

**ZESZYTY NAUKOWE NR 1(73)
AKADEMII MORSKIEJ
W SZCZECINIE**

EXPLO-SHIP 2004

Jacek Kaczmarek, Grzegorz Nicewicz,
Zbigniew Idzi

**Identyfikacja wybranych własności reologicznych
wibroizolatorów gumowych**

Słowa kluczowe: wibroizolatory, wibroizolacja, własności reologiczne, identyfikacja

Przedstawiono metody identyfikacji niektórych własności reologicznych wibroizolatorów gumowych, niezbędnych w procesie modelowania MES, umożliwiającej analizowanie m.in. zagadnień nieliniowych w stanach ustalonych i przejściowych pracy wibroizolowanych konstrukcji.

**The Identification of Selected Rheological Properties
of Vibration Mounts for Vibration Isolation Systems**

Key words: vibration mounts, vibration isolation, rheological properties, identification

Identification methods of some rheological properties of vibration mounts for vibration isolation systems are presented. The identification enables simulation of nonlinear problems in vibration isolation systems in steady and transient operational states by means of the finite element method.

Wstęp

Znaczna część maszyn, m.in. okrętowych o dużej dynamiczności, jest posadawiana elastycznie, w celu obniżenia wartości sił przenoszonych z maszyny na fundamenty. Jako elastyczne podkładki stosuje się często wibroizolatory gumowe, ze względu chociażby na bardzo dobre własności tłumiące i niską cenę.

Optymalny dobór wibroizolatorów wymaga znajomości ich parametrów sprężysto-tłumiących. Ze względu na stosunkowo niewielką na ogół masę wibroizolatorów w stosunku do masy wibroizolowanej maszyny, zastępowano dotychczas najczęściej wibroizolatory modelem o parametrach skupionych. Obecnie dostępne programy obliczeniowe MES, umożliwiają budowanie modeli ciągłych trójwymiarowych, uwzględniających rzeczywiste własności reologiczne. W niektórych pracach [2, 3, 7] są przedstawiane sposoby analityczne wyznaczania własności sprężysto-tłumiących wibroizolatorów gumowych, jednak na podstawie własnych badań i ocen zawartych w literaturze [7, 9] można stwierdzić, że otrzymane modele, nie zapewniają wystarczającej dokładności obliczeń. Najdokładniejszą ocenę własności wibroizolatorów można uzyskać na podstawie badań doświadczalnych rzeczywistych konstrukcji.

Celem artykułu jest przedstawienie metod identyfikacji niektórych własności reologicznych wibroizolatorów gumowych, niezbędnych w procesie modelowania MES, umożliwiającej analizowanie m.in. zagadnień nieliniowych w stanach ustalonych i przejściowych pracy wibroizolowanych konstrukcji.

1. Model wibroizolatora

W metodzie MES możliwe jest modelowanie dowolnych trójwymiarowych obiektów masowych. Ponieważ w większości wibroizolatory wykonywane są jako symetryczne, przyjmuje się więc ciągły model wibroizolatora osiowosymetrycznego. Zakłada się ponadto izotropię własności mechanicznych modelu. Przyjmuje się, że w ogólności model wibroizolatora jest nieliniowy.

Przy odkształceniach jednostkowych statycznych, nie przekraczających na ogół 0,1, potencjał wysokoelastyczny odkształconej próbki gumowej można przedstawić w postaci [1, 7, 8]:

$$W(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z) = 0,5G(\lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 - 3) \quad (1)$$

gdzie:

$\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ – stopnie odkształcenia w trzech wzajemnie prostopadłych kierunkach x, y, z :

$$\lambda_i = \frac{h_i}{h_{i0}} = \frac{h_{i0} + \varepsilon_i h_{i0}}{h_{i0}} = 1 + \varepsilon_i \quad (2)$$

gdzie:

- h_i, h_{i0} – długość elementu po i przed odkształceniem w i -tym kierunku,
- ε_i – odkształcenie jednostkowe w i -tym kierunku,
 $\varepsilon_i > 0$ dla rozciągania i $\varepsilon_i < 0$ dla ściskania,
- G – moduł sprężystości poprzecznej Kirchhoffa.

W stanie jednoosiowego symetrycznego, statycznego rozciągania lub ściskania materiału nieściśliwego (liczba Poissona $\approx 0,5$; $E \approx 3G$) [1, 7]:

$$\lambda_x = \lambda, \lambda_y = \lambda_z = \lambda^{-0,5} \quad (3)$$

$$W = 0,5G \left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3 \right) \quad (4)$$

i naprężenia normalne σ_x w kierunku x :

$$\sigma_x = \sigma = \frac{\partial W}{\partial \lambda} = G \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (5)$$

lub wyrażone za pomocą odkształcenia jednostkowego ε :

$$\sigma_x = \sigma = G \frac{3\varepsilon(1+\varepsilon) + \varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^2} \quad (6)$$

a przy pominięciu małej $\varepsilon^3/(1+\varepsilon)^2$ wyższego rzędu (z błędem nie przekraczającym 0,5% przy maksymalnym odkształceniu $\varepsilon = \pm 0,1$):

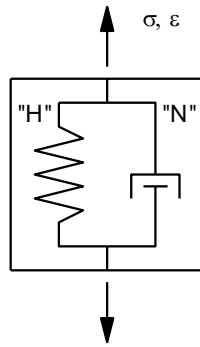
$$\sigma_x = \sigma = G \frac{3\varepsilon}{1+\varepsilon} = E \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \quad (7)$$

W przypadku obciążeń dynamicznych własności reologiczne gumy dobrze odzwierciedla model lepkosprężystego ciała Kelvina-Voigta [6], jako złożenie równoległe ciała sprężystego Hooke'a i ciała lepkiego Newtona (rys. 1). Pomija się wpływ temperatury i czasu na parametry modelu. Reologiczne równanie stanu modelu wibroizolatora przyjmuje pierwotnie postać nieliniową:

$$\sigma = \sigma_H + \sigma_N = E(\varepsilon, \nu) \cdot \varepsilon + \mu(\varepsilon, \nu) \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (8)$$

gdzie:

- E – zachowawczy moduł Younga sprężystości podłużnej [N/m²],
- μ – lepkość kinetyczna materiału wibroizolatora [Ns/m²].



Rys. 1. Reologiczny model Kelvina-Voigta wibroizolatora gumowego:
 σ, ε – naprężenie normalne i odkształcenie jednostkowe podłużne
 Fig. 1. Kelvin-Voigt's rheological model of a rubber vibration mount

Zastosowanie w badaniach wymuszenia sinusoidalnego o niewielkiej amplitudzie ε_0 i zmienianej sekwencyjnie częstości ν , powoduje, że równanie stanu modelu wibroizolatora, wyrażone za pomocą zmiennej zespolonej, przyjmuje postać liniową [4]:

$$\bar{\sigma}(j\nu) = E \left(1 + j \frac{\mu\nu}{E} \right) \varepsilon_0 e^{j\nu t} = E(1 + j\eta(\nu)) \varepsilon_0 e^{j\nu t} \quad (9)$$

gdzie:

- $j = \sqrt{-1}$ – jednostka urojona,
- $\mu\nu/E = \eta(\nu)$ – współczynnik strat materiału wibroizolatora,
- $E(1 + j\eta(\nu)) = \bar{E}(j\nu)$ – zespolony moduł sprężystości podłużnej ciała.

Identyfikowanymi parametrami przyjętego modelu wibroizolatora są więc: moduł zachowawczy E i współczynnik strat η , jako funkcje odkształcenia ε i częstości ν wymuszenia sinusoidalnego.

2. Metody identyfikacji parametrów modelu wibroizolatora

W celu wyznaczenia statycznych wartości modułu E i współczynnika strat η , wykonuje się statyczną próbę ściskania wibroizolatora w taki sposób, aby były zachowane rzeczywiste warunki pracy wibroizolatora, w tym przypadku przywulkanizowanie powierzchni roboczych gumy do płytek stalowych. Dostępne wyniki badań [5] potwierdzają bowiem silną zależność przebiegu próby ściskania gumy od stanu powierzchni dociskowych (czy są suche, posmarowane czy przywulkanizowane). Stąd nie można wykorzystać wyników badań elementów gumowych, prowadzonych na podstawie istniejących norm [5, 10, 11, 12], gdyż w badaniach tych zakłada się ślizgową współpracę powierzchni.

W próbie ściskania (jak i rozciągania) już przy odkształceniach rzędu kilku procent (zakłada się graniczne odkształcenia 10%) istnieje zasadnicza trudność określenia rzeczywistej wartości A powierzchni ściskanego (lub rozciąganego) elementu. Stąd wprowadza się definicję umownego naprężenia σ_0 :

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0} \quad (10)$$

gdzie:

F – siła ściskająca [N],

A_0 – powierzchnia początkowa przekroju [m²].

Ponieważ dla materiału nieściśliwego:

$$Ah = A_0h_0 \quad \text{czyli} \quad A = A_0 \frac{h_0}{h} \quad (11)$$

stąd naprężenie rzeczywiste σ :

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \cdot \frac{h_0}{h} = \sigma_0 \lambda \quad (12)$$

a po uwzględnieniu (7):

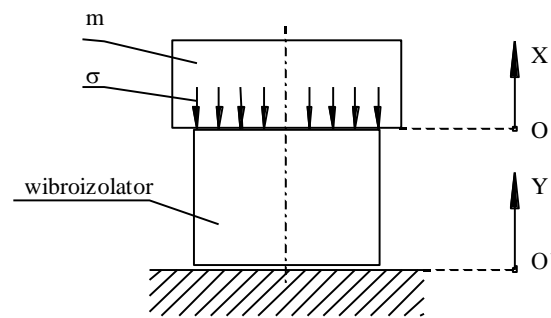
$$E \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} = \sigma_0 \lambda = \sigma_0 (1 + \varepsilon) \quad (13)$$

i przekształceniu, otrzymuje się wzór identyfikacyjny zachowawczego modułu Younga przy obciążeniach statycznych:

$$E(\varepsilon, \nu = 0) = \sigma_0 \frac{(1 + \varepsilon)^2}{\varepsilon} \approx \frac{F}{A_0} \frac{1 + 2\varepsilon}{\varepsilon} \quad (14)$$

Współczynnik strat $\eta(\varepsilon, \nu = 0)$ przy obciążeniach statycznych wyznacza się na podstawie pętli histerezy odkształcenia, otrzymanej podczas dociążania i odciążania wibroizolatora, w sposób omówiony w normie [10].

Do identyfikacji parametrów wibroizolatora przy obciążeniach dynamicznych wykorzystuje się, opisaną szczegółowo w pracy [4], metodę opartą na pomiarze transmitancji widmowej wąskopasmowej modelu wibroizolacji przemieszczeniowej, zawierającym badany wibroizolator (rys. 2).



Rys. 2. Model wibroizolacji przemieszczeniowej z badanym wibroizolatorem o polu powierzchni obciążonej A_0 i wysokości h_0 w stanie nieobciążonym; m – masa dołączona do badanego wibroizolatora; σ – naprężenie normalne na powierzchni obciążonej wibroizolatora

Fig. 2. A vibration isolation system model with the examined vibration mount of cross-sectional area A_0 and height h_0 in the released condition

Wzory identyfikacyjne parametrów modelu wibroizolatora przy obciążeniu sinusoidalnym zmiennym z częstotliwością ν są postaci [4]:

$$E(\varepsilon \approx 0, \nu) = \frac{m \nu^2 h_0}{A_0} \frac{|\bar{G}(j\nu)|^2 - |\bar{G}(j\nu)| \cos \varphi}{\left(|\bar{G}(j\nu)| \cos \varphi - 1\right)^2 + |\bar{G}(j\nu)|^2 \sin^2 \varphi} \quad (15)$$

$$\eta(\varepsilon \approx 0, \nu) = - \frac{|\bar{G}(j\nu)| \sin \varphi}{|\bar{G}(j\nu)|^2 - |\bar{G}(j\nu)| \cos \varphi} \quad (16)$$

gdzie:

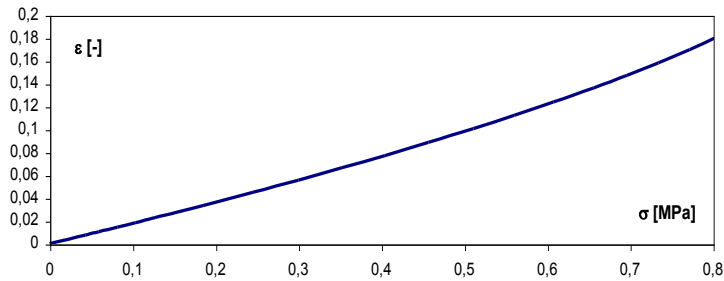
$|\bar{G}(j\nu)|$ – moduł transmitancji $\bar{G}(j\nu) = \bar{x}(j\nu) / \bar{y}(j\nu)$,

φ – faza transmitancji, czyli kąt fazowy opóźnienia odpowiedzi względem wymuszenia.

3. Badania eksperymentalne

Badaniom identyfikacyjnym poddano wibroizolator cylindryczny, wykonany z kauczuku naturalnego o twardości około 60° Sh, o wymiarach w stanie nieobciążonym: Φ 69,7 mm; $h_0 = 44,8$ mm, o gęstości około 1250 kg/m³. Do powierzchni czołowych były przywulkanizowane płytki stalowe o średnicy równej średnicy elementu gumowego i o grubości 2,8 mm.

Statyczną próbę ściskania przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej typu ZDM-2,5, o zakresie pomiarowym 500 daN i dokładności odczytu siły 1 daN. Odkształcenia wibroizolatora wzdłuż działającego obciążenia rejestrowano z dokładnością 0,01 mm. Wykres statycznej próby ściskania przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Zależność wartości odkształcenia statycznego ε od wartości rzeczywistych naprężeń normalnych ściskających σ w próbie ściskania badanego wibroizolatora (według 12)

Fig. 3. The relationship between the unit strain ε and the normal stress σ obtained in a compression test of the examined vibration mount (according to 12)

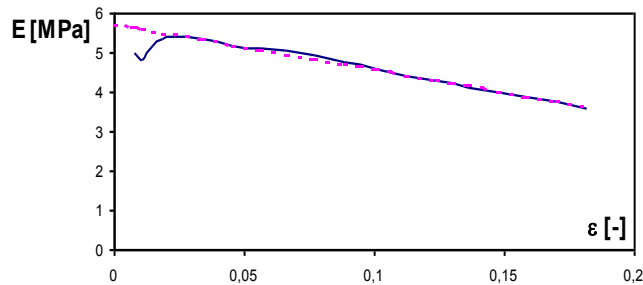
Wartości modułu zachowawczego $E(\varepsilon, \nu = 0)$ wyznaczono na podstawie wzoru identyfikacyjnego (14). Wyniki podano na rysunku 4.

Na podstawie analizy zależności wartości modułu zachowawczego E od wartości odkształcenia statycznego ε , przyjęto hipotezę o liniowości funkcji regresji $E(\varepsilon) = m\varepsilon + b$, i wyznaczono ją w postaci:

$$E(\varepsilon) = -11,426 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon + 5,71 \cdot 10^6 \quad (17)$$

Punkt początkowy funkcji określa wartość modułu zachowawczego dla odkształcenia $\varepsilon = 0$:

$$E(\varepsilon = 0) = 5,71 \text{ MPa} \quad (18)$$



Rys. 4. Zależność wartości modułu zachowawczego E od wartości odkształcenia statycznego ε badanego wibroizolatora; linią kreskową zaznaczono funkcję regresji $E(\varepsilon)$; przy jej wyznaczaniu pominięto trzy początkowe punkty pomiarowe, wyraźnie odbiegające od ogólnego trendu funkcji

Fig. 4. The relationship between the modulus E and the unit strain ε for the examined vibration mount (solid line) and a graph of the regression function $E(\varepsilon)$ (dashed line)

Zmniejszanie się wartości modułu Younga wraz ze wzrostem odkształcenia jest zgodne z ogólną teorią mechaniki polimerów. Wzrostowi odkształcenia wibroizolatora towarzyszy bowiem zmniejszanie się stosunku powierzchni obciążonej do powierzchni swobodnej, zmniejszanie się tym samym składowej sprężystej i wzrost składowej konformacyjnej przekształcenia łańcuchów monomerów [1, 7].

Błędy oceny funkcji regresji $E(\varepsilon)$ przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Standardowe błędy oceny współczynników funkcji regresji Δm , Δb i funkcji regresji ΔE oraz współczynnik korelacji r zmiennych E i ε

Standard deviations of the regression function factors Δm , Δb and the regression function ΔE and the correlation coefficient r of the variables E and ε

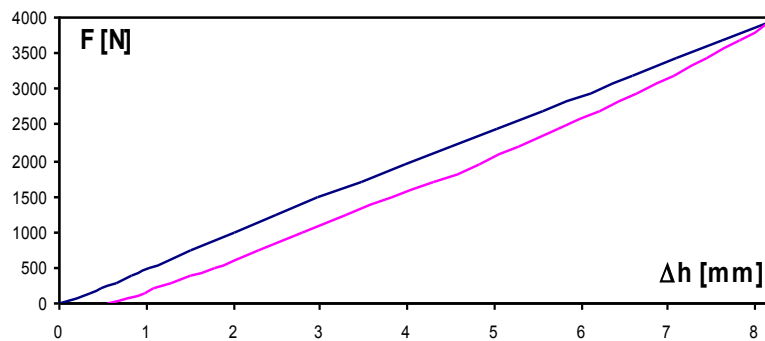
Rodzaj błędu	Δm [MPa]	Δb [MPa]	ΔE [MPa]	r [-]
Wartość błędu	0,31	0,03	0,064	0,99

Współczynnik strat η przy statycznym działaniu obciążenia wyznacza się zgodnie z normą PN-87/C-04289, na podstawie pętli histerezy mechanicznej otrzymanej podczas próby ściskania wibroizolatora (rys. 5). Zachowane zostają oczywiście rzeczywiste warunki pracy wibroizolatora, tzn. przywulkanizowanie jego powierzchni czołowych (dociskowych). Statyczny współczynnik strat określa się według wzoru:

$$\eta(v=0) = \frac{1}{2\pi} \frac{L_{sc} - L'_{sc}}{L_{sc}} = \frac{1}{2\pi} \frac{L_h}{L_{sc}} \quad (19)$$

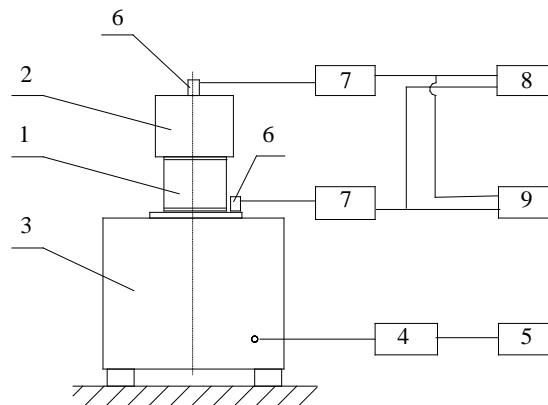
gdzie:

L_h – różnica pracy L_{sc} wykonanej podczas zwiększania odkształcenia i pracy L'_{sc} wykonanej podczas zmniejszania odkształcenia, odpowiadająca polu pętli histerezy.



Rys. 5. Pętla histerezy mechanicznej badanego wibroizolatora, przy statycznym działaniu obciążenia ściskającego: F – siła ściskająca, Δh – odkształcenie bezwzględne wibroizolatora

Fig. 5. A hysteresis loop of the examined vibration mount



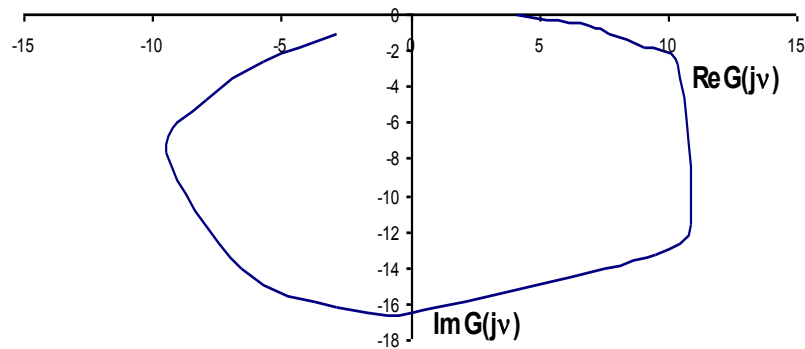
Rys. 6. Schemat stanowiska doświadczalnego do badań dynamicznych wibroizolatora: 1 – badany wibroizolator, 2 – masa dodatkowa o wartości $m = 1,19$ kg, 3 – wzбудnik elektromagnetyczny drgań sinusoidalnych VEB RFT typ 11022, 4 – wzmacniacz mocy VEB typ LV102, 5 – generator drgań sinusoidalnych firmy B&K typ 1621, 6 – czujniki piezoelektryczne firmy B&K typ 4333 i 4343, 7 – przedwzmacniacze firmy B&K typ 2635, 8 – oscyloskop Radiotechnika Wrocław typu OKD-514A, 9 – miernik poziomu amplitudy i fazy firmy HP typu 3575A

Fig. 6. A diagram of the measuring stand for vibration mount dynamical testing

Na podstawie planimetrowania krzywych dociążania i odciążania wyznaczono średnią wartość statycznego współczynnika strat:

$$\eta(\nu = 0) = 0,249 \quad (20)$$

Do identyfikacji modułu Younga i współczynnika strat badanego wibroizolatora przy obciążeniach dynamicznych wykorzystano, wyznaczoną dla układu wibroizolacji przemieszczeniowej (przedstawionego schematycznie na rys. 6), transmitancję $\bar{G}(j\nu)$ pokazaną na rysunku 7.



Rys. 7. Wykres transmitancji modelu wibroizolacji przemieszczeniowej z badanym wibroizolatorem i masą dołączoną $m = 1,19$ kg

Fig. 7. A graph of transmittance for the vibration isolation system model with the examined vibration mount and additional mass $m = 1.19$ kg

Na podstawie wzorów identyfikacyjnych (15) i (16) wyznaczono wartości modułu zachowawczego E i współczynnika strat η wibroizolatora dla badanego zakresu częstotliwości f siły wymuszającej. Wyniki przedstawiono na rysunkach 8 i 9.

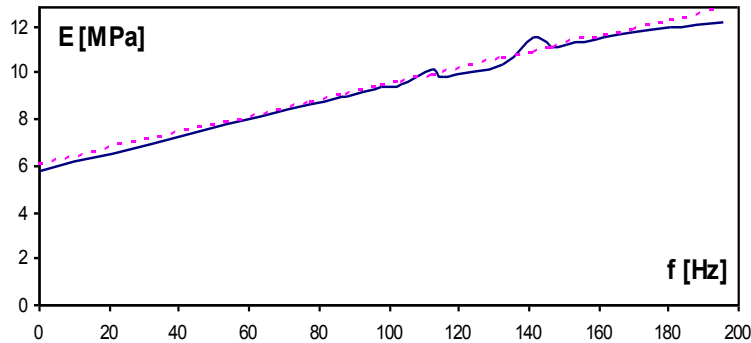
Obserwuje się, zgodny z ogólną teorią własności mechanicznych polimerów, wzrost modułu zachowawczego E i współczynnika strat η wibroizolatora, przy wzroście częstotliwości f wymuszenia sinusoidalnego.

Przyjęto hipotezę o liniowości funkcji regresji $E(f) = m_E f + b_E$ i $\eta(f) = m_\eta f + b_\eta$ i wyznaczono je w postaci:

$$E(f) = 0,034 \cdot 10^6 \cdot f + 5,99 \cdot 10^6 \quad (21)$$

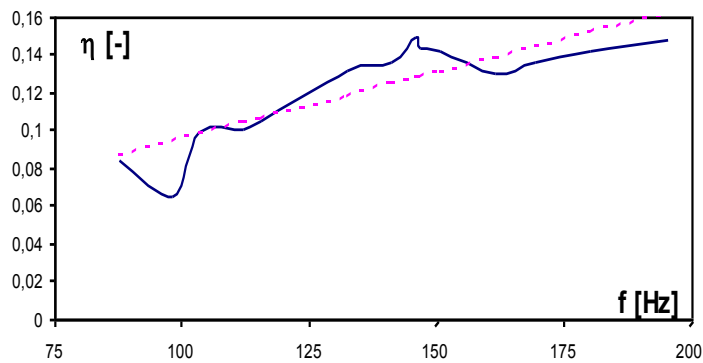
$$\eta(f) = 0,0007 \cdot f + 0,025 \quad (22)$$

Błędy oceny funkcji regresji $E(f)$ i $\eta(f)$ przedstawiono w tabeli 2.



Rys. 8. Wykres zależności modułu zachowawczego E badanego wibroizolatora od częstotliwości f wymuszenia sinusoidalnego (linia ciągła); wartość modułu $E(\nu = 0)$ przyjęto na podstawie pomiarów statycznych, tj. według (18): $E(\nu = 0) = 5,71 \cdot 10^6$ Pa; linią kreskową przedstawiono wykres funkcji regresji $E(f)$

Fig. 8. The relationship between the modulus E and frequency f of the harmonic excitation for the examined vibration mount (solid line) and a graph of the regression function $E(f)$ (dashed line)



Rys. 9. Wykres zależności bezwymiarowego współczynnika strat η badanego wibroizolatora od częstotliwości f wymuszenia sinusoidalnego (linia ciągła); linią kreskową zaznaczono wykres funkcji regresji $\eta(f)$

Fig. 9. The relationship between the loss factor η and the frequency f of the harmonic excitation for the examined vibration mount (solid line) and a graph of the regression function $\eta(f)$ (dashed line)

Tabela 2

Standardowe wartości błędów Δm i Δb współczynników funkcji regresji $E(f)$ i $\eta(f)$ i błędów oceny funkcji ΔE lub $\Delta \eta$ oraz współczynników korelacji r zmiennych E, f i η, f
Standard deviations of the regression function $E(f)$, $\eta(f)$ factors Δm and Δb and the regression function ΔE and $\Delta \eta$ and the correlation coefficient r of variables E, f i η, f

Funkcja regresji	Δm	Δb	ΔE lub $\Delta \eta$	r
$E(f)$	0,0015	0,206	0,283	0,97
$\eta(f)$	0,00012	0,0177	0,0145	0,73

Wnioski

1. Przedstawione w pracy metody identyfikacyjne, pozwalają dokonać identyfikacji wybranych własności reologicznych rzeczywistych wibroizolatorów, najważniejszych z punktu widzenia modelowania wibroizolatorów metodą MES. Sposób wykorzystania tych własności jest przedmiotem odrębnej pracy.

2. Nieduże wartości błędów oceny parametrów wibroizolatora (z wyjątkiem oceny Δb_η początkowej wartości współczynnika strat $\eta(f=0)$), oraz duża zgodność wartości parametrów wyznaczonych metodą statyczną i dynamiczną (dla $f=0$), pozwalają przewidywać wysoką zgodność charakterystyk statycznych i dynamicznych modelu MES z charakterystykami rzeczywistymi.

Literatura

- Galina H., *Fizykochemia polimerów*, Rzeszów 1998.
- Goliński J.A., *Wibroizolacja maszyn i urządzeń*, WNT, Warszawa 1979.
- Jaroszyńska D., Gaczyński R., Felczak B., *Metody badań własności fizycznych gumy*, WNT, Warszawa 1978.
- Kaczmarek J., *Zwalczanie drgań i hałasu*, WSM, Szczecin 2002.
- Kocańda W., *Badanie własności tłumiących gumy*, Przegląd Mechaniczny, nr 6/2001.
- Osiński Z., *Teoria drgań*, PWN, Warszawa 1980.
- Pękalak M., Radkowski S., *Gumowe elementy sprężyste*, PWN, Warszawa 1989.
- Ward J. M., *Mechaniczne własności polimerów jako tworzyw konstrukcyjnych*, PWN Warszawa 1975.

9. Witek A., Marchelek K., Tomków J., *Modelowanie i identyfikacja parametrów wibroizolatorów stosowanych w izolacji drganiowej maszyn*, Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej nr 8/1992.
10. PN-87/C-04289. *Guma. Oznaczanie tłumienia względnego w warunkach naprężeń ściskających.*
11. ISO 2856-1981/E. *Elastomers - General requirements for dynamic testing.*
12. DIN 53513 – 1983. *Bestimmung der visko-elastischen Eigenschaften von Elastomeren.*

Wpłynęło do redakcji w lutym 2004 r.

Recenzenci

prof. dr hab. inż. Mieczysław Hann
prof. dr hab. Yury Kravtsov

Adresy Autorów

dr inż. Jacek Kaczmarek
mgr inż. Grzegorz Nicewicz
Zbigniew Idzi
Akademia Morska w Szczecinie
Instytut Nauk Podstawowych Technicznych
Zakład Mechaniki Technicznej i Rysunku
ul. Wały Chrobrego 1/2, 70-500 Szczecin