

**ZESZYTY NAUKOWE NR 5(77)  
AKADEMII MORSKIEJ  
W SZCZECINIE**

---

OBSŁUGIWANIE MASZYN I URZĄDZEŃ OKRĘTOWYCH  
**OMiUO 2005**

---

Jan Roślanowski

**Możliwości diagnozowania pomp wirowych  
za pomocą funkcji wymiarowych**

Słowa kluczowe: pompy wirowe, analiza wymiarowa, parametry diagnostyczne

*W artykule przedstawiono możliwości diagnozowania pracy pomp wirowych za pomocą pomiarów: energii podnoszenia cieczy, wydajności i strat hydraulicznych. Wybrane parametry dają się wyrazić funkcjami wymiarowymi przekształconymi w funkcje liczbowe. Do przekształceń wykorzystano metody analizy wymiarowej. Otrzymane funkcje nadają się do dozoru pracy pomp wirowych w instalacjach okrętowych.*

**The Possibility of Diagnosing an Impeller Pump  
by Means of Dimensional Functions**

Key words: impeller pumps, dimensional analysis, diagnostic parameters

*ThisIn the article ~~has been presented~~ presents ~~the~~ possibilities of ~~y~~ of diagnosing ~~ean~~ impeller pump by means ~~of of the~~ measurement of: ~~energy, liquid's~~ elevation ~~energy~~, delivery of a pump and hydraulic losses ~~was presented~~. The selected ~~ed~~ parameters can ~~be expressed~~ by dimensional functions, which are transformable to algebraic functions. The method of dimensional analysis ~~was have been made~~ used ~~in of~~ the transformations. ~~The obtained As a result~~ functions, ~~which~~ can be used for monitoring the work of ~~an~~ impeller pump in ship installations.*

## Wprowadzenie

Pompami nazywamy maszyny robocze służące do przetłaczania cieczy z obszaru o ciśnieniu niższym do obszaru o ciśnieniu wyższym. Działanie ich opiera się na wykorzystaniu różnicy ciśnień między stroną ssawną, a stroną tłoczną organu roboczego tj. wirnika pompy [2, 5, 8]. Dlatego też można stwierdzić, że pompa stanowi bierną maszynę roboczą, która przenosi energię mechaniczną z jakiegokolwiek zewnętrznego źródła energii na ciecz przez nią przepływającą, czyli powoduje wzrost energii przepływającej przez nią cieczy. Energia ta zużywa się na przetłaczanie cieczy i pokonanie oporów hydraulicznych w przewodzie tłocznym.

Organem roboczym pompy wirowej jest osadzony na obracającym się wale wirnik. Powoduje on zwiększenie krętu cieczy przepływającej przez jego wnętrze. Przyrost energii w pompie wirowej określony jest parametrami konstrukcyjnymi wirnika i jego prędkością obrotową. Natomiast przyrost ciśnienia jest zależny od wydajności.

Ogólny stan techniczny pompy można oceniać po wielkości strat energii mechanicznej przepływającej przez pompę. Ilościowo ujmuje je sprawność hydrauliczna pompy  $\eta_h$  równoważna względnej stracie energetycznej  $\Delta H/H_{th}$ . Są one symptomami diagnostycznymi stanu technicznego pompy. Ponadto symptomem diagnostycznym może być również moc pobierana przez pompę  $N$ . Zbyt duże wartości mocy pobieranej przez pompę mogą świadczyć o nadmiernym wzroście w niej oporów tarcia, co spowodowane może być małymi luzami na pierścieniach bieżnych wirnika, za mocno ściśniętą dławnicą, skrzywieniem osi wału pompy itp.

W budowie pomp wirowych obserwuje się tendencję do zwiększania prędkości obrotowej wirnika, a tym samym i szybkobieżności, w celu zmniejszenia wymiarów pompy i silnika elektrycznego, a dzięki temu obniżenia kosztów inwestycyjnych i eksploatacyjnych [5, 8]. Spowodowało to w pompach nowszej generacji możliwość wystąpienia niszczącego działania kawitacji na szerszą skalę niż w pompach starszych typów. Od charakteru kawitacji zależy w dużej mierze trwałość i niezawodność działania pompy.

### 1. Procedura tworzenia funkcji wymiarowych

Przepływ wody przez pompę odbywa się w polu sił ciężkości. Pole prądu zmienia się w zależności od energii położenia. Wyrażając jednostkową energię  $E = g \cdot H$  przekazywaną cieczy przez wirnik pompy jako wymiarową funkcję wielu zmiennych otrzymamy ogólne równanie fizykalne przepływu:

$$E = g \cdot H = \Phi(\rho, d, n, Q, \nu, k) \quad (1)$$

gdzie:

- $d$  – średnica nominalna wirnika pompy, [m],
- $g$  – przyspieszenie ziemskie, [ $\text{ms}^{-2}$ ],
- $n$  – prędkość obrotowa wirnika, [ $\text{s}^{-1}$ ],
- $H$  – wysokość podnoszenia pompy, [m],
- $Q$  – wydajność pompy (objętościowe natężenie przepływu), [ $\text{ms}^{-1}$ ],
- $\rho$  – gęstość pompowanej cieczy w [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ],
- $\nu$  – współczynnik lepkości kinematycznej cieczy, [ $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ ],
- $k$  – bezwzględna chropowatość ścianek wirnika pompy, [m].

Powyższa wymiarowa funkcja (1) określona jest w przestrzeni wymiarowej  $\Pi$ , której argumenty są również elementami tej przestrzeni. Nie jest to funkcja liczbowa i dlatego też musi spełniać dodatkowe warunki niezmienniczości i jednorodności wymiarowej. Warunki te nie ograniczają funkcji liczbowo-liczbowych tzn. takich, których zarówno argumenty jak i wartość funkcji są wielkościami bezwymiarowymi [1, 3, 6, 7, 9]. Warto nadmienić, że warunek niezmienniczości wynika z możliwości opisu fizycznych wielkości wymiarowych w różnych układach jednostek. W przyjętym układzie jednostek podstawowych miar SI, macierz wykładników potęgowych argumentów funkcji (1) jest rzędu trzeciego. Oznacza to, że w przypadku funkcji wymiarowej (1) trzy wielkości spośród sześciu argumentów są wymiarowo zależne od tych trzech. Dlatego też z funkcji wymiarowej (1) można wybrać argumenty wymiarowo niezależne i oddzielić je od pozostałych tzn. przyjąć bazę wymiarową tej funkcji na dwadzieścia sposobów (kombinacja  $\binom{6}{3}=20$ ). Nie wszystkie przypadkowo przyjęte bazy wymiarowe będą właściwe, co wynika z niezależności wymiarowej układu jednostek: kg, m, s. Za pracami [1, 6] można przyjąć, że najlepszą bazą wymiarową funkcji (1) będą następujące wielkości wymiarowo niezależne:  $g, d, n$ . Po zastosowaniu twierdzenia Buckinghama [1, 6] do funkcji (1) po przyjęciu powyższej bazy wymiarowej otrzymamy następujące równanie:

$$E = g \cdot H = f_0(\Phi_Q, \Phi_\nu, \Phi_k) \cdot d^2 \cdot n^2 \quad (2)$$

gdzie:

- $f_0$  – funkcja liczbowa,
- $\Phi_Q = Q \cdot d^{-3} \cdot n^{-1}$  – wyróżnik wydajności (argument bezwymiarowy funkcji liczbowej  $f_0$ ),
- $\Phi_\nu = \nu \cdot d^{-2} \cdot n$  – wyróżnik oporów lepkości (tarcia wewnętrznego),
- $\Phi_k = k \cdot d^{-1}$  – wyróżnik chropowatości (chropowatość względna).

Wzór (2) można przekształcić do postaci:

$$\Phi_H = f_0 \left( \frac{Q}{d^3 \cdot n}; \frac{\nu}{d^2 \cdot n}; \frac{k}{d} \right) = \frac{g \cdot H}{d^2 \cdot n^2} \quad (3)$$

gdzie:

- $\Phi_H$  – wyróżnik wysokości podnoszenia pompy,
- pozostałe oznaczenia jak wyżej.

Warto zauważyć, że we wzorze (3) nie występuje gęstość cieczy. Stąd wypływa wniosek, iż wysokość podnoszenia pompy nie zależy od gęstości cieczy. Również z powyższej zależności wynika, iż wysokość podnoszenia pompy o średnicy wirnika  $d$  zmienia się proporcjonalnie do kwadratu jego prędkości obrotowej. Ponadto odwrotność wyróżnika wysokości podnoszenia pompy jest jedną z postaci liczby Froude'a, a odwrotność wyróżnika określona jest wzorem:

$$F_r = \frac{1}{\Phi_H} = \frac{d^2 \cdot u^2}{g \cdot H} \approx \frac{u^2}{g \cdot H_{th}} \quad (4)$$

gdzie:

- $u$  – prędkość obwodowa wirnika pompy w [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],
- $H_{th}$  – teoretyczna wysokość podnoszenia pompy,
- pozostałe oznaczenia jak wyżej.

Opór przepływu cieczy spowodowany jej lepkością określa postać liczby Reynoldsa podana wzorem:

$$R_e = \frac{1}{\Phi_\nu} = \frac{d^2 \cdot n}{\nu} \approx \frac{d \cdot n}{\nu} \quad (5)$$

gdzie:

- oznaczenia jak wyżej.

Należy w tym miejscu zaznaczyć, że doświadczalnie stwierdzono, że przy przepływach burzliwych cieczy przez wirnik pompy liczby Reynoldsa charakteryzują się dużymi wartościami, co oznacza, że wpływ lepkości cieczy na charakter przepływu jest znikomy [7, 9]. Dlatego też w równaniu (2) możemy pominąć wyróżnik oporów lepkości  $\Phi_\nu$ , przez co otrzymuje się prostszą postać.

Objętościową wydajność pompy i moc przez nią pobieraną można wyrazić w postaci ogólnych równań fizykalnych będących następującymi funkcjami wymiarowymi:

$$Q = \Psi(\rho, d, n, E, \nu, k) \quad (6)$$

$$N = \zeta(\rho, d, n, Q, v, k) \quad (7)$$

gdzie:

- $Q$  – objętościowa wydajność pompy,  $[\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$ ,
- $N$  – moc pobrana przez pompę,  $[\text{m}^2 \cdot \text{g} \cdot \text{s}^{-3}]$ ,
- oznaczenia jak wyżej.

Funkcje wymiarowe określone wzorami (6) i (7) możemy w podobny sposób, jak w przypadku wzoru (1) i przy przyjęciu tej samej bazy wymiarowej przekształcić do zwykłych funkcji liczbowych o postaci:

$$Q = f_1(\Psi_E, \Psi_v, \Psi_k) \cdot d^3 \cdot n \quad (8)$$

$$N = f_2(\xi_E, \xi_Q, \xi_v, \xi_k) \cdot \rho \cdot d^5 \cdot n^3 \quad (9)$$

gdzie:

$$\Psi_E = \frac{g \cdot H}{d^2 \cdot n^2}, \quad \Psi_v = \frac{v}{d^2 \cdot n}; \quad \Psi_k = \frac{k}{d}$$

- bezwymiarowe argumenty funkcji liczbowej  $f_1$ , tzw. niezmienniki podobieństwa,

$$\xi_E = \frac{g \cdot H}{d^2 \cdot n^2}; \quad \xi_Q = \frac{Q}{d^3 \cdot n}; \quad \xi_v = \frac{v}{d^2 \cdot n}; \quad \xi_k = \frac{k}{d}; \quad \xi_N = \frac{N}{\rho \cdot d^5 \cdot n^3}$$

- bezwymiarowe niezależne funkcji liczbowej  $f_2$ ,
- oznaczenia pozostałych wielkości jak we wzorach poprzednich.

Z powyższych wzorów wynika, że jeżeli w funkcjach wymiarowych przyjęto te same wielkości wymiarowe jako niezależne od pozostałych, to odpowiednie zmienne argumenty ich funkcji liczbowych będą równe tzn.  $\Psi_v = \Phi_v = \xi_v$ . Stąd też ich nazwa – niezmienniki podobieństwa. W literaturze [3, 7, 9] można spotkać inną postać funkcji liczbowej, otrzymaną przy przyjęciu za bazę wymiarową takich wielkości jak:

- gęstości cieczy  $\rho$ ,
- średnicy wirnika  $d$ ,
- energii przekazanej cieczy przez pompę  $E$ .

Zatem funkcja (6) przy tej bazie wymiarowej sprowadza się do liczbowej funkcji o postaci:

$$Q = f_3(\alpha_n, \alpha_v, \alpha_k) \cdot d^2 \cdot \sqrt{E} \quad (10)$$

gdzie:

$$\alpha_n = \frac{n \cdot d}{\sqrt{E}} = \frac{n \cdot d}{\sqrt{g \cdot H}}; \quad \alpha_v = \frac{v}{d \cdot \sqrt{g \cdot H}}; \quad \alpha_k = \frac{k}{d}$$

– bezwymiarowe zmienne niezależne funkcji liczbowej  $f_3$ .

Przy tej postaci (10) liczbowego zapisu funkcji wymiarowej (6) niektóre argumenty przedstawiają tzw. drugą postać odwrotności liczby Reynoldsa (patrz wzór 5) i liczby Froude'a (wzór 4). Warto zaznaczyć, że umowna wartość liczby Reynoldsa, odniesiona do charakterystycznego wymiaru  $d$  i do panującej na obwodzie wirnika o średnicy  $d$  prędkości obwodowej  $u$ , określa charakter przepływu cieczy przez pompę. Natomiast liczba Froude'a określa warunek podobieństwa sił, potrzebnych do podniesienia cieczy na wysokość  $H$ .

W najprostszym przypadku omawiane postacie liczbowe funkcji wymiarowych możemy aproksymować funkcjami liniowymi. Aproksymacje takie podano w tabeli 1.

Tabela 1

Liniowe estymaty funkcji liczbowych: energii podnoszenia cieczy  $H$ , wydajności  $Q$ , mocy  $N$  i strat hydraulicznych  $\Delta H/H_{th}$  w pompie

*Linear estimates of algebraic functions: energy of liquid elevation  $H$ , capacity  $Q$ , power  $N$  and hydraulic losses  $\Delta H/H_{th}$  in a pump*

Lp.	Liniowe estymaty funkcji wymiarowej	Baza wymiarowa
1	$H = A_0 \frac{d^2 \cdot n^2}{g} + B_0 \frac{Q \cdot n}{d \cdot g} + C_0 \frac{n \cdot v}{g} + D_0 \frac{d \cdot k \cdot n}{g}$	$\rho, d, n$
2	$Q = A_1 \cdot d^3 \cdot n + B_1 \frac{g \cdot H \cdot d}{n} + C_1 \cdot v \cdot d + D_1 \cdot d^2 \cdot n \cdot k$	$\rho, d, n$
3	$Q = A_2 \cdot d^2 \sqrt{g \cdot H} + B_2 \cdot n \cdot d^3 + C_2 \cdot d \cdot v + D_2 \cdot d \cdot k \sqrt{g \cdot H}$	$\rho, d, E$
4	$N = A_3 \rho \cdot d^5 n^3 + B_3 \rho \cdot d^3 n g H + C_3 \rho \cdot d^2 n^2 Q +$ $+ D_3 \rho \cdot d^3 n^2 v + E \rho \cdot d^4 n^3 k$	$\rho, d, n$
5	$\frac{\Delta H}{H_{th}} = K + A_4 \frac{Q}{d^3 \cdot n} + B_4 \frac{v}{d^2 \cdot n} + C_4 \frac{k}{d}$	Liczby bezwymiarowe $\Phi_Q = \frac{Q}{d^3 n}; \Phi_v = \frac{v}{d^2 n};$ $\Phi_k = \frac{k}{d}$
$A_i; B_i; C_i; D_i; E; K$ – liczby rzeczywiste wyznaczone na podstawie pomiarów ( $i = 0 \dots 4$ ).		

Należy je traktować jako przybliżone określenie zależności pomiędzy wielkościami opisującymi zjawiska przepływu cieczy przez pompę.

## 2. Diagnostyczne właściwości funkcji wymiarowych

Z analizy wymiarowej pomp wirowych wynika, że wydajność  $Q$ , wysokość podnoszenia  $H$  i prędkość obrotowa  $n$  stanowią podstawowe parametry hydrauliczne pompy. Określają one każdy stan pracy pompy, dlatego też mogą być wykorzystywane jako symptomy diagnostyczne stanu technicznego.

Ponadto jej stan techniczny może być określony niezmiennikami podobieństwa zwanymi wyróżnikami: wydajności  $\zeta_Q$ , wysokości  $\zeta_E$  i mocy  $\zeta_N$ . Wyróżniki te mają stałe wartości, określone wartościami parametrów geometrycznych, kinematycznych i dynamicznych pompy. Oznacza to, że na podstawie odchyień tych wartości dla badanej pompy od wzorcowej, całkowicie sprawnej, będzie można postawić diagnozę o jej stanie technicznym. Uwzględniając wyrażenie (2) i pomijając w określeniu teoretycznej wysokości podnoszenia, lepkość cieczy i chropowatość bezwzględna ścianek wirnika, możemy określić sprawność hydrauliczną ogólnym wzorem:

$$\eta_h = \frac{f_0(\Phi_Q; \Phi_v; \Phi_k)}{f_0(\Phi_Q)} \quad (11)$$

gdzie:

- oznaczenia jak w poprzednich wzorach.

Z wzoru (11) wynika bezpośrednio, że sprawność hydrauliczna pompy zależy od wyróżnika wydajności, liczby Reynoldsa i chropowatości względnej ścian ograniczających ciecz przepływającą przez wnętrze pompy.

Na podstawie wielkości względnych strat energetycznych zachodzących w pompie, można ocenić jej ogólny stan techniczny. Dlatego też jest ona symptomem diagnostycznym pompy wirowej [4]. Całkowite straty energetyczne w pompie można określić na podstawie definicji następująco:

$$\frac{\Delta H}{H_{th}} = 1 - \frac{H_e}{H_{th}} = 1 - \eta_h = 1 - \frac{f_0(\Phi_Q; \Phi_v; \Phi_k)}{f_0(\Phi_Q)} = K + f_4\left(\Phi_Q; \frac{1}{\Phi_v}; \Phi_k\right) \quad (12)$$

gdzie:

- $\Delta H$  – wysokość odpowiadająca stracie energii mechanicznej przy przepływie cieczy przez pompę,
- $K$  – doświadczalnie ustalona wartość stała dla pomp danego typu,
- $H_e$  – efektywna wysokość podnoszenia pompy,

- $H_{th}$  – teoretyczna wysokość podnoszenia,
- $\Delta H/H_{th}$  – względna strata energetyczna w pompie,
- pozostałe oznaczenia jak w poprzednich wzorach.

Badanie zmienności względnych strat energetycznych lub sprawności hydraulicznej  $\eta_h$  sprowadza się do wyznaczenia funkcji  $f_4$ . W celu wyznaczenia analitycznej postaci funkcji liczbowej (12), należy przeprowadzić badania diagnostyczne pompy wirowej w określonych warunkach jej pracy. W oparciu o te pomiary będzie można założyć pewne warunki co do postaci liczbowej funkcji.

### Podsumowanie

Analizując procedury tworzenia funkcji wymiarowych i ich przekształcania w funkcje liczbowe można stwierdzić:

1. Badania diagnostyczne przeprowadza się w określonym z góry celu, jakim jest postawienie diagnozy o stanie technicznym pompy.
2. Konieczne jest, aby funkcja wymiarowa spełniała reguły interpretacji wraz z pojęciami opisującymi procesy robocze pompy.
3. Wybrane wielkości wymiarowe w sposób istotny ingerują w opis stanu technicznego pompy i znacznie zawężają możliwość jego opisu.
4. Stan techniczny pompy można diagnozować takimi parametrami procesu roboczego jak:
  - energią podnoszenia cieczy  $H$ ,
  - wydajnością (objętościową wydajnością przepływu)  $Q$ ,
  - mocą przekazaną cieczy  $N$ ,
  - stratą hydrauliczną  $\Delta H/H_{th}$ .
5. Na podstawie znajomości liniowych estymat funkcji liczbowych podanych w tablicy 1 będzie można postawić diagnozę co do stanu technicznego pompy.
6. Wyniki pomiarów w postaci wymiarowych funkcji diagnostycznych procesu roboczego pompy wirowej w ważnych jej stanach technicznych można gromadzić w tzw. banku informacji.

### Bibliografia

1. Kasprzak W. i inni, *Formalne zasady budowy modelu matematycznego w identyfikacji obiektów*, Archiwum Automatyki i Telemekhaniki 2.4. TXV 1970.
2. Łazarkiewicz S., Troskoleński A. T., *Pompy wirowe*, WNT, Warszawa 1968.



3. Müller L., *Zastosowanie analizy wymiarowej w badaniach modeli*, PWN, Warszawa 1983.
4. Pawłow B. W., *Badania diagnostyczne w technice*, WNT, Warszawa 1967.
5. Praca zbiorowa, *Poradnik inżyniera mechanika*, Tom II, WNT, Warszawa 1969.
6. Roślanowski J., *Metodologia budowy modeli procesów energetycznych zachodzących w okrętowych układach napędowych za pomocą analizy wymiarowej dla potrzeb określania ich cech dynamicznych*, Zeszyt Naukowy WSM w Gdyni, nr 8, Gdynia 1982, s. 41 – 64.
7. Siedow L. S., *Analiza wymiarowa i teoria podobieństwa w mechanice*, WNT, Warszawa 1978.
8. Stępniewski M., *Pompy*, WNT, Warszawa 1978.
9. Zierep J., *Kryteria podobieństwa i zasady modelowania w mechanice płynów*, PWN, Warszawa 1978.

*Wpłynęło do redakcji w styczniu 2005 r.*

#### **Recenzenci**

dr hab. inż. Piotr Bielawski, prof. AM  
dr hab. inż. Cezary Behrendt

#### **Adres Autora**

dr inż. Jan Roślanowski  
Akademia Morska w Gdyni  
Wydział Mechaniczny  
Katedra Materiałów Okrętowych i Technologii Remontów