

Radosław PATYK, Agnieszka KUŁAKOWSKA

TOPOLOGICZNA OPTYMALIZACJA KONSTRUKCJI NA PRZYKŁADZIE WIDŁAKA WAŁU PRZEGUBOWEGO

Streszczenie

W artykule omówiony został pierwszy etap projektowania konstrukcji tj. optymalizacja topologiczna. Celem przedstawionej optymalizacji topologicznej jest określenie najlepszego rozłożenia materiału jednorodnego izotropowego w obszarze projektowym w oparciu o zastosowanie do rozwiązania zadania kryterium minimum podatności układu. Takie podejście aktualnie znajduje zastosowanie w projektowaniu układów mechanicznych, dla których wartość odkształcenia występuje jedynie w zakresie proporcjonalności. W pracy przeprowadzono wyniki optymalizacji topologicznej widłaka wałka przegubowego (część przegubu Cardana).

Słowa kluczowe: optymalizacja topologiczna, projektowanie, metoda elementów skończonych.

WSTĘP

Wały przegubowe lub przegubowo-teleskopowe służą do przeniesienia napędu i są najczęściej stosowane w pojazdach samochodowych, maszynach rolniczych, leśnych oraz budowlanych. W ich konstrukcji stosuje się tzw. przegub Cardana (przegub krzyżakowy), który jest rodzajem sprzęgła mechanicznego, nierozłącznego, samonastawnego, kąтового. Schemat budowy takiego przegubu przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Widok przegubu Cardana

Źródło: Opracowanie własne.

Łącznik krzyżowy jest rodzajem zdwojonego sworznia, który łączy ze sobą dwa widłowe zakończenia wałów czynnego (widłak zewnętrzny) oraz wału biernego (widłak wewnętrzny). Takie rozwiązanie umożliwia przeniesienie napędu (mocy i momentu) pomiędzy wałami, które mogą być znacznie odchylenie od siebie. Technicznym problemem przeniesienia napędu za pomocą przegubu Cardana jest pulsacja prędkości kątowej wału biernego, która jest zależna od kąta pomiędzy osiami wałów. Jednakże takie rozwiązanie z powodzeniem znajduje zastosowanie np. w samochodach dostawczych i ciężarowych oraz autobusach do przeniesienia napędu ze skrzyni przekładniowej do mostu/mostów napędowych lub w maszynach rolniczych (wały przegubowo-teleskopowe). Przykład zastosowanych rozwiązań w technice przedstawiono na rysunku 2. Do najczęstszych uszkodzeń wałów z przegubami Cardana zalicza się zniszczenie widłaków (rozerwanie), zniszczenie łożysk łącznika krzyżowego oraz skrzywienie lub zgięcie rury łączącej przeguby (rys. 3). Częściej awarie wałów napędowych występują w maszynach rolniczych, leśnych i budowlanych niż w pojazdach samochodowych, wynika to ze zróżnicowanego obciążenia oraz znacznych zmian kąta pomiędzy osiami wału czynnego i biernego np. podczas skrętu ciągnika rolniczego sprzężonego z maszyną aktywną.



Rys. 2. Widok wałów: a) wał napędowy bez kompensacji, b) wał napędowy przegubowo-teleskopowy

Źródło: Opracowanie własne.



Rys. 3. Typowe uszkodzenia wałów z przegubami Cardana: a), b) zniszczenie widłaka, c) pęknięcie elementów łożyska łącznika krzyżowego, d) skrzywienie rury łączącej przegub

Źródło: Opracowanie własne.

Łożyska i łączniki krzyżowe są elementami znormalizowanymi i rolą konstruktora jest ich odpowiedni dobór, jednakże widłaki są projektowane oddzielnie przez wykonawców i różnią

się od siebie, co w rezultacie owocuje ich różnymi trwałościami. Jest to przede wszystkim związane z niewłaściwą konstrukcją. Dotychczas najczęściej proces konstrukcji przebiegł następująco: opracowanie założeń konstrukcyjnych, wstępna konstrukcja oraz obliczenia. W przypadku niespełnienia przez konstrukcję warunków wytrzymałościowych konstruktor zmieniał materiały lub konstrukcję do czasu spełnienia warunków wytrzymałościowych. Podejście takie skutkowało konstrukcjami przeszywnionymi o dużych gabarytach i ciężarach. Aktualnie podejście do procesu konstruowania jest inne: opracowanie założeń konstrukcyjnych, wstępne określenie przestrzeni, w której ma się znajdować konstruowany detal, optymalizacja topologiczna, opracowanie geometrii na podstawie wyników optymalizacji topologicznej, optymalizacja parametryczna, której zadaniem jest uzyskanie optymalnej stereometrii detalu spełniającego wszystkie założenia i ograniczenia [2, 3, 5, 6, 7].

1. OPTIMALIZACJA TOPOLOGICZNA

Celem optymalizacji topologii (topology optimization) jest rozwiązanie w postaci uzyskania najlepszego rozmieszczenia w pewnej przestrzeni materiału przeznaczonego do wykonania danej konstrukcji tak, aby przy zadanych warunkach brzegowych i dla zadanego obciążenia kształt konstrukcji był optymalny. Każda optymalizacja polega na poszukiwaniu maksymalnej bądź minimalnej wartości funkcji, bądź funkcjonału przy równoczesnym spełnieniu wszystkich założeń oraz warunków ograniczających. Optymalizacja topologii ciał dzieli się na dwie grupy:

- Layout Optimization (LO) – stosowaną do konstrukcji prętowych, gdzie najważniejszym problemem jest wyznaczenie optymalnej siatki prętów oraz optymalizacja ich przekrojów,
- Generalized Shape Optimization (GSO) – stosowaną do optymalizacji topologii kontinuum materialnego, gdzie optymalizacja dokonywana jest wewnątrz ściśle określonego obszaru projektowego, gdzie podczas procesu optymalizacji tworzą się podobszary wypełnione materiałem i podobszary pozbawione materiału.

Rozpatrywany ośrodek ciągły traktuje się, jako ciągły w skali obszaru projektowego oraz jednocześnie jako dyskretny, identyfikując każdy punkt materialny jako osobny, niezależny punkt mający odrębne własności materiałowe.

Masę całkowicie wypełniającą obszar projektowy Ω nazywa się m , zaś jej gęstość jako ρ , a moduł sprężystości podłużnej (moduł Younga) jako E . Najważniejszym parametrem początkowym jest wielkość dostępnej w procesie masy m_0 . Definiuje się dostępną masę w trakcie danego procesu optymalizacji jako $m_0 = \alpha m$, dla $0 < \alpha < 1$, gdzie $m = V \rho$. Współczynnik α jest tzw. współczynnikiem redukcji masy, określającym jaka część masy m bierze udział w procesie optymalizacji, natomiast V jest objętością obszaru Ω .

Celem optymalizacji topologicznej jest maksymalizacja sztywności, a zatem minimalizacji podatności, która jest wyrażona, jako praca sił masowych (X) i obciążenia zewnętrznego (t):

$$\Pi^E(x, v) = \int_{\Omega} X^i v_i d\Omega + \int_{\partial\Omega} t^i v_i dS,$$

gdzie v_i oznacza składowe wektora przemieszczenia.

Korzystając z tożsamości wartości podatności konstrukcji i wartości energii odkształcenia zgromadzonej w kontinuum materialnym:

$$\Pi^E(x, v) = 2\Pi^I(x, v)$$

gdzie:

$$2\Pi^I(x, v) = \int_{\Omega} C^{ijkl}(x, v, \rho(x)) e_{ij}(v) e_{kl}(v) d\Omega.$$

Minimalnej podatności konstrukcji odpowiada zatem minimalna wartość energii odkształcenia jaka może się zgromadzić w rozpatrywanym kontinuum dla danego procesu optymalizacji:

$$\Pi^E(\gamma^t) \rightarrow \Pi^E(x, v) = \min_{e_{ij}, e_{kl} \in Z} \int_{\Omega} C^{ijkl} e_{ij} e_{kl} d\Omega,$$

gdzie: Z jest zbiorem pól odkształceń.

Warunkiem niezbędnym dla przeprowadzenia procesu minimalizacji podatności jest w tym przypadku nałożenie na zadanie następujących ograniczeń:

- po pierwsze określamy wielkość dostępnej masy, musi spełniać warunek:

$$m_0 = \int_{\Omega} \rho_h d\Omega,$$

- po drugie dla danej dostępnej masy m_0 zakłada się, że masa ciała podczas procesu optymalizacji (dla j -tego kroku) będzie równa określonej na początku dostępnej masie. Zatem funkcję celu można zapisać w następującej postaci:

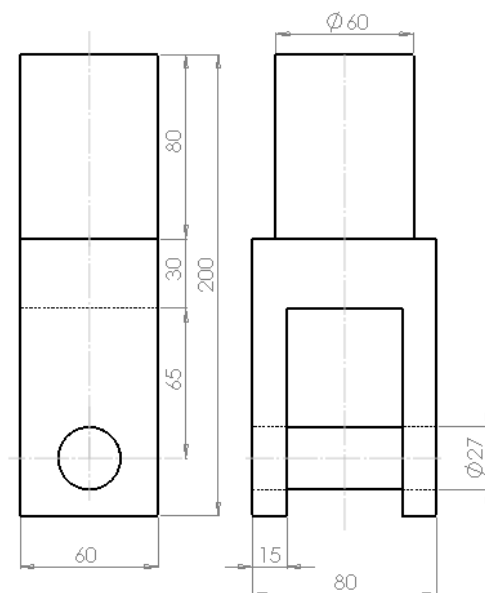
$$F(\rho(x)) = \min \left\{ \int_{\Omega} C^{ijkl} (\rho(x)) e_{ij} e_{kl} d\Omega; \forall x \in \Omega: \rho(x) \in R^+; \int_{\Omega} \rho_h d\Omega = m_0 \right\}.$$

Celem pracy jest przeprowadzenie optymalizacji topologicznej na przykładzie widłaka wałka przegubowego. W pracy funkcjonal określający podatność konstrukcji będzie minimalizowany przy nałożonych ograniczeniach na masę widłaka. Optymalizacja przeprowadzana będzie w ustalonym, stałym w trakcie procesu optymalizacji obszarze projektowym, w którym podczas tego procesu powstają podobszary pozbawione materiału i podobszary wypełnione materiałem. Rozwiązując problem optymalizacji topologii przyjęto następujące założenia:

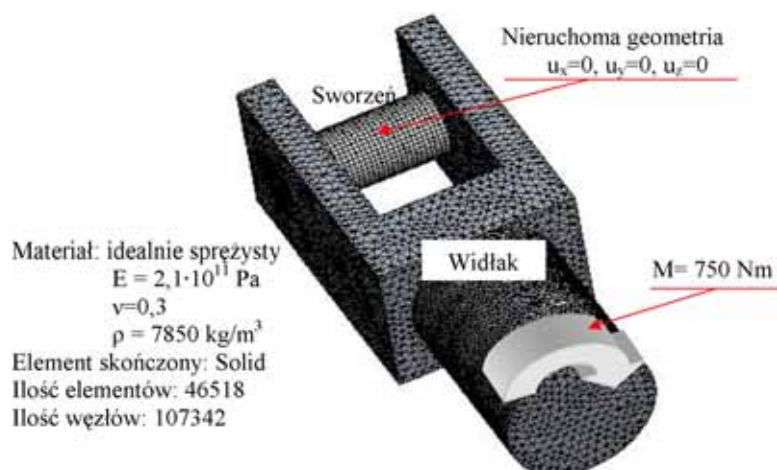
- badany będzie ośrodek ciągły, jako jednorodny, izotropowy,
- materiał jest liniowo sprężysty ($E = \text{const.}$),
- analizowane zagadnienie ma charakter statyczny,
- zakłada się, że tensor odkształcenia jest liniowy (analiza dla małych odkształceń),
- w trakcie całego procesu optymalizacji zagadnienie rozpatruje się dla stałego obszaru projektowego Ω ,
- stosuje się podejście Metody Elementów Skończonych, uaktualnionego opisu Lagrange'a oraz rachunek wariacyjny,
- w procesie optymalizacji dysponuje się pewną określoną masą ciała, zwaną dostępną masą,
- przyjętym kryterium optymalizacji jest minimalizacja funkcjonału podatności rozważanego ciała przy ograniczeniach nałożonych na masę ciała [1, 3, 4, 5, 6, 7].

2. PRZYKŁAD OPTYMALIZACJI TOPOLOGICZNEJ NA PRZYKŁADZIE WIDŁAKA WAŁU PRZEGUBOWEGO

Pierwszym etapem optymalizacji topologicznej jest opracowanie wstępnego modelu geometrycznego (rys. 4), który to powinien spełniać warunki projektowe (powierzchnie, na których zakładane będą warunki brzegowe i początkowe). Optymalizację topologiczną przeprowadzono w oparciu o Metodę Elementów Skończonych. Obliczenia przeprowadzono w programie ANSYS/LS-DYNA, gdzie przeprowadzono dyskretyzację obiektu oraz założono warunki brzegowe i początkowe (założono, że sworzeń jest nieruchomy natomiast na powierzchni walcowej widłaka oddziałuje moment siły $M = 750 \text{ Nm}$).

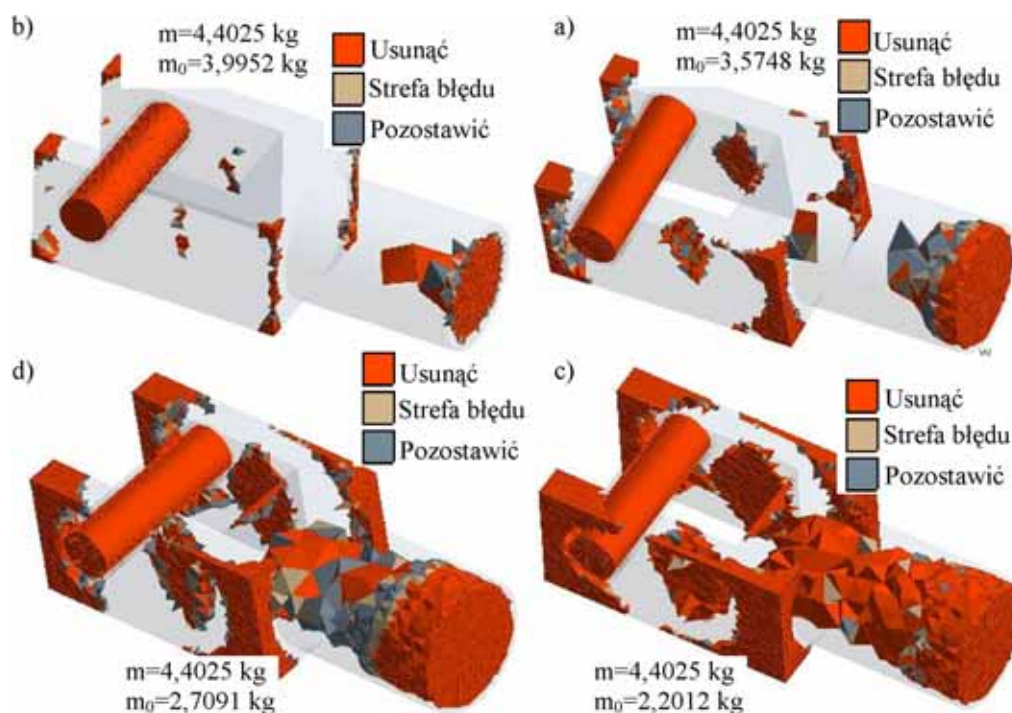


Rys. 4. Rysunek konstrukcyjny widłaka przewidzianego do optymalizacji topologicznej
 Źródło: Opracowanie własne.



Rys. 5. Dyskretny model widłaka przegubu Cardana z warunkami początkowymi i brzegowymi zastosowany do optymalizacji topologicznej
 Źródło: Opracowanie własne.

Wyniki przeprowadzonej optymalizacji topologicznej dla wybranych wartości współczynnika redukcji masy α przedstawiono na rysunku 6.



Rys. 6. Wyniki optymalizacji topologicznej dla współczynnika redukcji masy α : a) dla $\alpha = 0,1$, b) dla $\alpha = 0,2$, c) dla $\alpha = 0,4$ oraz d) dla $\alpha = 0,5$

Źródło: Opracowanie własne.

PODSUMOWANIE

Artykuł zawiera rozważania i podstawowe wiadomości dotyczące optymalizacji topologicznej ośrodków ciągłych. Przedstawiono matematyczną postać funkcji celu oraz opracowano założenia i ograniczenia dla postawionego zadania optymalizacji. Symulacje przeprowadzono dla przypadku projektu widłaka stosowanego w wałach przegubowych (tzw. przegub Cardana). Przeprowadzono obliczenia dla czterech wartości współczynnika redukcji masy α . Uzyskane wyniki w postaci graficznej stanowią podpowiedź dla konstruktora dotyczącą kierunku modyfikacji geometrii, w celu redukcji masy konstrukcji przy niezmiennej jej sztywności. Optymalizacja topologiczna jest tylko jednym z początkowych etapów współczesnego podejścia do projektowania konstrukcji. Kolejnym etapem powinno być opracowanie sparametryzowanego modelu geometrycznego z wprowadzonymi zmianami wynikającymi z optymalizacji topologicznej, następnie przeprowadzenie w zależności od wymagań; obliczeń statycznych, dynamicznych, analizę modalną i harmoniczną oraz obliczenia odporności na zużycie zmęczeniowe i na ich podstawie opracowanie geometrii spełniającej wszystkie stawiane warunki wytrzymałościowych. Opracowana sparametryzowana konstrukcja jest podstawą do ostatniego etapu projektowania tj. optymalizacji parametrycznej, gdzie dla opracowanych funkcji celu oraz założeń i ograniczeń uzyskuje się optymalne wartości parametrów konstrukcji.

BIBLIOGRAFIA

1. Ansys version 10.0 – *Theory Manual*, Elan Compute Group Inc., 2003.
2. Bathe K.J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*. Prentice – Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1982.
3. Bąk R., Burczyński T., *Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego*. WNT, Warszawa 2001.
4. Kutylowski R., *Optymalizacja topologii kontinuum materialnego*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2004.

5. Tarnowski W., Bartkiewicz S., *Modelowanie matematycznej symulacja komputerowa dynamicznych procesów ciągłych*. Politechnika Koszalińska, Koszalin 2000.
6. Tarnowski W., *Modelowanie systemów*. Politechnika Koszalińska, Koszalin 2004.
7. Tarnowski W., *Symulacja i optymalizacja w MATLAB`ie*. Sopot, 2001.

TOPOLOGICAL OPTIMIZATION OF CONSTRUCTION FOR YOKE JOINTED SHAFT EXAMPLE

Abstract

In the paper the first stage of construction design such as topological optimization is discussed. The aim of topological optimization is to determine the best distribution of a homogeneous isotropic material in the design area on the basis of the application to the solution of the criterion of minimum sensitivity of the system. This approach currently in the mechanical systems design is used, for which the value of the deformation occurs only in the prop range. This study includes the results of the topological optimization of an articulated yoke shaft (Cardan joint honor).

Key words: topological optimization, design, Finite element method.

Autorzy:

dr inż. **Radosław Patyk** – Politechnika Koszalińska

dr inż. **Agnieszka Kulakowska** – Politechnika Koszalińska