

**ZESZYTY NAUKOWE NR 2 (74)
AKADEMII MORSKIEJ
W SZCZECINIE**

EXPLO-SHIP 2004

Waldemar Uchacz

**Implementacja modelu Zimmermanna do optymalizacji
ruchu barek przy podejściu do śluzy**

Słowa kluczowe: ruch barek, problemy optymalizacji, rozmyte programowanie liniowe, model Zimmermanna

Odra jest naturalnym szlakiem żeglugowym dla barek obsługujących ruch towarowy między portami Szczecina i Berlina. W związku z planowanym znacznym wzrostem przewozu ładunków po wejściu Polski do Unii Europejskiej, podjęto próbę oceny ograniczeń w ruchu wynikających z przejścia śluzy Hohensaaten, łączącej Odrę z kanałem Odra – Havela. W artykule przedstawiono rozmyty model matematyczny ruchu barek należący do klasy zadań rozmytego liniowego programowania matematycznego, oparte-go na symetrycznym rozmytym modelu Zimmermanna.

**Implementation of Zimmermann's Model for the Optimization
of Barge Traffic Approaching a Lock**

Key words: barge traffic, optimisation problem, fuzzy integer linear programming, Zimmermann's model

Odra is a natural shipping route for barges carrying goods between Szczecin and Berlin harbours. As a significant increase of cargo transport is expected to take place after Poland's accession to the UE, some efforts have been made to estimate the limitations in traffic, resulting from the passage through the Hohensaaten lock, connecting Odra with the Odra–Havel Canal. The article presents a mathematical model of barge traffic, belonging to the fuzzy integer linear programming problems, based on the symmetric model proposed by Zimmermann.

Wstęp

Prognozowany szybki wzrost gospodarki w rejonie Berlina spowoduje znaczne zapotrzebowanie na transport towarów śródlądową drogą wodną pomiędzy polskimi portami Świnoujście i Szczecin a śródlądowymi portami berlińskimi. Przewiduje się, że nastąpi zdecydowany wzrost natężenia ruchu barek i statków typu sea-river w rejonie Dolnej Odry na odcinku port Szczecin wejście do kanału Odra – Havela [1, 3].

Lokalne administracje odpowiadające za ochronę środowiska morskiego oraz przyległych obszarów brzegowych zwracają szczególną uwagę na wprowadzanie nowych zasad regulacji ruchu statków i barek, ponieważ przy znacznym wzroście intensywności ruchu wzrasta zagrożenie środowiska, wynikające z różnego rodzaju wypadków. W takich sytuacjach sprawdzonym rozwiązaniem jest stosowanie systemów VTS (*Vessel Traffic System*). Systemy te na akwenach śródlądowych nie są nowością. Kilka z nich znakomicie sprawdziło się na wodach europejskich, np. funkcjonujący śródlądowy system VTS ujścia Elby w Niemczech.

Problem optymalizacji liniowej a rozmyty model Zimmermanna

Problem podejmowania decyzji wiąże się z sytuacjami decyzyjnymi, które nie pozwalają na ich dowolny wybór. Decyzje zgodne z warunkami ograniczającymi nazywa się decyzjami dopuszczalnymi. Jeżeli zdefiniuje się kryterium wyboru, to decyzja najlepiej spełniająca to kryterium jest decyzją optymalną. Zapisując problem decyzyjny w postaci zależności matematycznych, buduje się model matematyczny. Kryterium wyboru (kryterium optymalizacji) formułuje się poprzez funkcję celu a warunki decyzyjne poprzez układ równań i nierówności. Jeżeli w zadaniu funkcja celu i ograniczenia są liniowe, zmienne decyzyjne ciągle, to zadanie takie należy do klasy liniowych zadań programowania matematycznego.

Zadanie programowania liniowego (PL) w postaci standardowej ma postać:

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (1)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned} \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie: \mathbf{c} oraz \mathbf{x} są n – wymiarowymi rzeczywistymi wektorami kolumnowymi, \mathbf{A} jest macierzą rzeczywistą o wymiarze $m \times n$, \mathbf{b} jest rzeczywistym wektorem kolumnowym o wymiarze m , $\mathbf{0}$ jest wektorem zerowym o wymiarze n . Rozwiązanie problemu polega na znalezieniu wektora $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$ minimalizującego funkcję celu, przy spełnieniu zadanych ograniczeń. Przypadki maksymalizacji funkcji celu, ograniczeń większościowych (równościowych) oraz niedodatnich wartości zmiennych, dają się po przekształceniach sprowadzić do postaci standardowej zadania.

Do rozwiązywania tak postawionych problemów stosuje się narzędzia programowania liniowego, w szczególności metodę simplex. Ze względu na to, że metody rozwiązań tak sformułowanych zadań są bardzo efektywne, wiele nieliniowych problemów jest po nieznaczących uproszczeniach sprowadzana do tej postaci.

Mimo, że za pomocą liniowych modeli programowania matematycznego rozwiązano wiele zadań, to często przy opisie rzeczywistych problemów zarówno sformułowanie funkcji celu, ograniczeń, jak i zakresu wartości zmiennych nie jest dane precyzyjnie. W takich przypadkach można zastosować rozmyty wariant liniowego programowania matematycznego (RPL).

Symetryczny model Zimmermanna [7] jest definiowany następująco:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^T \mathbf{x} &\lesssim b_0 \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie b_0 – przyjęty poziom aspiracji funkcji celu.

W tak sformułowanym zadaniu, funkcja celu nie stanowi kryterium optymalizacji, a jedynie ogranicza zakres dopuszczalnych wartości zmiennych. Dodatkowo, na zmienne nie nakłada się warunku bezwzględnego spełnienia obszaru ograniczeń, natomiast należy dążyć do ich spełnienia w jak największym stopniu.

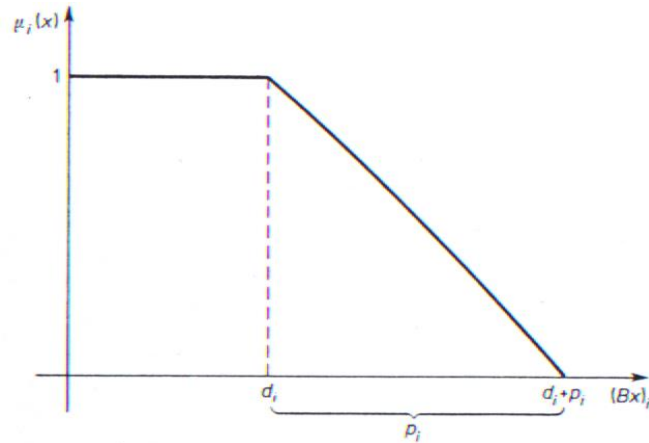
Wprowadzając funkcję przynależności $\mu_i(x)$ oraz $\mu_0(x)$ o postaci (rys. 1):

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } (Ax)_i \leq b_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i} & \text{dla } (Ax)_i > b_i + p_i \\ 0 & \text{dla } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \end{cases} \quad (4)$$

dla $i = 1, \dots, m$ oraz

$$\mu_o(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } c^T x > b_o \\ 1 - \frac{b_o - c^T x}{p_o} & \text{dla } b_o - p_o \leq c^T x \leq b_o \\ 0 & \text{dla } c^T x < b_o - p_o \end{cases} \quad (5)$$

można sprowadzić rozwiązywanie tak postawionego zadania RPL do postaci zadania PL.



Rys. 1. Funkcja przynależności ograniczeń rozmytych zadania PL
Fig. 1. The membership function in LP with fuzzy constraints

Wprowadzając nową zmienną λ , można zapisać:

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & c^T \mathbf{x} \leq b_o - (1 - \lambda) p_o \\ & (\mathbf{A}\mathbf{x})_i \leq \mathbf{b}_i + (1 - \lambda) \mathbf{p}_i \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \\ & \lambda \in \langle 0, 1 \rangle \end{aligned} \quad (6)$$

Rozwiązaniem powyższego układu jest wektor (λ^*, x^*) taki, który maksymalizuje funkcję celu, przy zachowaniu ograniczeń uwzględniających przedstawione funkcje przynależności.

Model optymalizacyjny

Ważnym elementem systemu kierowania ruchem barek jest dostosowanie prędkości ruchu jednostek tak, by z wyprzedzeniem koordynować możliwość śluzowania. Tego rodzaju dostosowanie prędkości ma również aspekt ekonomiczny, ponieważ można ograniczyć prędkość jednostki a tym samym zużycie paliwa na kilkudziesięciokilometrowych odcinkach torów wodnych, wprowadzając jednostkę do śluzy bez wielogodzinnego oczekiwania na specjalnych miejscach postojowych. Przyjęto założenie, że przyszłe centrum nadzorujące sytuację na akwenu i kierujące ruchem posiada informację o jednostkach planujących śluzowanie: czasach gotowości do wejścia na tor, długościach zestawów barkowych, itp. Aby ograniczyć czasy oczekiwania barek na śluzowanie, zbudowano model optymalizacyjny, pozwalający na obliczenie optymalnych czasów postojów barek, ewentualnie wyznaczenie prędkości ruchu tak, by minimalizować sumaryczny czas oczekiwania wszystkich barek.

Model optymalizacyjny zbudowano przyjmując następujące oznaczenia [6]:

- zmienne:

t_i^0 – czas oczekiwania na wejście na tor barki i -tej,

t_i^x – czas przejścia toru przez barkę i -tą,

t_i^d – czas oczekiwania na dalbowisku przez barkę i -tą;

- stałe związane z barką:

T_i^0 – czas zgłoszenia barki do włączenia się do ruchu,

L_i – długość zestawu barkowego,

v_i^{\min} – minimalna prędkość i -tej barki na torze,

v_i^{\max} – maksymalna prędkość i -tej barki na torze,

c_i^0 – waga zmiennej t_i^0 w funkcji celu,

c_i^d – waga zmiennej t_i^d w funkcji celu,

a_{ij} – zmienna binarna, przyjmuje wartość 0, gdy barka i -ta służy w j -tym otwarciu śluzy, przyjmuje wartość 1 w każdym innym przypadku;

- pozostałe stałe:

L_s – długość śluzy,

L_t – długość toru,

T_j^s – godzina j -tego otwarcia śluzy,

n – liczba analizowanych barek, $i = 1, \dots, n$;

- m – liczba analizowanych otwarć słuzy, $j = 1, \dots, m$;
 M – stała, dostatecznie duża liczba.

Można zapisać model w postaci:

funkcja celu

$$FC = \min \sum_{i=1}^n (c_i^0 t_i^0 + c_i^d t_i^d) \quad (7)$$

przy ograniczeniach:

$$T_i^0 + t_i^0 + t_i^x + t_i^d \leq T_j^s + Ma_{ij} \quad (8)$$

$$T_j^s - Ma_{ij} \leq T_i^0 + t_i^0 + t_i^x + t_i^d \quad (9)$$

$$(v_i^{\max})^{-1} L_t \leq t_i^x \quad (10)$$

$$t_i^x \leq (v_i^{\min})^{-1} L_t \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} L_i \leq L_s \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} = m - 1 \quad (13)$$

gdzie:

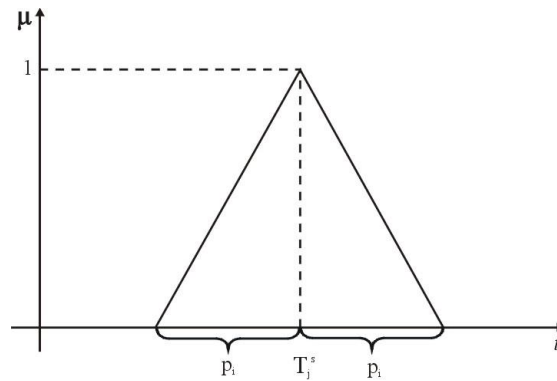
$$a_{ij} - \text{binarne}; t_i^0, t_i^x, t_i^d \geq 0 \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m.$$

Przyjęto nieujemność wszystkich zmiennych.

W założeniach modelu przyjęto, że czasy otwarcia słuzy T_j^s dane są precyzyjnie i nie podlegają zakłóceniom. W rzeczywistości, z oczywistych względów (różny czas wprowadzania jednostek do słuzy ze względu na ich liczbę, wielkość, itp.), moment otwarcia słuzy będzie wahał się wokół wartości średniej T_j^s . Odchylenia mogą dotyczyć zarówno opóźnienia, jak i wcześniejszego czasu otwarcia słuzy. Powstaje pytanie, jak przy uwzględnieniu rozmytego czasu T_j^s rozwiązywać problem optymalizacji ruchu jednostek. Jakie będą skutki

w wyznaczeniu optymalnych prędkości ruchu jednostek? W sposób oczywisty odpowiedź na te pytania zależy od funkcji przynależności czasu T_j^s .

Aby zbadać charakter skutków rozmycia czasów otwarcie śluzy, przyjęto funkcję przynależności odcinkami liniową (rys. 2).



Rys. 2. Funkcja przynależności T_j^s

Fig. 2. The membership function of T_j^s

Przy tym założeniu, model opisany równaniami (7) – (13) można sprowadzić do modelu postaci Zimmermanna [7] w sposób następujący:

funkcja celu

$$FC = \max \lambda \quad (14)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{i=1}^n (c_i^0 t_i^0 + c_i^d t_i^d) \leq FC_0 \quad (15)$$

$$T_i^0 + t_i^0 + t_i^x + t_i^d \leq T_j^s + Ma_{ij} + (1 - \lambda) p_i \quad (16)$$

$$T_j^s - Ma_{ij} - (1 - \lambda) p_i \leq T_i^0 + t_i^0 + t_i^x + t_i^d \quad (17)$$

$$(v_i^{\max})^{-1} L_t \leq t_i^x \quad (18)$$

$$t_i^x \leq (v_i^{\min})^{-1} L_t \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} L_i \leq L_s \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} = m - 1 \quad (21)$$

gdzie:

p_i – wartość rozmycia czasu otwarcia śluzy,

$\lambda \in \langle 0,1 \rangle$ – zmienna,

FC_0 – poziom aspiracji funkcji celu.

W modelu (14) – (21) nie poszukuje się optymalnych wartości zmiennych t_i^0 , t_i^d . Uzyskanie ich najlepszych wartości gwarantuje się przez przyjęcie odpowiedniego poziomu aspiracji w ograniczeniu (15). Maksymalizacja zmiennej λ (funkcja celu), oznacza dążenie do zawężania obszaru ograniczeń postaci (16) – (17), do postaci nierówności (8) – (9).

Wyniki badań i wnioski

Przedstawiony model i przykładowe rozwiązania pokazują, że rozmycie tradycyjnych modeli matematycznych przybliża je do rzeczywistości. Z drugiej strony, dopuszczenie rozmytego obszaru dopuszczalnego dla wartości zmiennych ułatwia i przyspiesza uzyskiwanie wyników. Jak zawsze, problemem pozostaje właściwy dobór (wyznaczenie) funkcji przynależności liczb rozmytych, a w rozważanych przypadkach – funkcji odcinkami liniowej – parametru p_i , dla którego $0 < \lambda < 1$.

Ruch barek na odcinku Szczecin – śluza nie podlega regulacji. Barki dokonują odprawy granicznej w Widuchowej (704 kilometr toru). Ruch barek i praca śluzy odbywa się w godz. 6:00 – 22:00. Na odcinku Berlin – śluza ruch jest odcinkami wahadłowy i regulowany odcinkami czasu, pozwalającymi na ruch w jedną bądź w drugą stronę. Barki śluzowane są w kolejności zgłoszeń. Kolejność może zostać naruszona w sytuacji, gdy do śluzy może zostać wprowadzona dodatkowo mniejsza (mniejsze) barka.

Do oceny wpływu rozmycia parametru T_j^s na uzyskiwane wyniki, przeprowadzono obliczenia na przykładzie, który w postaci nierozmytego zadania programowania liniowego przedstawiony został w artykule [6]. Rozważano trzy barki oczekujące na przejście śluzy ($n = 3$), przy dwóch otwarciach śluzy ($m = 2$).

Przyjęto, że barki zgłaszają zamiar śluzowania (T_i^0) w momencie ukończenia odprawy w Widuchowej, następnie poruszają się ruchem jednostajnym

z obliczoną prędkością. Średnia prędkość, jaką poruszają się barki wynosi 10 km/h. Przyjęto $v_i^{\min} = 8$ km/h, $v_i^{\max} = 12$ km/h. Długość odcinka Widuchowa – śluza Hohensaaten wynosi $L_t = 37$ km. Długość śluzy $L_s = 170$ m.

Rozważano wariant, w którym przyjęto: $T_1^0 = T_2^0 = T_3^0 = 8:00$, $L_1 = 70$ m, $L_2 = 144$ m, $L_3 = 70$ m, $T_1^s = 12:00$, $T_2^s = 13:00$, $c^0 = c^d = 1$. Wartość funkcji celu zadania nierozmytego postaci (7) – (13) dla tych danych wynosi $FC = 0:22:30$ min.

W tabeli 1 przedstawiono wyniki uzyskane dla różnych wartości stopnia rozmycia $T_j^s : p = 5, 10, 15$ i 20 min. Dla każdego z tych przypadków rozważano różny stopień poziomu satysfakcji funkcji celu (15): 22:30 min, 20:00 min, 17:30 min, 15:00 min, 12:30 min i 10:00 min. Wyniki przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Wyniki analizy poszczególnych wariantów
The results of analysis of the particular variants

FC_0 [min]	p_i [min]	$t_1^0 + t_1^d$ [min]	$t_2^0 + t_2^d$ [min]	$t_3^0 + t_3^d$ [min]	t_1^x [h]	t_2^x [h]	t_3^x [h]	λ
	0	0	22:30	0	4:00:00	4:37:30	4:00:00	1
22:30	5	0	22:30	0	4:00:00	4:37:30	4:00:00	1
	10	0	22:30	0	4:00:00	4:37:30	4:00:00	1
	15	0	22:30	0	4:00:00	4:37:30	4:00:00	1
	20	0	22:30	0	4:00:00	4:37:30	4:00:00	1
20:00	5	0	19:48	0	3:57:20	4:37:30	3:57:20	0,46
	10	0	19:48	0	3:57:20	4:37:30	3:57:20	0,73
	15	0	19:48	0	3:57:20	4:37:30	3:57:20	0,82
	20	0	19:48	0	3:57:20	4:37:30	3:57:20	0,87
17:30	5	0	17:30	0	3:55:00	4:37:30	3:55:0	0
	10	0	17:30	0	3:55:00	4:37:30	3:55:0	0,50
	15	0	17:30	0	3:55:00	4:37:30	3:55:0	0,69
	20	0	17:30	0	3:55:00	4:37:30	3:55:0	0,75
15:00	5	–	–	–	–	–	–	–
	10	0	15:00	0	3:52:30	4:37:30	3:52:30	0,25
	15	0	15:00	0	3:52:30	4:37:30	3:52:30	0,50
	20	0	15:00	0	3:52:30	4:37:30	3:52:30	0,62
12:30	5	–	–	–	–	–	–	–
	10	0	12:30	0	3:50:00	4:37:30	3:50:0	0
	15	0	12:30	0	3:50:00	4:37:30	3:50:0	0,33
	20	0	12:30	0	3:50:00	4:37:30	3:50:0	0,49
10:00	5	–	–	–	–	–	–	–
	10	–	–	–	–	–	–	–
	15	0	10:00	0	3:47:30	4:37:30	3:47:30	0,17
	20	0	10:00	0	3:47:30	4:37:30	3:47:30	0,37

W wierszu tabeli dla $p_i = 0$ zamieszczono wyniki uzyskane dla zadania nierozmytego. W stosunku do nich widać istotną zależność od przyjętego poziomu satysfakcji funkcji celu FC_0 . Dla $FC_0 = 15$ min i $p_i = 5$ min, $FC_0 = 12:30$ min i $p_i = 5$ min oraz $FC_0 = 10$ min i $p_i = 5$, 10 min nie można znaleźć rozwiązania. Jest to problem przekształcenia zadania PL do postaci zadania RPL (doboru oszacowania wartości funkcji celu). Wzrost p_i – stopnia rozmycia T_j^s zwiększa obszar rozwiązań dopuszczalnych. Przy zadanym poziomie satysfakcji FC_0 skutkuje to wzrostem optymalizowanej wartości λ w zadaniu RPL. $\lambda = 1$ oznacza postać zadania nierozmytego, $\lambda = 0$ oznacza konieczność poszukiwania rozwiązania w całym rozmytym obszarze dopuszczalnym. Naliczenie czasu oczekiwania $t_i^O + t_i^d$ dotyczy tylko barki drugiej ($t_2^O + t_2^d$) – wynika to z warunków zadania.

Wyniki modelu rozmytego wskazują na możliwą elastyczność w doborze parametrów ruchu jednostek. Model ten może być wygodnym narzędziem optymalizacji ruchu barek na odcinku Dolnej Odry przy podejściu do śluzy Hohensaaten, gdy akwen ten zostanie objęty systemem nadzoru i regulacji ruchu.

Literatura

1. Jagniszczak I., *Systemy sterowania i zarządzania ruchem statków*, Studia nr 37, WSM Szczecin, 2001.
2. Jagniszczak I., Uchacz W., *Model symulacyjny ruchu barek w rejonie Dolnej Odry*, Zeszyty Naukowe nr 65, WSM Szczecin, 2002.
3. Jagniszczak I., Uchacz W., *Koncepcja systemu regulowania dwiżenija sudow i barż na uczastkie Szczecin – Kanal Oder Havela – Berlin*, Konferencja APS 2002, St. Petersburg, 2002.
4. Kacprzyk J., *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, PWN, Warszawa, 1986.
5. Uchacz W., Jagniszczak I., *Badanie modelem symulacyjnym odcinka śluzy w rejonie Dolnej Odry*, „Inżynieria Morska i Geotechnika”, nr 6/2002 Gdańsk 2002.
6. Uchacz W., *Model optymalizacyjny ruchu barek przy podejściu do śluzy*, Zeszyty Naukowe nr 70, WSM, Szczecin 2003.
7. Zimmermann H.J., *Description and optimization of fuzzy systems*, Int. J.Gen. Syst., 1976.
8. Zorychta K., Ogryczak W., *Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe*, WNT, Warszawa, 1981.

Wpłynęło do redakcji w lutym 2004 r.

Recenzenci

prof. dr hab. inż. Józef Sanecki
dr hab. inż. Wiesław Galor, prof. AM

Adres Autora

dr inż. Waldemar Uchacz
Akademia Morska w Szczecinie
Instytut Nawigacji Morskiej
ul. Wały Chrobrego 1-2, 70-500 Szczecin