ISSN 1733-8670

ZESZYTY NAUKOWE NR 9(81)
AKADEMII MORSKIEJ
W SZCZECINIE

INLAND SHIPPING 2005

Igor B. Ariefiew, Michail N. Nowikow

Model zarządzania procesem produkcyjnym na podstawie charakterystyki integralnej

Słowa kluczowe: charakterystyka integralna (różniczkowa, całkowa), zautomatyzowany system zarządzania, operacja elementarna, trajektoria planowana

Przedstawiono szczegółowo aparat budowy charakterystyk różniczkowych prognozy i kontroli stanu obiektu zarządzania. Takie rozwiązanie jest trafne z punku widzenia rozwoju idei systemu PERT, przy planowaniu produkcji w funkcji czas – zasoby.

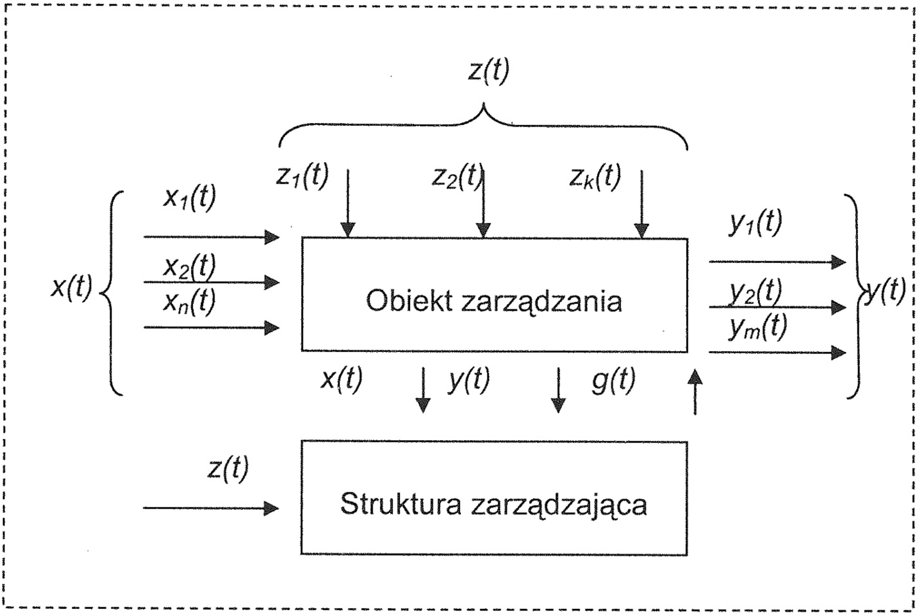
A Model of Managing the Production Process on the Basis of Integral Characteristics

Key words: integral characteristic (integral, differential), automated management system, elementary operation, planned trajectory

The apparatus of building integral characteristics for the prognostication and control of the condition of the management object is presented in this article. Such solution is successful development of the idea of PERT – system, during production planning in the function of time-resources.

Wstęp

Dowolny zarządzany obiekt można rozpatrywać jako zautomatyzowany system zarządzania (ASZ) z jednym lub kilkoma wejściami i wyjściami. Do rozwiązania problemu zarządzania wykorzystuje się modele matematyczne stosowane w ekonomii [1] (Rys. 1).



Rys.1. Zautomatyzowany system zarządzania: x_n – wskaźniki wejściowe, przystępujące do obiektu zarządzającego; y_m – dane wyjściowe, określające efektywność pracy obiektu; z_k – czynniki wpływające na pracę obiektu zarządzającego; g_l – zarządzające oddziaływanie na obiekt

Fig.1. Automated management system

Jeśli na wejściu zarządzanego obiektu występują np. objętości kilku rodzajów zasobów $x(t)=\{x_1(t), x_2(t),..., x_n(t)\}$ w planowych odstępach czasu, to na wyjściach można wykazać rezultaty pracy obiektu

$$y(t)=\{y_1(t), y_2(t),..., y_m(t)\}$$

przy oddziaływających czynnikach $z(t)=\{z_1(t), z_2(t),..., z_k(t)\}$, które wpływają na zachowanie się obiektu, gdzie n i m oznacza liczbę wejść i wyjść natomiast k – oddziaływające czynniki [8]. W zależności od występujących objętości zasobów $x(t)$ i czasu ich dostarczenia, struktura zarządzająca w czasie momentów kontrolnych [4] otrzymuje dane wyjściowe $y(t)$ o funkcjonowaniu obiektu zarządzania.

Struktura zarządzająca w ASZ rozwiązuje dwie główne grupy zadań: analizy i syntezy. Zadanie analizy zachowania się zarządzanego obiektu znajduje się w prognozach rezultatów pracy $Y_j(t)$ [7], według nadanych zewnętrznych planowych wskaźników $x_i(t)$. Zadanie syntezy zarządzanego obiektu zawiera się w odnajdywaniu przez strukturę zarządzającą optymalnego rozwiązania $g(t)$ dzięki optymalnym wynikom pracy obiektu $y_j(t)$ z uwzględnieniem jakiegoś zewnętrznego oddziaływania $z_i(t)$.

Wejściowymi danymi w zadaniu analizy są: ekwiwalentny model funkcjonowania obiektu, zbudowany na podstawie specjalizowanych ocen [2-4] z parametrami wszystkich wchodzących do niego elementów, zadanych w postaci zbioru specjalizowanych ocen i opis zewnętrznego oddziaływania $z_i(t)$ [6]. W rezultacie analiza planuje wyjściowe dane pracy obiektu $y_j(t)$ w postaci zbioru objętości przypuszczalnych wykonanych prac. W poszczególnych przypadkach zadanie analizy może sprowadzać się do określania stosunków pomiędzy wyjściowymi danymi na oddzielnych wyjściach $y_j(t)$ a planowymi zakresami oddzielnych rodzajów korzystnych środków $x_i(t)$, zastosowanymi do określonych wejść. Takie stosunki nazywane są w literaturze charakterystykami lub funkcjami systemowymi. W zależności od tego, jaka wielkość tworzy podstawę (specjalizowane oceny lub czas) i która jest argumentem w wyrażeniach, to określana jest jako charakterystyka specjalizowana lub czasowa. Określenie i badanie specjalizowanych charakterystyk przedstawia sobą zdanie analizy obiektu w specjalizowanej dziedzinie. Nagromadzenie charakterystyk czasowych – jest zadaniem analizy obiektu w dziedzinie czasowej.

Wyjściowymi danymi w zadaniu syntezy jest określenie zewnętrznego oddziaływania (czynnika) $z_i(t)$ i jego stopień wpływania na obiekt, który ma odzwierciedlenie w rezultatach pracy obiektu $y_i(t)$. Ostatecznie należy koniecznie znaleźć ekwiwalentny model obiektu zarządzania, parametry, którego określone są biegłymi ocenami wszystkich wchodzących do niego elementów. W szczególnym przypadku zadanie syntezy może sprowadzać się do modelowania pracy zarządzanego obiektu według zadanych stosunków między planowymi wejściowymi wskaźnikami $x_i(t)$ i danymi wyjściowymi $y_j(t)$, tzn. do zbudowania modelu obiektu według jego charakterystyk i modelu zarządzającej struktury – według prognoz oddziaływających na obiekt czynników i określenia optymalnego rozwiązania.

Metoda charakterystyk całkowych

Rozpatrzymy model matematyczny, który przedstawiony jest jako ruch punktu w ograniczonej dziedzinie nadanej trajektorii w odstępie czasowym. Schematycznie problem ruchu punktu po nadanej trajektorii można zapisać w postaci [5]:

$$J(q, u) \rightarrow \sup j < \inf j, \tag{1}$$

$$F(q, u) = 0, \tag{2}$$

$$u \in Uq, \tag{3}$$

gdzie: $J(q, u) : Q \times U \rightarrow R$ – funkcjonały;
$F(q, u) : Q \times U \rightarrow V$ – operator;
Q, U, V – charakterystyki funkcjonalne trajektorii ruchu punktu w przestrzeni,
$J(q, u)$ – jest określonym funkcjonałem odzwierciedlającym charakter ruchu punktu po nadanej trajektorii;
$F(q, u)$ – nadaje się z pomocą pewnego zadania dla równań ze szczególnymi integralnymi charakterystykami, gdzie $u \in Uq$ – odcinek trajektorii w odstępie czasu ruchu punktu, należącego do określonego funkcjonału.

Przykładem modelu opisanego wzorami (1) – (3) jest zadanie określenia miejsca znajdowania się poruszającego się punktu, nadanego w ograniczonej dziedzinie i opisanego równaniem całkowym, tj.

$$J(q,u) = \int_{t_1}^{t_2} udt \tag{4}$$

$$q(t) = u(t_2) - u(t_1) \tag{5}$$

$$u(t) \in Uq, \quad \Delta q(t) = q(t_1 + \Delta t), \quad \Delta t \rightarrow 0 \tag{6}$$

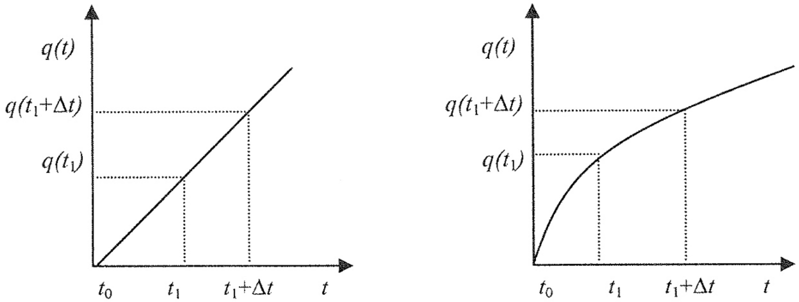
Wykażemy, że dowolny proces produkcyjny, który jest rozdzielony na oddzielne operacje i odpowiadające określonym trwaniu wypełnienia prac, można przedstawić jako ruch punktu po nadanej trajektorii w odstępie czasu. Przyjmiemy $q = q(t)$ – zakres wykonanych prac w określonym odstępie czasu t. Rozpatrzymy dwa momenty czasu, którym odpowiadają punkty $q(t_1)$ i $q(t_1 + \Delta t)$:

t_1 – termin rozpoczęcia wykonania prac;
t_2 – termin zakończenia wykonania prac.

Zakres wykonywanych prac w odniesieniu do momentu czasu t_1 równy jest przedziałowi odniesienia ruchu punktu po nadanej trajektorii w odstępie czasu $t_1 + \Delta t$ do długości tego odcinka czasu przy $\Delta t \to 0$, wtedy trwanie wykonania prac *r(t)* można przedstawić jako:

$$r(t) = \lim_{\Delta t \to 0}[q(t_1 + \Delta t) - q(t_1)] / \Delta t = dq / dt \,|_{t=t^1} \tag{7}$$

W taki sposób, trwanie wykonania prac i dowolny moment czasu *t* stanowi wielkość skalarną. Określa ona stosunek pochodnej w czasie od zakresu wykonanych prac lub liczbowo równa jest prędkości ruchu punktu po nadanej trajektorii w czasie, mająca liniową (a) lub nieliniową (b) charakterystykę funkcjonalną (rys. 2).



a) liniowa charakterystyka funkcjonalna

b) nieliniowa charakterystyka funkcjonalna

Rys. 2. Zależność trwania prac od czasu
Fig.2. Relation between work duration and time

W ogólnym przypadku znaczenie trwania wykonywanej pracy *r(t)* w dowolnym momencie czasu t można przedstawić jako liniową funkcję czasu *r = r(t)*, a prędkość ruchu punktu po nadanej trajektorii w czasie – jako wielkość zmieniającą się w zależności od wewnętrznych i zewnętrznych oddziaływań.

Wtedy:

$$r(t) = dq / dt = q / t \tag{8}$$

Tak więc, proces produkcyjny wykonywany w określonym odstępie czasu t_1 i t_2 (planowe wyniki wykonania prac) określa się równaniem całkowym:

$$r(t) = r(t_2) - r(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} q\,dt \tag{9}$$

Przedstawimy wykonywaną pracę, wydzieloną z ogólnego zakresu procesu produkcyjnego jako przemieszczenie się punktu po nadanej trajektorii pomiędzy punktami t_1 i t_2, tzn. dokonuje się jakiś proces, który określa się jako operację elementarną, dokonywaną w określonym odcinku czasu. Dlatego, w interwale czasowym operację elementarną *u(t)* można przedstawić jako różnicę między terminami zakończenia wykonania prac a terminami ich rozpoczęcia:

$$u(t) = t_2 - t_1 \tag{10}$$

Ze wzoru (10) wynika, że operacja elementarna jest wielkością skalarną, którą przypisuje się jako określoną trajektorię ruchu punktu między punktami t_1 i t_2. Proces produkcyjny, w miarę jego wykonywania, wstępuje w różnego rodzaju zasoby. Operacja elementarna *u(t)* między punktami t_1 i t_2 może być określona jako przedział stosunku zakresu wymaganych rodzajów zasobów *w* do wykonania danej operacji i zakresu wykonywanych prac, tzn.:

$$u = dw/dq \tag{11}$$

Przy przemieszczaniu punktu po nadanej trajektorii leżącej między punktami t_1 i t_2 dokonuje się operacja elementarna, która zależy od czasu wstąpienia zasobów i zgodnie ze wzorami (11) i (7) równa się:

$$dw = u \cdot dq = u \in r \cdot dt \tag{12}$$

Operacja elementarna charakteryzuje się kontynuacją wykonywanej pracy, która jest określona planowanymi wynikami w zadanym odcinku czasu i czasem wpływu zasobów. Wtedy proces do momentu czasu $t = t_1$ (termin rozpoczęcia wykonywania prac) przy $\Delta t \to 0$ określa się całkując wzór (12):

$$w = w(t) = u \in \int_0^{t_1} r \cdot dt \tag{13}$$

Zakres zasobów konieczny do wykonania procesu przemysłowego można przedstawić jako wpływ zasobów na początku wykonywania prac w momencie czasu *y*. Proces zużywania zasobów *p* do wykonania operacji elementarnej jest opisany następująco:

$$p = dw/dt = u \in r \tag{14}$$

Podstawiając wzór (14) do (13) określimy zakres zasobów na początek wykonywania prac, koniecznych do wykonania kompleksu operacji w momencie czasu $t = t_1$:

$$w(t_1) = \int p \cdot dt \tag{15}$$

Oczywiste jest, że zakres zasobów w tak wpływa na wykonanie operacji elementarnej w odcinku czasu $\Delta t = t_2 - t_1$, że mogą one być wyrażone charakterystyką integralną:

$$w = w(t_2) - w(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} p \cdot dt \tag{16}$$

Rozpatrzymy zarządzany proces produkcyjny składający się z operacji elementarnych, uwzględniając wpływ oddziaływających czynników. Operacja przedstawiona jest jako ruch punktu po nadanej trajektorii. Wtedy terminy wykonania operacji elementarnej określają się:

$$u = dv / dt \tag{17}$$

Rozpatrzymy prędkość sumaryczną wykonania operacji elementarnej procesu produkcyjnego, wchodzącą do nadanego interwału [1]:

$$v = \sum_{i=1}^{m} u_{ij} = \sum_{i=1}^{m} [(r_{ij} \cdot k_{ij}) / (a_{ij} + 1)] \tag{18}$$

gdzie:

r – kontynuacja wykonania prac w okresie czasu t_1 i t_2, tzn. ruch punktu po nadanej trajektorii w przestrzeni;
k – współczynnik nadwyżki czasu zaplanowanego okresu;
a – współczynnik odchylenia ruchu punktu od nadanej trajektorii;
i – liczba punktów kontrolnych w nadanym interwale;
j – liczba interwałów, określonych na osi czasowej.

Charakterystyka realna może być przedstawiona prędkością wykonania zakresu prac, a wyrażona sumą integralną:

$$V = \sum_{j=1}^{m} V_j = \sum_{j=1}^{1} \sum_{i=1}^{m} [(r_{ij} \cdot k_{ij}) / (a_{ij} + 1)] \Delta t_j \tag{19}$$

gdzie:

Δt_j – kontynuacja j-tego interwału.

Detalizacja modelu prędkości wykonania procesu produkcyjnego jako prędkości ruchu punktu po nadanej trajektorii w kryterialnej przestrzeni, określonej na osi czasowej, prowadzi do krańcowego przekształcenia w postaci:

$$V(t) = \lim \Delta t_j \to 0 \tag{20}$$

Prędkość wykonania zakresu prac wyraża się charakterystyką integralną:

$$\sum_{j=1}^{m} V_j = \int_0^t q(t)dt \tag{21}$$

gdzie:

t – czas ruchu punktu po nadanej trajektorii.

Na proces produkcyjny oddziałują różne czynniki określające zależność wykonania operacji elementarnej w czasie. Wtedy współczynnik odchylenia ruchu punktu a_{ij} stosunkiem operacji elementarnej do realnych terminów wykonania prac:

$$a_{ij} = u_{aj} / r_{aj} \tag{22}$$

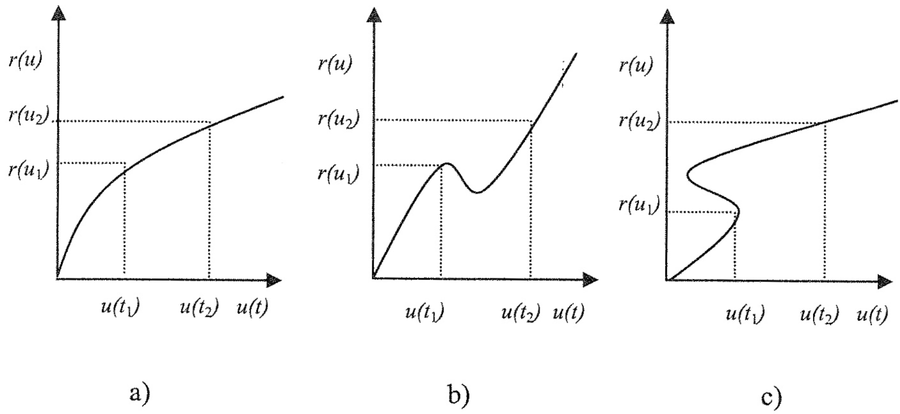
Znaczeniem stopnia wpływu czynnika na czas wykonania operacji elementarnej jest znaczenie wielkości określającej realny termin zakończenia wykonania operacji przy $\Delta t \to 0$, tzn. zależność położenia punktu roboczego w przestrzeni od przyjmowanych znaczeń u_a i i_a przedstawionych zależnościami funkcjonalnymi:

$$u = u(r); \;\; r = r(u) \tag{23}$$

Wtedy zależność między czasem wykonania elementarnej operacji i realnymi terminami wykonania prac z uwzględnieniem oddziaływającego czynnika ma charakter nieliniowy (rys.3).

Wykonanie elementarnej operacji w większym stopniu zależy od współczynnika odchylenia a_{ij} ruchu punktu od nadanej (planowej) trajektorii, tzn. realne terminy wykonania prac w zależności od wpływu oddziaływającego czynnika F_a, gdzie:

$$F_a = u_a / r_a \tag{24}$$

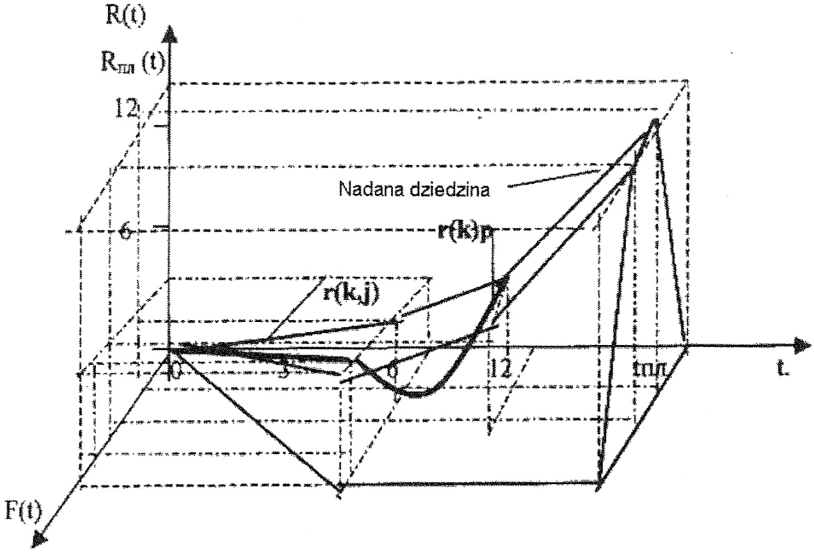


Rys. 3. Integralne charakterystyki wykonania prac w zależności od współczynnika odchylenia: a) planowa; b), c) realne
Fig.3. Integral characteristic of workmanship depending upon deviation factor a)planned; b), c) real

Jako szczególny przypadek, pod oddziaływającym czynnikiem, który wpływa na wykonanie prac, rozpatrzymy terminy wpłynięcia zasobów przez odstęp czasu t_1 i t_2 przy wykonaniu elementarnej operacji, wtedy wzór (24) można przedstawić jako charakterystykę integralną, a wykres ruchu punktu po nadanej dziedzinie przyjmuje wygląd (rys. 4):

$$F_a(t) = \int_{t_1}^{t_2} p_a dt = a_{ij} \int_{t_1}^{t_2} r_a dt \qquad (25)$$

Funkcja $F_a(t)$ jest funkcją w czasie i oblicza się ją jako powierzchnię zamkniętą krzywą $p = p(t) > 0$, która zależy od stopnia wpływu czynnika. Oddziaływający czynnik wyrażony jest przez współczynnik odchylenia a_{ij} ruchu punktu od nadanej trajektorii w przestrzeni, co prowadzi do zwiększenia zakresu wykorzystywanych zasobów i zmiany planowych terminów wykonania kompleksu operacji.



Rys. 4. Charakterystyka całkowa stanu obiektu w kryterialnej przestrzeni oddziaływającego czynnika

Fig. 4. Integral characteristic of the object condition in the criterial space of the interacting object

Wnioski

Przeprowadzone badania uzmysłowiły możliwość wykorzystania tradycyjnego integralno-różniczkowego obliczania do planowania i prognozy stanu obiektów przemysłowych w funkcji czas – zasoby. Dowiedziono, że w zasadzie możliwe jest transformowanie danych aparatem systemu PERT w zbiór charakterystyk przedstawionych graficznie i efektywne jego wykorzystywanie w zarządzaniu obiektem. Artykuł kończy wieloletnią pracę w tym kierunku i otwiera możliwości przejścia do budowy produktu programowego systemu planowania i kontroli nad obiektem zarządzania na podstawie danej metody.

Bibliografia

1. Ariefiev I.B., Kezling G.B., Kukov B.L.: *Integrirovanije avtomatizirovanije sistiemy upravlienia v maszynostrojenii,* – L: Maszynostrojenie, 1988, s. 23-67.
2. Ariefiev I.B., Novikov M.N.: *Ocenka pieriodicznosti operativnogo kontrolia v socjalno-ekonomiczeskich sistemach upravlenija.* Jezegodnaja nauczno-prakticzeskaja konferencja, Sankt Petersburg 1996, s. 88-91.
3. Ariefiev I.B., Novikov M.N.: *Sravnitielnyj analiz sistemy dwuch I triech ekspertnych ocenok v markietingovych informacionnych sistiemach. Mieżdunarodnyj,* Kongres „Marketing i problemy informatyzacji predprinimatelstva", Sankt Petersburg, 1996, s. 261-264.
4. Ariefiev I.B., Novikov M.N.:*Ocenka sostojania obiekta upravlenija sistiemami kontrolia,* 6 Mieżdunarodnaja konfierencja „Znanija – Dialog – Preszenije", Jałta 1997, s. 325-331, t.2.
5. Novikov M.N.: *Analiz sostojanija obiekta upravlenija sistiemami kontrolia po kriterialnym pokaziteliam. Maszinostrojenije i avtomatizacja proizvodstva.* Meżvyzovskij sbornik. Wyp.10. Sankt Petersburg SZPI 1998, s. 40-45.
6. Novikov M.N.: *Obiekt upravlienija – matematiczeskaja model słoznoj sistemiy. Problemy ekonomiki v uslovijach pieriechoda k rynku. Mieżvuzovskij sbornik.* Sankt Petersburg SZPI 1998, s. 90-96.
7. Novikov M.N.: *Faktoraficzeskij analiz paspoznavanija problemnych situacij v ekonomikie. Niekotoryje problemy ekonomiczeskoj diejstvitielnosti naczała novogo tysiaczileta.* Sbornik naucznych statiej. Sankt Petersburg SZTU 2001, s. 180-190.
8. Kudriavcev L.D.: *Kurs matematiczeskogo analiza.* M: Vysszaja szkola", 1988, t.1., 194 s.

Wpłynęło do redakcji w grudniu 2005 r.

Recenzent
prof. dr hab. inż. Jan Kulczyk

Adresy Autorów
prof. dr hab. inż. Igor B. Ariefiev
Akademia Morska w Szczecinie
Instytut Inżynierii Transportu
ul. H. Pobożnego 11
70 – 507 Szczecin

dr inż. Michail N. Novikov
Politechnika Północno-Zachodnia
Wydział Analizy Systemów i Zarządzania
Sankt Petersburg, Rosja
ul. Milionnaja 5