ISSN 0209-2069

**ZESZYTY NAUKOWE NR 1(73)**
**AKADEMII MORSKIEJ**
**W SZCZECINIE**

**EXPLO-SHIP 2004**

Jerzy Jaźwiński, Zbigniew Smalko,
Józef Żurek

# Niezawodność operacyjna systemów transportowych

Słowa kluczowe: niezawodność, niezawodność operacyjna, wskaźnik korelacji, prawdopodobieństwo retrospekcyjne

*Analizowano system transportowy charakteryzowany niezawodnością, rozumianą jako prawdopodobieństwo niewystąpienia uszkodzenia oraz niezawodnością operacyjną rozumianą jako prawdopodobieństwo wykonania zadania. Rozważono relacje zachodzące pomiędzy wymienionymi miarami niezawodności w układzie „człowiek – obiekt – środowisko". Podano przykłady obliczeniowe i sformułowano wnioski.*

# Operating Reliability of Transport Systems

Key words: reliability, operating reliability, correlation rate, retrospective probability

*This work deals with a transport system characterized by reliability understood as the probability of non-occurrence of failure and operating reliability understood as the probability of task execution. Relations between the above mentioned reliability measures in the man–object–environment system are taken into consideration. Some computational examples are presented and conclusions formulated.*

## Wstęp

W pierwszej fazie rozwoju lotnictwa prawie każde uszkodzenie statku powietrznego powodowało niewykonanie zadania, przesłankę do wypadku lub wypadek lotniczy. W miarę rozwoju techniki, związek pomiędzy uszkodzeniem, a jego skutkiem dla bezpieczeństwa i wykonania zadania zaczął maleć. Powodem takiej sytuacji jest występowanie w strukturze statku powietrznego różnego rodzaju nadmiarowości. Można wyróżnić następujące struktury nadmiarowe:

– nadmiar strukturalny (obiekt składa się z elementu podstawowego i rezerwowego);
– nadmiar funkcjonalny (każdy element realizuje swoją funkcję. W chwili uszkodzenia się jednego elementu, drugi element przyjmuje w określonym zakresie jego funkcję);
– nadmiar parametryczny (parametr obiektu, np. zasób energii składa się z różnych źródeł energii. Uszkodzenie się niektórych źródeł energii nie powoduje przerwy w pracy obiektu);
– nadmiar informacyjny (istnieje wiele różnych źródeł informacji, które tworzą całkowitą informację. Uszkodzenie się jednego źródła informacji pogarsza w określonym zakresie jakość odbieranej informacji);
– nadmiar czasowy (w układzie człowiek – maszyna niezbędny jest określony czas, potrzebny operatorowi do sterowania maszyną. Deficyt czasu powoduje sytuacje stresowe);
– nadmiar wytrzymałości (konstrukcje, ze względu na różne stawiane im wymagania, np. sztywność, charakteryzują się nieplanowym i planowym nadmiarem wytrzymałości).

Poszczególne formy nadmiaru zostały opisane w licznych publikacjach [3]. Charakter wymienionych form nadmiaru powoduje, że wystąpienie uszkodzenia statku powietrznego nie zawsze wywołuje określony skutek (skutek ma zazwyczaj charakter losowy). Uszkodzenie się określonego podzespołu w zespole nawigacyjnym, zmusza pilota do określonego zachowania, które zależy od jego kwalifikacji, warunków metrologicznych, pory dnia itp. Stąd realizacja poszczególnych uszkodzeń, przesłanek do wypadku lub niewykonania zadania ma charakter stochastyczny. Jedną z miar związku niezawodności i niezawodności operacyjnej może być współczynnik korelacji.

## 1. Sformułowanie problemu

Rozważmy dwie zmienne losowe: *X* – charakteryzujące niezawodność obiektu i Z – charakteryzujące niezawodność operacyjną obiektu. Zmienne losowe *X* i *Z* zdefiniowane są w sposób następujący [2]:

$$X = \begin{cases} 1 & \text{– nie występują czynniki porażające (uszkodzenia,} \\ & \text{warunki klimatyczne i przyrodnicze);} \\ 0 & \text{– występują czynniki porażające.} \end{cases} \quad (1)$$

$$Z = \begin{cases} 1 & \text{– nie występuje zawodność operacyjna (zadanie wykonane);} \\ 0 & \text{– występuje zawodność operacyjna (zadanie niewykonane).} \end{cases} \quad (2)$$

Opierając się na zmiennych losowych *X* i *Z* można zdefiniować następujące prawdopodobieństwa:

$R = P(X = 1)$ – niezawodność – prawdopodobieństwo niewystąpienia czynników porażających;
$Q = P(X = 0)$ – zawodność – prawdopodobieństwo wystąpienia czynników porażających;
$K = P(Z = 1)$ – niezawodność operacyjna, prawdopodobieństwo wykonania zadania;
$\overline{K} = P(Z = 0)$ – zawodność operacyjna, prawdopodobieństwo niewykonania zadania.

## 2. Model matematyczny układu

Pomiędzy zmienną losową *X* i *Z* występują następujące relacje [2]:

$$\begin{aligned} &P(Z = 1/X = 1) = K_r \\ &P(Z = 0/X = 1) = \overline{K}_r = 1 - K_r \\ &P(Z = 1/X = 0) = K_q \\ &P(Z = 0/X = 0) = \overline{K}_q = 1 - K_q \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie:

$K_r$ – prawdopodobieństwo wykonania zadania przez obiekt zdatny;

$\overline{K}_r$ – prawdopodobieństwo niewykonania zadania przez obiekt zdatny;
$K_q$ – prawdopodobieństwo wykonania zadania przez obiekt niezdatny;
$\overline{K}_q$ – prawdopodobieństwo niewykonania zadania przez obiekt niezdatny.

Rozkład łączny zmiennych losowych *X* i Z ma postać:

$$\begin{aligned} P_{sr} &= P(Z=1, X=1) = R \cdot K_r \\ P_{sq} &= P(Z=0, X=1) = R \cdot \overline{K}_r \\ P_{hr} &= P(Z=1, X=0) = (1-R) \cdot K_q \\ P_{hq} &= P(Z=0, X=0) = (1-R) \cdot \overline{K}_q \end{aligned} \tag{4}$$

Prawdopodobieństwa brzegowe dane są wzorami:

$$\begin{aligned} K &= R\,K_r + K_q Q = K_r\,R + (1-R)K_q = K_q + R(K_r - K_q) = \\ &= K_q + R(1 - \overline{K}_r - K_q) = K_q + R(\overline{K}_q - \overline{K}_r) \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \overline{K} &= R\,\overline{K}_r + Q\,\overline{K}_q = R\,\overline{K}_r + (1-R)\,\overline{K}_q = \overline{K}_q + R(\overline{K}_r - \overline{K}_q) = \\ &= \overline{K}_q + R(K_q - K_r) = \overline{K}_q + R(1 - \overline{K}_q - K_r) \end{aligned} \tag{6}$$

gdzie:
$K$ – niezawodność operacyjna,
$\overline{K}$ – zawodność operacyjna.

**Przykład 1**

Obserwacji poddano 1000 zadań transportowych ($N = 1000$). W poszczególnych przypadkach wystąpiły następujące sytuacje:

1) w $N_{1,1} = 800$ przypadków nie wystąpiły uszkodzenia ($X = 1$) i zadanie zostało wykonane ($Z = 1$);
2) w $N_{1,0} = 20$ przypadków nie wystąpiło uszkodzenie ($X = 1$), zadanie nie zostało wykonane ($Z = 0$). Powodem mógł być błąd operatora, warunki metrologiczne, itp.;

3) w $N_{0,1}$ = 100 przypadków uszkodził się obiekt ($X$ = 0), zadanie zostało wykonane ($Z$ = 1); przeciwdziałano destrukcyjnemu oddziaływaniu uszkodzenia;
4) w $N_{0,0}$ = 80 przypadków wystąpiło uszkodzenie ($X$ = 0), zadanie nie zostało wykonane ($Z$ = 0).

Wykorzystując wymienione dane, można wyznaczyć następujące parametry:

$$K_r = \frac{N_{1,1}}{N_{1,1} + N_{1,2}} = 0{,}98; \quad \overline{K}_r = 1 - S_r = 0{,}02$$

$$K_q = \frac{N_{0,1}}{N_{0,1} + N_{0,0}} = 0{,}56; \quad \overline{K}_q = 0{,}44$$

$$R = \frac{N_{1,1} + N_{1,0}}{1000} = \frac{820}{1000} = 0{,}82$$

Stąd wzór (5) uzyskuje postać:

$$K = K_q + R\left(K_r - K_q\right) = 0{,}56 + R \cdot 0{,}42 = 0{,}944$$

**Przykład 2**

Przykład ten nie jest oczywisty, ale został zamieszczony w celu zilustrowania określonych tendencji. Rozważmy dane: $N$ = 1000; $N_{1,1}$ = 600; $N_{1,0}$ = 220; $N_{0,1}$ = 170; $N_{0,0}$ = 10. W takim przypadku otrzymujemy $K_r$ = 0,73; $\overline{K}_r$ = 0,27; $K_q$ = 0,94; $\overline{K}_q$ = 0,06; $R$ = 0,82.

$$K = K_q + R\left(K_r - K_q\right) = 0{,}94 - 0{,}21R = 0{,}7678$$

Obserwuje się patologiczną sytuację, gdy prawdopodobieństwo wykonania zadania przez obiekt zdatny $K_q$ jest większe od prawdopodobieństwa wykonania zadania przez obiekt niezdatny $K_r$.

## 3. Parametry modelu

Wartość oczekiwana i wariancja zmiennych losowych dane są wzorami:

$$EX = P(X = 1) = R \tag{7}$$

$$\sigma_X = \sqrt{R(1-R)} \tag{8}$$

$$EZ = P(Z = 1) = K \tag{9}$$

$$\sigma_Z = \sqrt{K(1-K)} \tag{10}$$

Związek pomiędzy niezawodnością operacyjną, a niezawodnością wynikający ze wzorów: (5), (7), (9) ma postać:

$$EZ = EX\left(K_r - K_q\right) + K_q \tag{11}$$

Relacja pomiędzy odchyleniem standardowym niezawodności, a odchyleniem standardowym niezawodności operacyjnej dana jest wzorem [5]:

$$\sigma_X^2 = \frac{\sigma_Z^2 - \left[R^2 \overline{K}_r K_r + (1-R)^2 \overline{K}_q K_q\right]}{K_r K_q - \overline{K}_r \overline{K}_q} \tag{12}$$

Kowariancja pomiędzy zmiennymi losowymi *X* i *Z* dana jest wzorem:

$$\begin{gathered}\sigma_{XZ} = E\left[(X-R)(Z-K)\right] = E(XZ) - E[X]\cdot E[Z] = R(1-R)\left(H_q - H_r\right) = \\ R(1-R)\left(1 - K_q - \overline{K}_r\right) = R(1-R)\left(K_r - K_q\right) = \sigma_x^2 \frac{dK}{d\overline{K}}\end{gathered} \tag{13}$$

a korelacja:

$$\begin{gathered}\rho_{XZ} = \frac{\sigma_{XZ}}{\sigma_X\,\sigma_Z} = \left(\overline{K}_q - \overline{K}_r\right)\sqrt{\frac{R(1-R)}{K(1-K)}} = \left(K_r - K_q\right)\sqrt{\frac{R(1-R)}{K(1-K)}} = \\ = \left(1 - K_q - \overline{K}_r\right)\sqrt{\frac{R(1-R)}{K(1-K)}} = \frac{dK}{d\overline{K}}\sqrt{\frac{R(1-R)}{K(1-K)}}\end{gathered} \tag{14}$$

Ze wzoru (14) wynika, że:

1. Korelacja jest dodatnia, $\rho_{XZ} > 0$, gdy:

$\overline{K}_q > \overline{K}_r, K_r > K_q, \overline{K}_r + K_q < 1$

2. Korelacja jest ujemna , $\rho_{XZ} < 0$, gdy:

$\overline{K}_q < \overline{K}_r, K_r < K_q, \overline{K}_r + K_q > 1$

3. Korelacja jest równa 0, gdy:

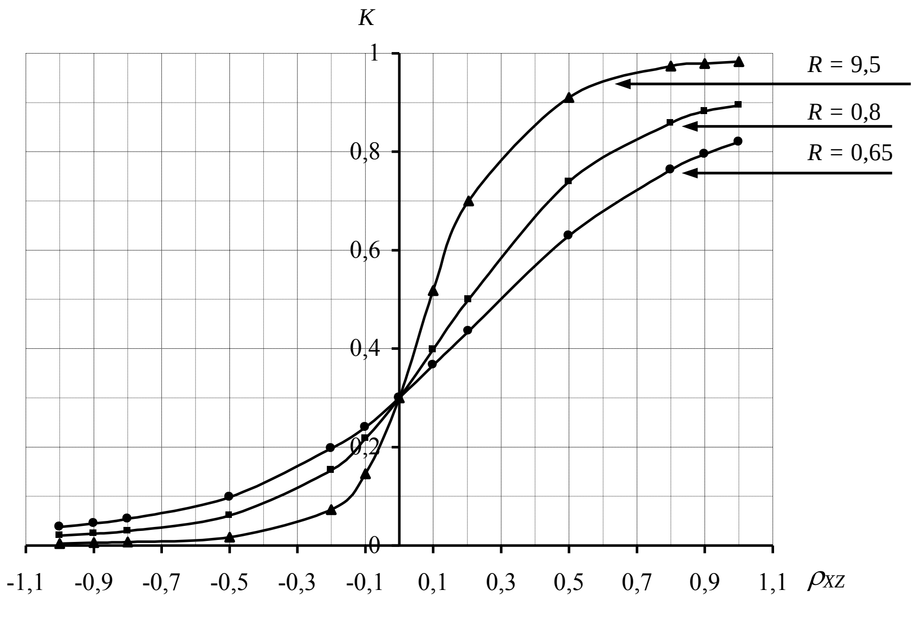
$\overline{K}_q = \overline{K}, K_r = K_q, \overline{K}_r + K_q = 1.$

Rozwiązując równanie (14) otrzymamy zależność pomiędzy niezawodnością operacyjną $K$, niezawodnością $R$, korelacją $\rho_{XZ}$ i $K_q$ (niezawodnością operacyjną w obiekcie niezdatnym):

$$K = \frac{(1 + 2AKq) \pm \sqrt{(1 + 2AK_q)^2 - 4(1 + A)AK_q^2}}{2(1 + A)} \tag{15}$$

gdzie: $A = \dfrac{1 - R}{R\,\rho_{XZ}^2}$.

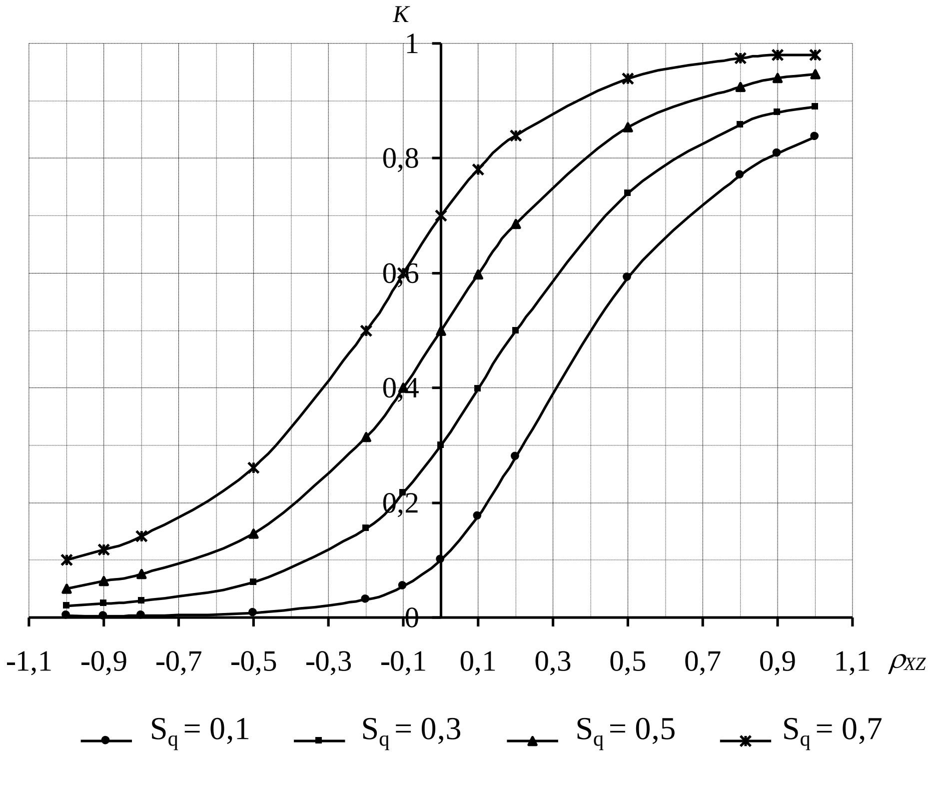
We wzorze (15) znak (+) przyjmuje się gdy $\rho_{XZ} > 0$, a znak (–) gdy $\rho_{XZ} < 0$.




Rys. 1. Zobrazowanie funkcji $K = f(\rho_{XZ})$ dla $K_q = 0{,}3$; $R = 0{,}65$; $0{,}8$; $0{,}95$

*Fig. 1. The function $K = f(\rho_{XZ})$ for $K_q = 0.3$, $R = 0.65$; $0.8$; $0.95$*

Na rysunku 1 zobrazowano funkcję $K = f(K = f(\rho_{XZ},K_q,R)$. Przyjęto parametry $K_q = 0,3$ oraz $R = 0,65; 0,8; 0,95$. Dla $\rho_{XZ} > 0$ niezawodność operacyjna rośnie wraz ze wzrostem korelacji $\rho_{XZ}$. Wzrost jest tym większy, im większa jest wartość niezawodności $R$. Dla przypadku gdy $\rho_{XZ} < 0$, ze wzrostem korelacji niezawodność operacyjna rośnie. Wzrost jest tym większy, im mniejsza jest niezawodność $R$. Dla korelacji $\rho_{XZ} = 0$ niezawodność operacyjna wynosi $K_q$, to znaczy, że równa się przeciwdziałaniu sytuacji niebezpiecznej. Z wykresu wynika, że istnieje taka wartość $(\rho_{XZ})_0$, przy której zachodzi relacja $K > R$ (niezawodność operacyjna jest większa od niezawodności).

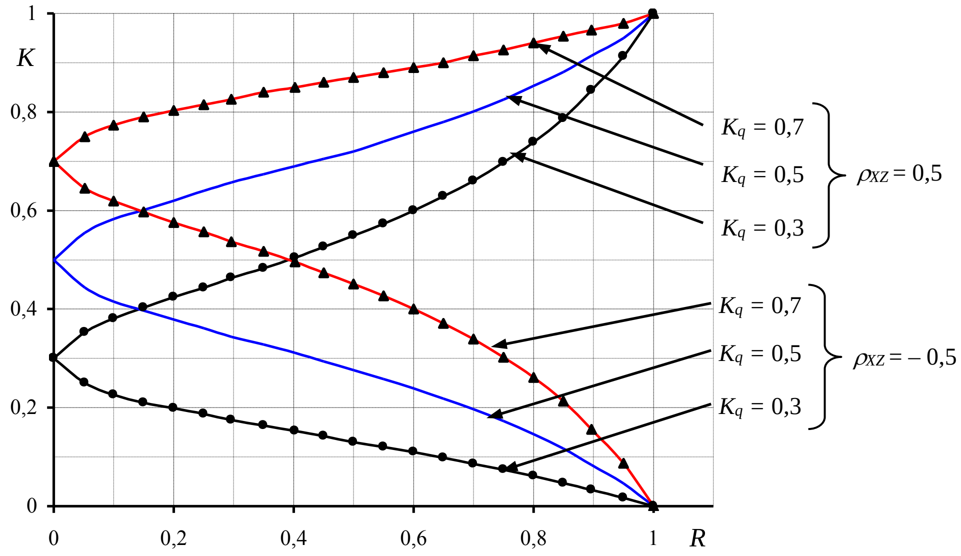



Rys. 2. Zobrazowanie funkcji $K = f(\rho_{XZ})$ dla $R = 0,8$ i $K_q = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7$

*Fig. 2. The function $K = f(\rho_{XZ})$ for $R = 0.8$ and $K_q = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$*

Na rysunku 2 zobrazowano funkcję $K = f(\rho_{XZ},K_q,R)$ dla niezawodności $R = 0,8$ oraz różnych wartości $K_q = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7$. Z wykresu wynika, że wraz ze wzrostem parametru $K_q$ rośnie zależność niezawodności operacyjnej $K$ od korelacji $\rho_{XZ}$, przy czym w większym zakresie zachodzi zależność $K > R$, to znaczy niezawodność operacyjna jest większa od niezawodności. Taka relacja wynika stąd, że większości sytuacji awaryjnych udaje się skutecznie przeciwdziałać.

Na rysunku 3 przedstawiono zależność niezawodności operacyjnej $K$ od niezawodności $R$ dla współczynnika korelacji $\rho_{XZ}$ = 0,5; $\rho_{XZ}$ = –0,5, przy $K_q$ = 0,3; 0,5; 0,7. Dolna gałąź odpowiada ujemnej korelacji $\rho_{XZ}$ = –0,5, a górna dodatniej korelacji $\rho_{XZ}$ = 0,5. Na rysunku 3 obserwuje się obszar, gdzie niezawodność operacyjna jest większa od niezawodności.




Rys. 3. Wykres funkcji $K = f(R)$ dla $\rho_{XZ}$ = 0,5 i $K_q$ = 0,3; 0,5; 0,7

*Fig. 3. The graph of function $K = f(R)$ was shown for $\rho_{XZ}$ = 0.5 and $K_q$ = 0.3, 0.5, 0.7*

## 4. Prawdopodobieństwo retrospektywne

Korzystając ze znanego rozkładu łącznego zmiennej losowej $(X, Z)$ (wzór 4), można napisać wzór na prawdopodobieństwo zmiennej $X$ pod warunkiem zrealizowania się zmiennej $Z$ [5]:

$$P(X = 1|Z = 1) = \frac{R K_r}{K}; \quad P(X = 1|Z = 0) = \frac{R \overline{K}_r}{\overline{K}}$$
$$P(X = 0|Z = 1) = \frac{(1-R) K_q}{K}; \quad P(X = 0|Z = 0) = \frac{(1-R) \overline{K}_q}{\overline{K}} \tag{16}$$

Prawdopodobieństwa te nazywamy prawdopodobieństwami retrospektywnymi. Zwykle zobrazowujemy realizację wartości zmiennej losowej $Z$, a interesuje nas, jaką wartość przyjęła zmienna losowa $X$ (przyczyna określonego skutku). Jeżeli mamy prawdopodobieństwo a priori $R$, a ponadto znamy prawdopodobieństwa $\overline{K}_r$ i $K_q$, to korzystając ze wzoru (16) możemy obliczyć prawdopodobieństwo a posteriori.

**Przykład 3**

Dla danych z przykładu 1 należy wyznaczyć prawdopodobieństwa retrospektywne: $R = 0{,}82$, $K_r = 0{,}98$, $\overline{K}_r = 0{,}02$, $K_q = 0{,}56$, $\overline{K}_q = 0{,}44$:

$$P(X=1|Z=1)=\frac{RK_r}{RK_r+(1-R)K_q}=0{,}888$$

$$P(X=1|Z=0)=\frac{R\overline{K}_r}{R\overline{K}_r+(1-R)\overline{K}_q}=0{,}172$$

$$P(X=0|Z=1)=\frac{(1-R)K_q}{RK_r+(1-R)K_q}=0{,}112$$

$$P(X=0|Z=0)=\frac{(1-R)\overline{K}_q}{R\overline{K}_r+(1-R)\overline{K}_q}=0{,}828$$

Wynika z tego, że jeżeli lotnicze zadanie transportowe zostało wykonane, to oznacza, że z prawdopodobieństwem 0,888 w czasie lotu nie wystąpiło uszkodzenie. Jeżeli lotnicze zadanie transportowe nie zostało wykonane, to oznacza, że w czasie lotu z prawdopodobieństwem 0,828 wystąpiło uszkodzenie.

**Przykład 4**

Dla danych z przykładu 2 należy wyznaczyć prawdopodobieństwa retrospektywne $R = 0{,}82$; $K_r = 0{,}73$; $\overline{K}_r = 0{,}27$; $K_q = 0{,}94$; $H_q = 0{,}06$.

Po przeliczeniu otrzymujemy:

$$P(X=1|Z=1)=0{,}78\,; \quad P(X=1|Z=0)=0{,}9534$$

$$P(X=0|Z=1)=0{,}22\,; \quad P(X=0|Z=0)=0{,}0466$$

Wynik jest zaskakujący. Zawodność operacyjna w niewielkim stopniu zależy od zawodności obiektu technicznego. O niezawodności operacyjnej w dużym zakresie decyduje operator i otoczenie.

## Wnioski

1. Zaprezentowana analiza związku pomiędzy niezawodnością i niezawodnością operacyjną posiada poglądowy charakter. Wskazuje on na różne procesy zachodzące w obiekcie w relacji „człowiek – maszyna – otoczenie".
2. W praktyce lotniczej $X$ charakteryzuje uszkodzenie w locie, $Z$ – niewykonanie zadania, a jako pojedyncze próby przyjmuje się zadanie lotnicze. Metoda nie jest czuła na analizę zdarzeń mało prawdopodobnych, np. wypadków lotniczych.
3. Niezależnie od przydatności metody do badania związków niezawodności operacyjnej i niezawodności w procesie eksploatacji, z uzyskanych z analizy wyników można wyznaczyć interesujące wnioski dla konstruktora.
4. Dla konstruktora istotną rolę odgrywają prawdopodobieństwa warunkowe (3):
   – należy dążyć do minimalizacji prawdopodobieństwa $\overline{K}_r$. Dokonuje się tego przez podnoszenie kwalifikacji operatora oraz stosowanie konstrukcji przyjaznej operatorowi;
   – należy zwiększyć prawdopodobieństwo $K_q$. Dokonuje się tego przez wzrost kwalifikacji operatora oraz stosowanie na obiekcie urządzeń stowarzyszonych, mających na celu wspomaganie go w tym zakresie;
   – należy dążyć do tego, aby korelacja pomiędzy niezawodnością i niezawodnością operacyjną była mała. Uzyskuje się to przez dążenie do tego, aby niezawodność operacyjna obiektu zdatnego i niezdatnego była duża. Można to osiągnąć przez stosowanie nadmiarowej struktury niezawodnościowej obiektu.

## Literatura

1. Jaźwiński J., Smalko Z., *Some Problems of Reliability and Safety in Aviation Systems*, Materiały Międzynarodowej Konferencji AIRDIAG'01, Ameliówka 2001.
2. Jaźwiński J., Ważyńska-Fiok K., *Bezpieczeństwo obiektów*, PWN, Warszawa 1993.

3. Jaźwiński J., Żurek J., *System z nadmiarem strukturalnym*, XXXII Zimowa Szkoła Niezawodności „Nadmiarowość w inżynierii niezawodności", Szczyrk 2004, Instytut Technologii Eksploatacji, Radom 2003.
4. Jaźwiński J., *Kształtowanie niezawodności systemów metodą nadmiaru*, Safety and Reliability International Conference, KONBiN 2001, Szczyrk 2001.
5. Wiśniewski K: *O błędach klasyfikacji alternatywnej*. Przegląd Statystyczny, Nr 3, 1961.


*Wpłynęło do redakcji w lutym 2004 r.*

**Recenzenci**

dr hab. inż. Zbigniew Matuszak, prof. AM
dr hab. Zenon Zwierzewicz, prof. AM

**Adresy Autorów**

prof. dr hab. inż. Jerzy Jaźwiński
prof. dr hab. inż. Zbigniew Smalko
dr hab. inż. Józef Żurek, prof. ITWL
Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych
ul. Księcia Bolesława 6, skr. p. 96
01-494 Warszawa