynniki te stanowią podstawowy parametr, od którego zależy dokładność rozwiązania zagadnienia ruchu, a tym samym okresów oscylacji. Poprawność wyznaczenia współczynników hydromechanicznych może zostać zweryfikowana na podstawie pomierzonych i obliczonych okresów kołysań okrętu. Zadanie to zrealizowano na modelu szalupy.

OBIEKT BADAŃ

Obiektem badań, dla którego przeprowadzono weryfikację obliczeń uogólnionych mas wody towarzyszącej, jest model szalupy przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Szalupa wykonana z blachy miedzianej

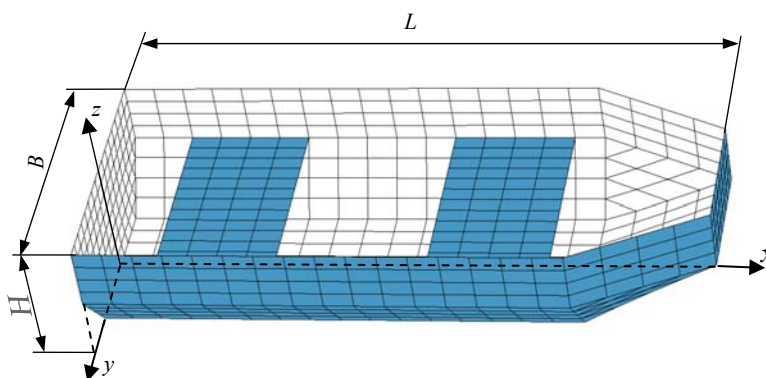
Jej podstawowe wymiary są następujące:

$$L = 0,51 \text{ m,}$$

$$B = 0,20 \text{ m,}$$

$$H = 0,10 \text{ m.}$$

Do budowy szalupy wykorzystano miedzianą blachę o grubości 0,75 mm. Masa szalupy wynosi $m_s = 1,32$ kg. Po umieszczeniu na szalupie dwóch stalowych ławeczek o grubości 6 mm, sumaryczna masa szalupy wzrosła do wartości 3,11 kg. Ławeczki można umieszczać w dowolnym miejscu szalupy, powodując zmianę jej położenia względem powierzchni wody. Przy rozmieszczeniu takim jak na rysunku 1. zanurzenie średnie szalupy wynosi 45 mm. Do przeprowadzenia obliczeń numerycznych ruchu szalupy zbudowano siatkę elementów odwzorowującą jej geometrię (rys. 2.). Składa się ona z 791 węzłów i 744 elementów trzy- i czterowęzłowych.



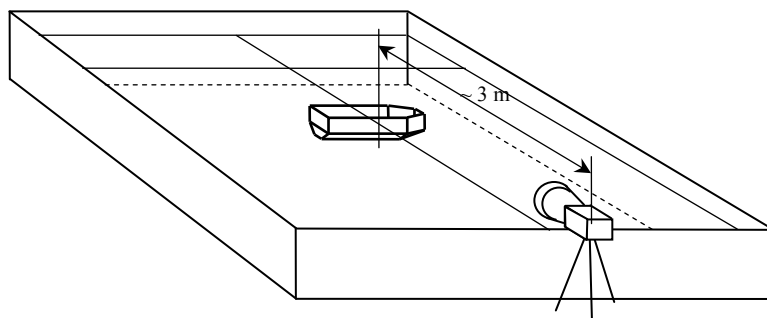
Rys. 2. Siatka elementów odwzorowująca geometrię szalupy

EKSPERYMENTALNE WYZNACZENIE OKRESÓW KOŁYSAŃ MODELU SZALUPY

Eksperyment, którego celem było określenie okresów kiwań i nurzań modelu szalupy, przeprowadzono na stanowisku manewrowania okrętem znajdującym się na wyposażeniu Akademii Marynarki Wojennej. Wartości okresów oscylacji szalupy zostały wyznaczone na podstawie analizy jej ruchu zarejestrowanego kamerą cyfrową, która podczas eksperymentu była umieszczona na statywie. Orientacyjna odległość kamery od obiektu wynosiła około 3 metrów. Schemat konfiguracji stanowiska do przeprowadzenia badań przedstawiono na rysunku 3.

Model szalupy umieszczono w basenie stanowiska, tak aby jego brzegi nie wpływały na ruch modelu. Orientacyjne wymiary basenu: długość 6 m, szerokość 5 m, głębokość 0,40 m. Ruch swobodny modelu wywołano poprzez wzrost jego zanurzenia i przegłębienia. Obydwa okresy ruchu szalupy (nurzanie i kiwanie) oraz kolejne amplitudy przemieszczeń odczytano, analizując zapisany obraz za pomocą programu komputerowego. Określone w podobny sposób amplitudy przemieszczeń modelu

szalupy umożliwiły wyznaczenie współczynników tłumienia (z zależności na logarytmiczny dekrement tłumienia) [10].



Rys. 3. Schemat stanowiska do rejestracji ruchu modelu szalupy

NUMERYCZNE WYZNACZENIE UOGÓLNIONYCH WSPÓŁCZYNNIKÓW MAS WODY TOWARZYSZĄCEJ

Uogólnione masy wody towarzyszącej modelowi szalupy wyznaczone według następującej zależności [7]:

$$m_{ij} = -\rho \oint_A \mathbf{n}_i \varphi_j dS. \quad (5)$$

Nie uwzględnia ona oscylacyjnego ruchu obiektu, gdyż przyjęto założenie, iż swobodna powierzchnia jest nieruchoma i nieodkształcalna. Nieznane wartości jednostkowych potencjałów prędkości wyznaczone, rozwiązując równanie Laplace'a metodą elementów brzegowych (MEB). W metodzie tej zagadnienie potencjału sprowadza się do następującego zapisu macierzowego [1, 2, 9]:

$$HU = GQ, \quad (6)$$

gdzie H i G — kwadratowe macierze o wymiarze $N \times N$ (N — liczba elementów dyskretyzowanego brzegu obszaru) zawierające tzw. współczynniki wpływu, które oblicza się w postaci całek:

$$\hat{h}_{ij} = \int_{S_j} \frac{\partial \varphi^*}{\partial \mathbf{n}} dS; \quad (7)$$

$$g_{ij} = \int_{S_j} \varphi^* dS$$

$$h_{ij} = \begin{cases} \hat{h}_{ij} & \text{dla } i \neq j \\ \hat{h}_{ij} + \frac{1}{2} & \text{dla } i = j \end{cases}, \quad (8)$$

gdzie $\varphi^* = -\frac{1}{4\pi r}$ — rozwiązanie fundamentalne dla zadania przestrzennego.

Brzeg badanego obszaru, na którym określa się warunki brzegowe, zależy od charakteru oraz sposobu sformułowania zadania z punktu widzenia metody elementów brzegowych. O zadaniu wewnętrznym mówi się wówczas, gdy na przykład obiekt porusza się w toni i brzeg obszaru stanowi tylko jego powierzchnia. Zadanie zewnętrzne ma miejsce wtedy, gdy przykładowo część brzegu obszaru znajduje się w nieskończoności. Przedstawione w referacie zagadnienie można rozpatrywać za pomocą obydwu sposobów, a otrzymane wyniki powinny być identyczne. W pierwszym przypadku brzeg obszaru stanowić będzie zdwojona powierzchnia zanurzonej części kadłuba szalupy, powstała według zasady odbicia. W tym wariacie otrzymuje się współczynniki o wartości dwukrotnie większej niż dla obiektu rzeczywistego. W zadaniu zewnętrznym brzeg obszaru stanowią fikcyjne ściany umieszczone przed dziobem i po burtach modelu szalupy oraz powierzchnia dna, swobodna powierzchnia cieczy i zwilżona część kadłuba modelu szalupy.

Rezultaty obliczeń uogólnionych mas wody towarzyszącej modelu szalupy przedstawiono poniżej:

$$m_{ij} = \begin{bmatrix} 0,3915 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 1,335 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 4,035 & 0,0 & -5,6 * 10^{-2} & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 2,23 * 10^{-3} & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & -5,6 * 10^{-2} & 0,0 & 4,47 * 10^{-2} & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 1,25 * 10^{-2} \end{bmatrix}.$$

Odpowiadające rozpatrywanym stopniom swobody ruchu szalupy bezwymiarowe współczynniki k_{33} i k_{55} wynoszą odpowiednio: 1,3 oraz 0,75. Wyrazy o indeksach (1,1), (3,3), (3,5), (5,3) oraz (5,5) zsumowano z odpowiednimi wyrazami macierzy bezwładności modelu szalupy i wprowadzono do równania ruchu.

ROZWIĄZANIE RÓWNANIA RUCHU MODELU SZALUPY

Przemieszczenie pionowe środka ciężkości oraz kąt przegłębienia szalupy wyznaczono, rozwiązując równanie ruchu o postaci:

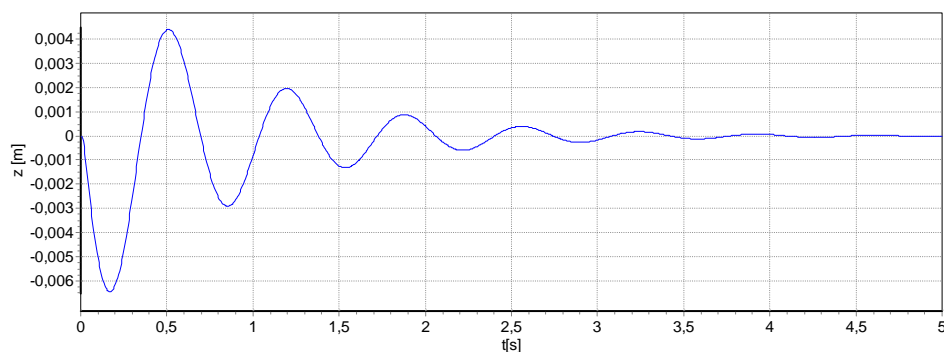
$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{W}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{W}} = \mathbf{P}, \quad (9)$$

gdzie: \mathbf{M} — macierz bezwładności;
 \mathbf{C} — macierz współczynników tłumienia;
 \mathbf{P} — wektor sił zewnętrznych;
 \mathbf{W} — wektor przemieszczeń.

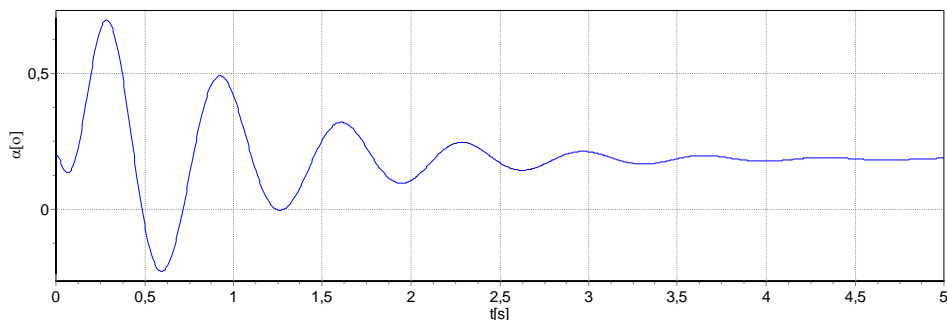
Występujące w macierzy \mathbf{M} masy i momenty bezwładności modelu szalupy obliczono numerycznie na podstawie geometrii szalupy opisanej siatką elementów dyskretnych (rys. 2.). Odpowiednie wyrazy zsumowano z uogólnionymi masami wody towarzyszącej, otrzymując końcową postać macierzy bezwładności. Współczynniki tłumienia wyznaczono na podstawie odczytów amplitud z zarejestrowanego obrazu ruchu szalupy.

Równanie ruchu szalupy rozwiązano metodą Newmarka [2, 10]. Rezultaty obliczeń nurzań modelu szalupy oraz kąta przegłębienia przedstawiono na rysunkach 4. i 5.

Przedstawione na rysunkach wartości amplitud przemieszczeń modelu szalupy są mniejsze od otrzymanych z eksperymentu. Wynikają one z przyjętych do obliczeń warunków początkowych. Parametry te nie mają jednak wpływu na częstotliwości kołysań. Analiza przedstawionych przebiegów umożliwiła wyznaczenie okresów nurzań i kiwań szalupy. Ich wartości zamieszczono w tabeli 1.



Rys. 4. Nurzania modelu szalupy



Rys. 5. Kiwania modelu szalupy

Tabela 1. Okresy nurzań i kiwań modelu szalupy otrzymane z pomiarów i obliczeń

Lp.	Pomiary [s]	Obliczenia [s]	Błąd [%]
1. Okres nurzań	0,65	0,68	4,6
2. Okres kiwań	0,61	0,67	9,8

W porównaniu do wyników pomiarów otrzymano większe wartości okresów dla obydwu stopni swobody. Fakt ten świadczy o tym, iż obliczone masy wody towarzyszącej mają zawyżone wartości. Biorąc pod uwagę zakres przyjętych uproszczeń dotyczących warunków brzegowych na swobodnej powierzchni, powstały błąd jest do zaakceptowania.

PODSUMOWANIE

Przedstawione porównanie wyników badań eksperymentalnych z wynikami obliczeń okresu kiwań i nurzań modelu szalupy posłużyło do oceny uproszczonej metody obliczeń uogólnionych mas wody towarzyszącej. W obliczeniach przyjęto założenie, że powierzchnia swobodna zachowuje się jak nieodkształcalna płyta. Analiza wyników wykazała, że rezultaty obliczeń metodą numeryczną są obarczone błędem, który wynika przede wszystkim z wprowadzonych uproszczeń. Dotyczą one warunków brzegowych oraz nieliniowego charakteru równania ruchu. Nieliniowość dotyczy wszystkich sił, które zależą od geometrii bryły podwodzia szalupy. Pomimo przyjętych uproszczeń uzyskane wyniki mieszczą się w granicach dopuszczalnego błędu.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Burczyński T., *Metoda elementów brzegowych w mechanice*, WNT, Warszawa 1995.
- [2] Dobrociński S., *Stabilność rozwiązań zagadnień odporności udarowej konstrukcji*, Wydawnictwo i Zakład Poligrafii Instytutu Technologii Eksploatacji, Gdynia 2000.
- [3] Dudziak J., *Teoria okrętu*, Wydawnictwo Morskie, Gdańsk 1988.
- [4] Gryboś R., *Podstawy mechaniki płynów*, cz. 1, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
- [5] Hunter P, Pullan A., *FEM/BEM notes*, The University of Auckland, New Zealand 2003.
- [6] Pawłowski M., *Dynamika płynów idealnych*, „Raport Techniczny”, 2001, nr 44, PRS Gdańsk.
- [7] Pawłowski M., *Reakcje hydrodynamiczne*, „Raport Techniczny”, 2002, nr 45, PRS Gdańsk.
- [8] Świtek J, Szturomski B., *Numeryczne wyznaczenie pola prędkości cieczy wokół okrętu podwodnego przy zastosowaniu metody elementów brzegowych*, „Zeszyty Naukowe” AMW, 1994, nr 2.
- [9] Świtek J., *Wyznaczenie ciśnienia indukowanego ruchem okrętu na dnie akwenu o ograniczonej głębokości*, Polish Academy of Science, „Marine Technologi Transactions”, 1995, Vol. 6.
- [10] Zębaty M., Chmielewski T., *Podstawy mechaniki budowli*, Arkady, Warszawa 1998.

ABSTRACT

The paper presents the results of experimental research and computational results of added masses for a launch model. The program of research included free motions of the launch on calm water. Verification of the applied method was carried out based on comparison of measured and calculated heaving and pitching period of the launch. The results obtained indicate that the applied method provide values of added masses without significant error.

Recenzent dr hab. inż. Maciej Pawłowski