



Zastosowanie sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji do opisu wybuchu kulistego ładunku materiału wybuchowego w powietrzu atmosferycznym

ZDZISŁAW ŁĘGOWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki,
00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2, z.legowski@wp.pl

Streszczenie. Korzystając z założeń sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji, sformułowano graniczne zagadnienie początkowo-brzegowe wybuchu kulistego ładunku materiału wybuchowego (MW) w powietrzu atmosferycznym.

Równania ruchu całkowano metodą rozpadu dowolnych nieciągłości Godunowa z wydzieleniem frontu uderzeniowej fali podmuchu oraz granicy produktów detonacji. Wyniki obliczeń numerycznych dla sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji porównano z podobnymi obliczeniami przy wykorzystaniu dokładnego opisu procesu detonacji MW.

Ustalono, że ze względu na maksymalne wartości ciśnień na froncie fali podmuchu oraz wartości otrzymanych impulsów nadciśnienia, sekwencyjny model natychmiastowej detonacji można stosować do opisu tej fali na względnych odległościach $\xi_D > \xi_{kr}$ ($\xi_{kr} \approx 6$ dla badanego ładunku trotylu). Ogólną prawidłowością są mniejsze wartości maksymalnych ciśnień na froncie fali podmuchu dla modelu natychmiastowej detonacji w porównaniu z odpowiednimi wartościami dla zagadnienia pełnego ($p_{DN} < p_D$) na odległościach $\xi_D < \xi_{D1}$ ($\xi_{D1} \approx 7,5$ dla trotylu), natomiast w zakresie $\xi_D > \xi_{D1}$ spełniona jest relacja $p_{DN} > p_D$ z tendencją do zanikania różnic wartości ze wzrostem odległości od centrum wybuchu.

Stwierdzono, że fala podmuchu dla modelu detonacji natychmiastowej jest opóźniona (pojawia się później w wybranej odległości od centrum wybuchu) w zakresie $\xi_D < \xi_{D2}$ ($\xi_{D2} \approx 17$ dla trotylu) i przyspieszona (pojawia się wcześniej) dla $\xi_D > \xi_{D2}$.

Słowa kluczowe: dynamika płynów, wybuch, detonacja, powybuchowa fala uderzeniowa

1. Wstęp

W praktyce numerycznego modelowania oddziaływań powybuchowych fal uderzeniowych (fal podmuchu) na obiekty, jako proces cząstkowy należy rozwiązać

pełny problem rozprzestrzeniania się fali detonacyjnej w ładunku MW. Rozkłady parametrów w obszarze fali detonacyjnej w momencie jej dotarcia do granicy ładunku stanowią dane początkowe dla całego zagadnienia wybuchu i jego rozprzestrzeniania się w ośrodku, w którym ładunek jest detonowany.

Ze względu na trudności występujące w trakcie całkowania równań ruchu w obszarze fali detonacyjnej, szczególnie w najbardziej użytecznych przypadkach detonowanych centralnie ładunków kulistych (osobliwości równań na froncie fali detonacyjnej oraz na trudnej do zlokalizowania w trakcie obliczeń granicy fali rozrzedzenia i obszaru prądu jednorodnego), poszukiwano uproszczonego modelu detonacji ładunków, który pozwoliłby wyeliminować wspomniane trudności i który jednocześnie byłby możliwie bliski realnemu procesowi detonacji w materiale wybuchowym.

W pracy [1] przedstawiono uproszczony model detonacji, który spełnia powyższe warunki. Nazwano go sekwencyjnym modelem natychmiastowej detonacji, ponieważ jego podstawą jest założenie odpowiedniej kolejności (sekwencyjności) przebiegu zjawisk: procesu detonacji MW i wyrównywania parametrów w produktach detonacji oraz ich oddziaływania na otaczający ośrodek.

Przyjęto, że w pierwszej kolejności zachodzi detonacja materiału wybuchowego i ustalenie się stałych, średnich wartości parametrów produktów detonacji, a następnie dochodzi do ich oddziaływania z otaczającym ładunek ośrodkiem, przy czym założono, że obydwa procesy w materiale wybuchowym i w produktach detonacji realizowane są natychmiastowo.

Do oszacowania stałych, uśrednionych wartości parametrów produktów detonacji wykorzystano numeryczne rozwiązania pełnego problemu rozprzestrzeniania się procesu detonacji w ładunku MW. Ich wartości definiowano w postaci odpowiednich średnich całkowitych, wyznaczanych numerycznie.

Na podstawie obliczeń dla szerokiego zestawu materiałów wybuchowych o zróżnicowanych właściwościach ustalono, że stałe uśrednione wartości parametrów produktów detonacji, otrzymywane natychmiastowo zgodnie z założeniami sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji, z dobrą dokładnością można przyjąć w postaci:

$$u_s = 0, \quad \rho_s = \rho_M, \quad e_s = Q, \quad (1.1)$$

gdzie u_s , ρ_s i e_s oznaczają ustalone, średnie wartości odpowiednio prędkości cząstek ośrodka, gęstości masowej i gęstości energii wewnętrznej produktów detonacji, a ρ_M i Q są odpowiednio gęstością masy i ciepłem wybuchu badanego MW.

Celem obecnego opracowania jest ustalenie zakresów odległości od centrum wybuchu, na których można stosować opracowany w [1] sekwencyjny model natychmiastowej detonacji w miejsce pełnego opisu propagacji fali detonacyjnej w materiale wybuchowym oraz zbadanie ewolucji błędów w funkcji tej odległości przy wyznaczaniu najważniejszych parametrów powybuchowej fali uderzeniowej,

takich jak wartości ciśnień na froncie fali, jej trajektorii czy impulsu nadciśnienia związanego z rozchodzeniem się fali podmuchu w powietrzu atmosferycznym.

Układ pracy jest następujący. W punkcie drugim sformułowano graniczne zagadnienie początkowo-brzegowe wybuchu sferycznego ładunku MW w powietrzu atmosferycznym. Równania ruchu przyjęto w najbardziej ogólnej postaci całkowych praw zachowania (przy założeniu symetrii sferycznej wyznaczanych rozwiązań). Dla produktów detonacji wykorzystano związki materiałowe w postaci równania stanu Jonesa, Wilkinsa i Lee (równania stanu JWL) [2], a dla zaburzonego powietrza — kaloryczne równanie stanu stosowane przez Brode'a [3].

W punkcie trzecim przedstawiono numeryczną metodę całkowania równań ruchu w produktach detonacji i zaburzonym powietrzu. Wykorzystano w tym celu metodę rozpadu dowolnych nieciągłości Godunowa, która pozwala wyznaczać rozwiązania uogólnione, opisujące powstawanie w przepływie fal uderzeniowych i ich oddziaływania ze sobą lub granicami kontaktowymi.

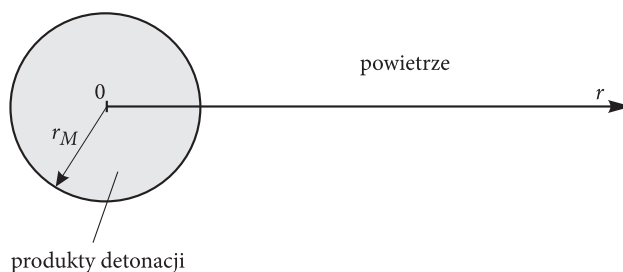
Wyniki obliczeń numerycznych dla sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji oraz ich porównanie z podobnymi obliczeniami przy wykorzystaniu rozwiązań pełnego zagadnienia fali detonacyjnej przedstawiono w punkcie czwartym.

Opracowanie zakończono podsumowaniem najważniejszych wyników i wynikających z nich wniosków, zebranych w punkcie piątym.

2. Sformułowanie zagadnienia wybuchu sferycznego ładunku MW w powietrzu atmosferycznym

Ładunek materiału wybuchowego o zadanych parametrach: gęstości nie zdetonowanego MW ρ_M , ciepłe wybuchu Q oraz k — wykładniku izentropy w punkcie Chapmana-Jougueta, został uformowany w kształcie kuli o promieniu r_M charakteryzującym jednoznacznie wielkość (masę) ładunku (rys. 1).

Ładunek umieszczono w niezaburzonym powietrzu o ustalonych wartościach ciśnienia $p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ [Pa], gęstości $\rho_0 = 1,2928$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$] oraz temperatury T_0 ,



Rys. 1. Początkowy stan zagadnienia wybuchu, zgodnie z założeniami sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji

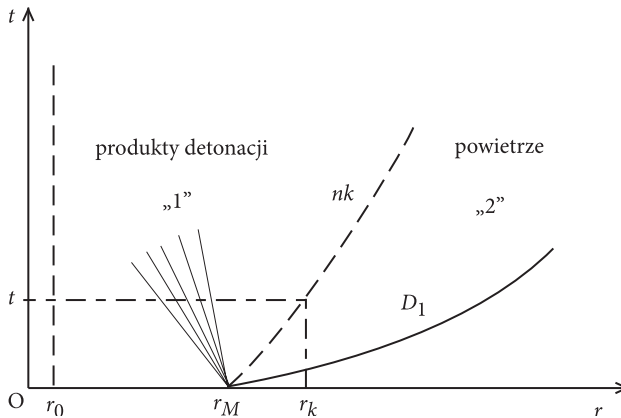
wyznaczanej z równania stanu gazu doskonałego o stałym wykładniku izentropy $\gamma = 1,4$ (parametry tzw. atmosfery standardowej).

W chwili $t = 0$, w wyniku natychmiastowego procesu detonacji, cały materiał wybuchowy ładunku kulistego o promieniu r_M zostaje zamieniony w produkty detonacji o objętości równej objętości MW i stałych, uśrednionych parametrach (wielkości oznaczone indeksem „s”) o wartościach ustalonych w pracy [1]:

$$u(r, 0) = u_s = 0, \quad \rho(r, 0) = \rho_s = \rho_M, \quad e(r, 0) = e_s = Q, \quad (2.1)$$

gdzie współrzędna przestrzenna (promień) r dowolnego punktu produktów detonacji zmienia się w przedziale $0 \leq r \leq r_M$, a pozostałe wielkości odpowiednio oznaczają: $u(r, t)$ — prędkość masową cząstek ośrodka, $\rho(r, t)$ — gęstość masową, $e(r, t)$ — gęstość masową całkowitej energii wewnętrznej, uzyskaną w wyniku procesu ustalania parametrów, zgodnie z założeniami sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji.

Powstałe w ten sposób gazowe produkty detonacji o dużych wartościach gęstości ρ , energii wewnętrznej e i ciśnienia p zaczynają oddziaływać z otaczającym je powietrzem. W rezultacie rozpadu dowolnej nieciągłości powstałej w chwili $t = 0$ w punkcie $r = r_M$, w powietrzu propaguje się kulista fala uderzeniowa. Natomiast w produktach detonacji w kierunku centrum rozchodzi się intensywna fala rozrzedzenia, a kula z zawartymi w niej produktami detonacji rozszerza się zwiększając swoją objętość [4].



Rys. 2. Falowy obraz przepływu po rozpadzie dowolnej nieciągłości w punkcie $(r_M, 0)$ na płaszczyźnie (r, t)

W każdym z dwu obszarów „1” i „2” na płaszczyźnie (r, t) , pokazanych na rysunku 2, spełnione są całkowite prawa zachowania zapisane dla symetrii sferycznej

$$\oint_C \mathbf{a} r^2 dr - \mathbf{b} r^2 dt = \iint_{S_C} 2\mathbf{f} r dr dt, \quad (2.2)$$

gdzie C i S_C oznaczają odpowiednio kontur całkowania i zawartą wewnątrz niego powierzchnię, a wektory kolumnowe \mathbf{a} , \mathbf{b} i \mathbf{f} opisują relacje:

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho(e + \frac{u^2}{2}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho u(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Prawa zachowania (2.2), (2.3) uzupełniają związki materiałowe — równanie stanu Jonesa, Wilkinsa i Lee (równanie stanu JWL) dla produktów detonacji

$$p = w\rho e + A \left(1 - \frac{w\rho}{R_1\rho_M}\right) \exp\left(\frac{-R_1\rho_M}{\rho}\right) + B \left(1 - \frac{w\rho}{R_2\rho_M}\right) \exp\left(\frac{-R_2\rho_M}{\rho}\right) \quad (2.4)$$

oraz kaloryczne równanie stanu powietrza wykorzystywane przez Brode'a:

$$e = \frac{1}{2} [\mu(\rho, p) - 1] \frac{p}{\rho}, \quad (2.5)$$

gdzie

$$\mu = \mu_0(\rho, p) + b_1 [\mu_0(\rho, p) - \mu_2(\rho, p)] \ln \frac{\rho}{\rho_0} \quad (2.6)$$

oraz

$$\mu_2 = \frac{b_2 R + 4P}{b_3 R + P}, \quad R = \rho/\rho_0, \quad P = p/p_0, \quad (2.7)$$

$$\mu_0 = 1 + \frac{b_4 R + 3P}{b_5 R + P} + (P - R) R \left(\frac{b_6}{b_7 R^2 + P^2} + \frac{b_8}{b_9 R^2 + P^2} + \frac{b_{10}}{b_{11} R^2 + P^2} \right). \quad (2.8)$$

Wielkości ρ_0 i p_0 oznaczają tu parametry niezaburzonego powietrza, a jedenaście bezwymiarowych stałych b_i przyjmuje wartości podane w tablicy (2.9):

$$\begin{aligned} b_1 &= 0,09, & b_2 &= 6002, & b_3 &= 1000, & b_4 &= 25,894868, \\ b_5 &= 4,778974, & b_6 &= 861, & b_7 &= 3000, & b_8 &= 2356, \\ b_9 &= 90000, & b_{10} &= 41000, & b_{11} &= 12000000. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Warunki początkowe w przedziale $r_0 \leq r \leq r_M$ opisują relacje (2.1) oraz równanie stanu JWL dla ciśnienia:

$$p_s = w\rho_s e_s + A \left(1 - \frac{w\rho_s}{R_1\rho_M}\right) \exp\left(\frac{-R_1\rho_M}{\rho_s}\right) + B \left(1 - \frac{w\rho_s}{R_2\rho_M}\right) \exp\left(\frac{-R_2\rho_M}{\rho_s}\right). \quad (2.10)$$

Dla $r > r_M$ przyjęto stałe wartości wielkości hydrodynamicznych przy założeniu, że niezaburzony gaz jest nieruchomy:

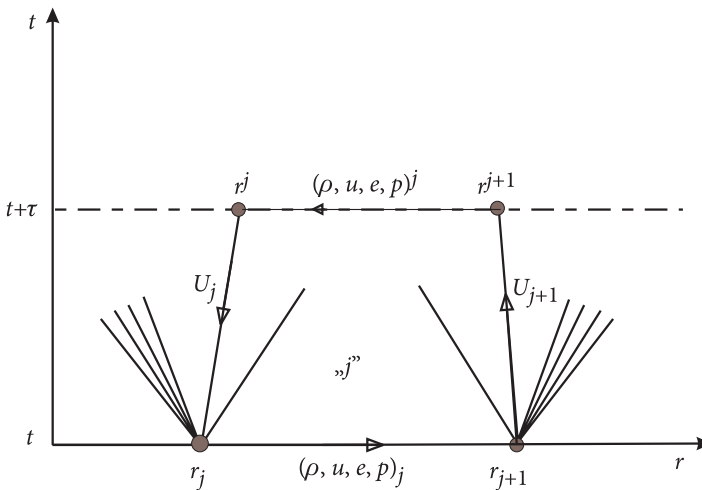
$$u(r, 0) = 0, \quad \rho(r, 0) = \rho_0, \quad p(r, 0) = p_0. \quad (2.11)$$

Na powierzchni sztywnej kulki ($r = r_0 \ll r_M$), wprowadzonej dla uniknięcia osobliwości równań ruchu w początku układu współrzędnych, spełniony jest warunek brzegowy wynikający z jej nieprzenikalności:

$$u(r_0, t) = 0. \quad (2.12)$$

3. Metoda wyznaczania numerycznych rozwiązań równań ruchu

Układ równań (2.2), (2.3) całkowano numerycznie, wykorzystując schemat różnicowy metody rozpadu dowolnych nieciągłości Godunowa [5]. Płaszczyzna przepływu (r, t) zostaje tu podzielona na komórki w kształcie czworokąta o dwóch bokach równoległych (odcinki linii $t = \text{const}$) za pomocą węzłów r_j, r_{j+1}, r^{j+1} i r^j (rys. 3).



Rys. 3. Typowa komórka obliczeniowa metody Godunowa na płaszczyźnie (r, t)

Za podstawę do numerowania komórek oraz średnich wartości parametrów hydrodynamicznych na odcinkach r_j, r_{j+1} i r^j, r^{j+1} przyjęto indeks lewego dolnego węzła komórki (indeks j na rysunku 3). Indeksy dolne odnoszą się do wielkości na dolnej powierzchni warstwy czasowej o grubości τ i odpowiednio górne — do oznaczenia wartości tych wielkości na górnej powierzchni tej warstwy.

Uśrednione wartości parametrów przepływu na kolejnych odcinkach r_j, r_{j+1} mogą być różne. Dlatego na granicy pomiędzy nimi (np. w punkcie r_j) ma miejsce

rozpad dowolnej nieciągłości. Zmiany wszystkich wielkości po tym rozpadzie opisywane są samopodobnym rozwiązaniem równań dynamiki gazów postaci:

$$u = u(\xi), \quad \rho = \rho(\xi), \quad p = p(\xi), \quad e = e(\xi), \quad (3.1)$$

gdzie samopodobna zmienna ξ spełnia relację: $\xi = (r - r_j)/\tau$. W ten sposób określone są stałe wartości wielkości hydrodynamicznych na odcinkach r_j, r^j oraz r_{j+1}, r^{j+1} . W dalszych rozważaniach wielkości na tych odcinkach oznaczono dużymi literami.

Stałe uśrednione wartości parametrów hydrodynamicznych na górnej powierzchni warstwy czasowej $(\rho, u, e, p)^j$ wyznacza się, całkując prawa zachowania (2.2), (2.3) po konturze i powierzchni każdej komórki. Przy zadanych wartościach odcinkami stałych parametrów na dolnej powierzchni warstwy otrzymuje się w ten sposób przedłużenie rozwiązania o krok czasowy τ .

Przyjęto dalej, że węzły siatki poruszają się z prędkościami nieciągłości kontaktowych wychodzących z punktów r_j i r_{j+1} . Stąd położenia tych węzłów na górnej powierzchni warstwy czasowej τ wyznacza się z zależności:

$$r^j = r_j + U_j \tau, \quad r^{j+1} = r_{j+1} + U_{j+1} \tau. \quad (3.2)$$

Dla i -tych składowych wektorów \mathbf{c} , \mathbf{b} i \mathbf{f} całkowite prawa zachowania (2.2), (2.3) zastosowane do j -tej komórki, można zapisać w postaci

$$\oint_{C_j} c_i r^2 dr - b_i r^2 dt = \iint_{S_{C_j}} 2 f_i r dr dt. \quad (3.3)$$

Po wyznaczeniu zaznaczonych w (3.3) całek konturowych i powierzchniowych oraz rozwiązaniu otrzymanych równań względem parametrów przepływu, u i e otrzymuje się jawne relacje dla ich wartości na górnej powierzchni warstwy czasowej:

$$\rho^j = \frac{r_{j+1}^3 - r_j^3}{(r^{j+1})^3 - (r^j)^3} \rho_j, \quad (3.4)$$

$$u^j = \frac{\rho_j u_j (r_{j+1}^3 - r_j^3) - (P_{j+1} - P_j) \frac{(r^{j+1})^3 - r_{j+1}^3}{U_{j+1}} + (P_j - P_j) \frac{(r^j)^3 - r_j^3}{U_j}}{\rho^j [(r^{j+1})^3 - (r^j)^3]}, \quad (3.5)$$

$$e^j = \frac{\rho_j \left(e_j + \frac{u_j^2}{2} \right) (r_{j+1}^3 - r_j^3) - P_{j+1} [(r^{j+1})^3 - r_{j+1}^3] + P_j [(r^j)^3 - r_j^3]}{\rho^j [(r^{j+1})^3 - (r^j)^3]} - \frac{(u^j)^2}{2}. \quad (3.6)$$

Wartości ciśnień p^j wyznacza się, korzystając z odpowiednich równań stanu.

Dużymi literami P i U z indeksami j i $j+1$ w równaniach (3.5) (3.6) oznaczono odpowiednio ciśnienia w otoczeniu nieciągłości kontaktowych wychodzących z węzłów o współrzędnych r_j i r_{j+1} oraz ich prędkości równe prędkościom przepływu po obydwu stronach tych nieciągłości. Ich wartości wyznaczane są z analizy rozpadu dowolnych nieciągłości w punktach r_j i r_{j+1} .

W ogólnym przypadku zadanie o rozpadzie dowolnej nieciągłości sprowadza się do rozwiązania nieliniowego równania algebraicznego dla ciśnienia P :

$$f(P, p_l, \rho_l) + f(P, p_p, \rho_p) = u_l - u_p, \quad (3.7)$$

gdzie indeksami l i p oznaczono wielkości odpowiednio po lewej i prawej stronie dowolnej nieciągłości.

Występująca w równaniu (3.7) funkcja f wyznaczana jest z relacji:

$$f(P, p_i, \rho_i) = \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \frac{p_i}{\rho_i} \left(\frac{P}{p_i} - 1 \right) \left[1 - \frac{\rho_i}{R_i(P, p_i, \rho_i)} \right] \right\}^{1/2}, \quad \text{dla } \frac{P}{p_i} > 1 \\ \int_{\rho_i}^{R_i(P, p_i, \rho_i)} \frac{c(\rho)}{\rho} d\rho, \quad \text{dla } \frac{P}{p_i} \leq 1, \quad i = l, p \end{array} \right\}. \quad (3.8)$$

Dla dowolnego równania stanu postaci

$$p = p(\rho, e) \quad \text{lub} \quad e = e(p, \rho) \quad (3.9)$$

prędkość dźwięku $c(\rho)$ otrzymuje się z ogólnej zależności, wynikającej z zasad termodynamiki:

$$c^2(\rho) = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_e + \frac{p}{\rho^2} \left(\frac{\partial p}{\partial e} \right)_\rho. \quad (3.10)$$

Funkcję $R_i(P, p_i, \rho_i)$ dla $\frac{P}{p_i} > 1$ wyznacza się z równania adiabaty Hugoniota, wynikającej z praw zachowania dla fali uderzeniowej

$$E(P, R_i) - e(p_i, \rho_i) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_i} - \frac{1}{R_i} \right) (p_i + P) = 0, \quad (3.11)$$

gdzie w miejsce $E(P, R_i)$ i $e(p_i, \rho_i)$ należy podstawić odpowiednie z równań stanu (3.9).

Rozwiązanie równania (3.11) znane jest jako równanie adiabaty uderzeniowej. Wykorzystując w tej relacji równanie stanu JWL (2.4) lub równanie stanu Brode'a

(2.5)-(2.9), otrzymuje się adiabatę uderzeniową dla produktów detonacji lub zaburzonego powietrza.

Podobną funkcję $R_i(P, p_i, \rho_i)$ w zakresie $P/p_i \leq 1$, która znana jest jako równanie izentropy, znajduje się, nakładając warunek stałości entropii na równanie stanu.

$$p = A \exp\left(\frac{-R_1 \rho_M}{\rho}\right) + B \exp\left(\frac{-R_2 \rho_M}{\rho}\right) + C \left(\frac{\rho_M}{\rho}\right)^{-(w+1)}. \quad (3.12)$$

Postać izentropy dla równania stanu JWL jest znana. Wyraża ją równanie (3.12), gdzie stała $C = C(S)$ jest ogólnie funkcją entropii stałą w obszarze fali rozrzedzenia. Jej wartość otrzymywana jest np. z warunku przechodzenia izentropy przez punkt Chapmana-Jougueta. Wykorzystanie tego warunku prowadzi do następującego wyrażenia dla wartości $C(S)$:

$$C(S) = C(S_{CJ}) = \left(\frac{\rho_M}{\rho_{CJ}}\right)^{w+1} \left[p_{CJ} - A e^{-R_1 \frac{\rho_M}{\rho_{CJ}}} - B e^{-R_2 \frac{\rho_M}{\rho_{CJ}}} \right]. \quad (3.13)$$

Natomiast dla zaburzonego powietrza, opisanego równaniem stanu Brode'a (2.5)-(2.9), po uwzględnieniu definicji prędkości dźwięku w postaci

$$c^2(\rho) = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s \quad (3.14)$$

oraz wykorzystaniu ogólnego wyrażenia dla tej wielkości w postaci (3.10), uzyskuje się równanie różniczkowe

$$\frac{dR_i}{dP} = \frac{R_i \left[\mu(R_i, P) - 1 + P \frac{\partial \mu}{\partial P} \right]}{P \left[\mu(R_i, P) + 1 - R_i \frac{\partial \mu}{\partial R_i} \right]}. \quad (3.15)$$

Całka tego równania przedstawia równanie izentropy w obszarze fali rozrzedzenia rozchodzącej się w powietrzu.

Po wyznaczeniu ciśnienia P z równania (3.7), prędkość nieciągłości kontaktowej U można teraz znaleźć np. z relacji:

$$U = u_l - f(P, p_l, \rho_l). \quad (3.16)$$

Wielkość dopuszczalnego kroku czasowego τ wyznaczano z warunku stabilności schematu różnicowego, którego sens fizyczny sprowadza się do zapewnienia utrzymania w mocy założenia o stałości parametrów hydrodynamicznych na odcinkach r_j , r^j i r_{j+1} , r^{j+1} otrzymanych w wyniku rozwiązania zadań o rozpadzie

dowolnych nieciągłości. Tak sformułowany warunek stabilności realizowano, żądając, by najszybsze fale wychodzące z węzłów r_j i r_{j+1} nie docierały do węzłów odpowiednio r^j i r^{j+1} .

Opracowany algorytm numeryczny pozwala prowadzić obliczenia dla wewnętrznych (typowych) przedziałów siatki. W celu zrealizowania obliczeń w dwóch skrajnych przedziałach należy go uzupełnić zależnościami dla „dużych” wielkości R , U , P , E i ewentualnie prędkości odpowiedniej granicy (gdy jej wartość jest różna od U). Do wyznaczenia tych wielkości wykorzystywano dodatkowe informacje zadawane w postaci warunków granicznych.

W procesie obliczeniowym wydzielano i wyznaczano dokładnie ruch nieciągłości kontaktowej (oznaczenie nk na rysunku 2) oddzielającej rozszerzające się produkty detonacji od otaczającego je powietrza oraz front rozchodzącej się w nim fali uderzeniowej. Pozostałe silne nieciągłości, pojawiające się w trakcie ewolucji rozwiązania, ulegały naturalnemu rozmyciu przez dysypatywny schemat różnicowy Godunowa.

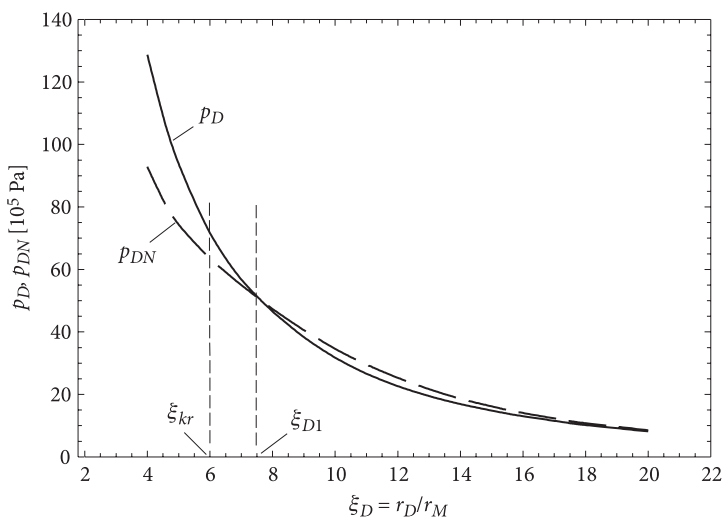
4. Wyniki obliczeń – porównanie rozwiązań numerycznych dla modelu natychmiastowej detonacji z danymi dla pełnego opisu fali detonacyjnej

Obliczenia wykonano dla trotylu (TNT), dla którego przyjęto następujące dane materiałowe:

$$\begin{aligned} \rho_M = 1630 \text{ [kg/m}^3\text{]}, \quad Q = 3681 \text{ [kJ/kg]}, \quad k = 2,727, \quad w = 0,35, \\ A = 3738 \cdot 10^8, \quad B = 3747 \cdot 10^6, \quad R_1 = 4,15, \quad R_2 = 0,90. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Największe wartości ciśnień w zaburzonym powietrzu uzyskuje się na czole powybuchowej fali uderzeniowej (oznaczenie D na rysunku 2). Dlatego w pierwszej kolejności analizowano wpływ opisu procesu detonacji MW na wartości ciśnień osiągniętych na froncie tej fali. Znajomość tej wielkości jest konieczna przy analizie oddziaływania fali podmuchu z obiektami umieszczonymi w obszarze jej działania.

Na rysunku 4 przedstawiono wyniki obliczeń ciśnienia p_{DN} na powierzchni fali podmuchu D w funkcji względnego promienia tej fali $\xi_D = r_D/r_M$. Dane te porównano z rezultatami podobnych obliczeń z dokładnym opisem procesu detonacji (krzywa p_D). Uzyskanie tych danych było możliwe dzięki procesowi śledzenia trajektorii powybuchowej fali uderzeniowej, wprowadzonemu do schematu numerycznego Godunowa. Dane liczbowe dotyczące porównania obydwu ciśnień zamieszczono również w tabeli 1.



Rys. 4. Porównanie ciśnień na froncie fali podmuchu uzyskane przy wykorzystaniu sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji oraz pełnego opisu fali detonacyjnej

TABELA 1

Porównanie wyników obliczeń wartości ciśnień na froncie fali podmuchu przy zastosowaniu sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji oraz rozwiązań pełnego problemu fali detonacyjnej

| r_D/r_M | $p_D [10^5 \text{Pa}]$ | $p_{DN} [10^5 \text{Pa}]$ | $\delta_p = p_{DN} - p_D / p_D [\%]$ |
|-----------|------------------------|---------------------------|--|
| 2,00 | 280,24 | 178,84 | 36,2 |
| 3,00 | 185,74 | 125,11 | 32,6 |
| 4,00 | 128,69 | 92,88 | 27,8 |
| 4,50 | 109,13 | 82,33 | 24,6 |
| 5,00 | 93,79 | 74,39 | 20,7 |
| 5,96 | 72,40 | 63,92 | 11,7 |
| 7,00 | 56,80 | 54,96 | 3,2 |
| 8,00 | 46,54 | 47,30 | 1,6 |
| 9,00 | 38,30 | 40,53 | 5,8 |
| 10,00 | 31,73 | 34,54 | 8,8 |
| 11,00 | 26,60 | 29,52 | 11,0 |
| 12,00 | 22,62 | 25,27 | 11,7 |
| 13,00 | 19,45 | 21,64 | 11,3 |
| 14,00 | 16,90 | 18,58 | 10,0 |
| 15,14 | 14,53 | 15,80 | 8,8 |
| 16,00 | 13,01 | 14,00 | 7,6 |

cd. tabeli 1

| | | | |
|-------|-------|-------|-----|
| 17,28 | 11,12 | 11,79 | 6,1 |
| 18,01 | 10,18 | 10,75 | 5,6 |
| 20,01 | 8,15 | 8,48 | 4,0 |

Z obydwu tych prezentacji wynika, że sekwencyjny model natychmiastowej detonacji można stosować do opisu uderzeniowej fali podmuchu na odległościach $\xi_D > \xi_{kr}$ (rys. 4), gdzie $\xi_{kr} = 6$ dla badanego ładunku trotylu, w tym sensie, że w podanym zakresie odległości względny błąd wartości ciśnienia na froncie tej fali jest mniejszy od dwunastu procent i maleje do czterech procent na odległościach rzędu dwudziestu promieni, przyjmując również niewielkie, kilkuprocentowe wartości w przedziale $7 < \xi_D < 10$.

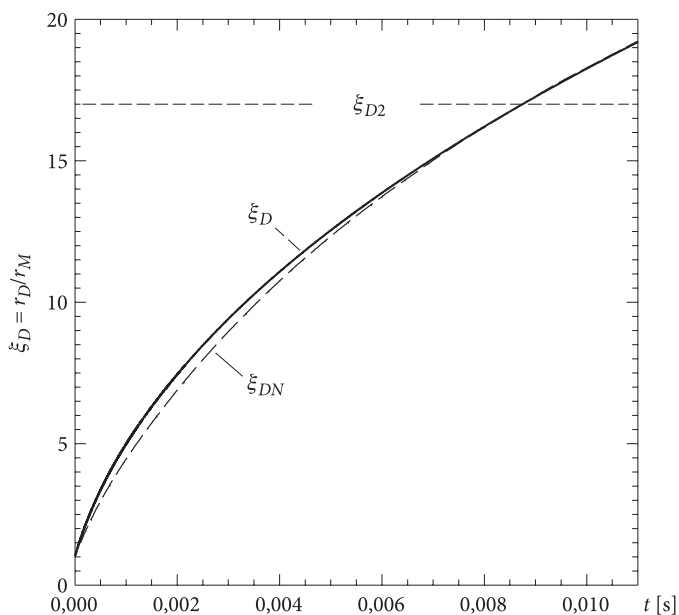
Ogólną prawidłowością, widoczną na rysunku 4, są mniejsze wartości maksymalnych ciśnień na froncie fali podmuchu dla modelu natychmiastowej detonacji w porównaniu z odpowiednimi wartościami dla zagadnienia pełnego na względnych odległościach $\xi_D < \xi_{D1} \cong 7,5$, natomiast w zakresie $\xi_D > \xi_{D1}$ spełniona jest relacja $p_{DN} > p_D$ z tendencją do zanikania różnic wartości ze wzrostem odległości od centrum wybuchu.

Takich relacji dla ciśnień na froncie fali podmuchu należało oczekiwać, w związku z tym, że początkowe uśrednione ciśnienie w produktach detonacji p_s spełnia nierówność $p_c < p_s < p_d$, gdzie p_d oznacza maksymalną wartość ciśnienia na froncie fali detonacyjnej w momencie jej dotarcia do granicy ładunku, a p_c — stałą, minimalną wartość tego ciśnienia w obszarze prądu jednorodnego w tej samej chwili czasu [1].

Z ogólnych właściwości nieliniowych zagadnień propagacji fal wiadomo, że prędkość fali rośnie wraz z jej intensywnością. Wynika stąd, że fala podmuchu, otrzymana przy zastosowaniu sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji, ma mniejszą prędkość w porównaniu z jej wariantem dla pełnego zagadnienia detonacji w przedziale $\xi_D < \xi_{D1}$ i większą w pozostałym zakresie.

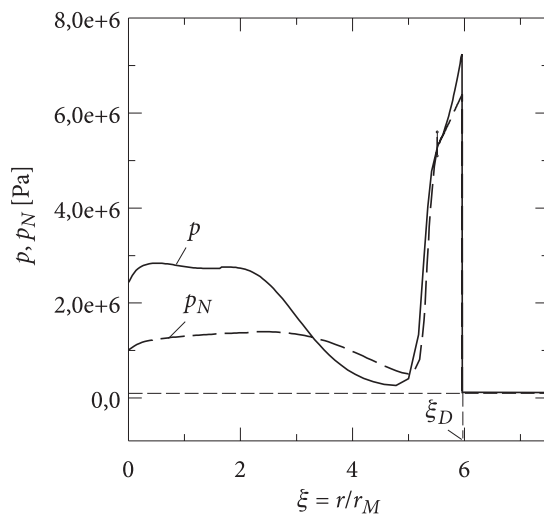
Prawidłowości te można obserwować również na rysunku 5, na którym pokazano trajektorie fal podmuchu dla obydwu opisów zagadnienia detonacji. Z rysunku widać bezpośrednio, że fala podmuchu dla modelu detonacji natychmiastowej jest opóźniona w zakresie $\xi_D < \xi_{D2} \cong 17$, a pojawia się wcześniej w wybranej odległości od centrum wybuchu dla $\xi_D > \xi_{D2}$, gdzie $\xi_{D2} > \xi_{D1}$ ze względu na fakt, że opóźniona bardziej intensywna fala uderzeniowa, uzyskana w natychmiastowym modelu detonacji w zakresie $\xi_D > \xi_{D1}$, musi mieć określony czas na dogonienie słabszej fali podmuchu dla modelu z pełnym opisem procesu detonacji.

Na rysunkach 6, 7, 8 i 9 przedstawiono porównania rozkładów ciśnień w całym obszarze zaburzonego ruchu za frontem powybuchowej fali uderzeniowej

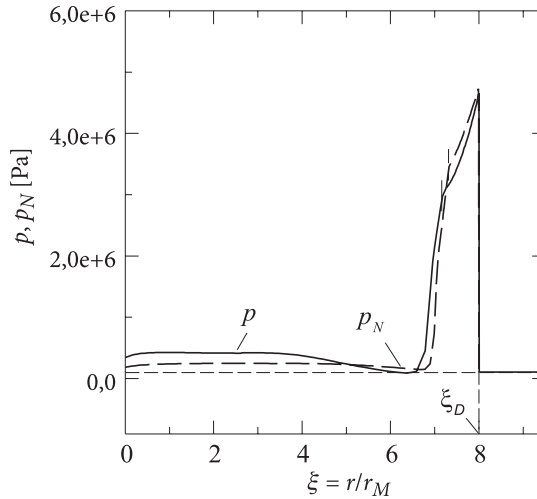


Rys. 5. Trajektorie uderzeniowych fal podmuchu dla obydwu opisów zagadnienia detonacji

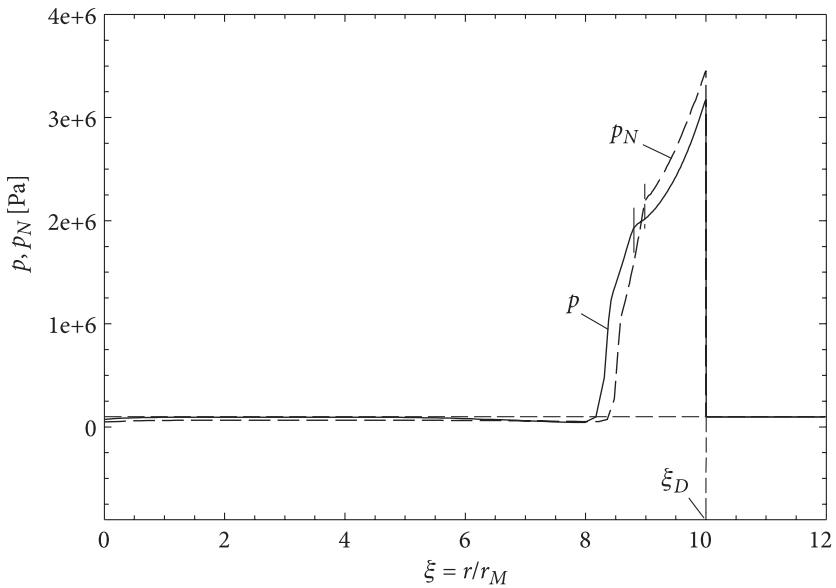
dla wartości ξ_D równych odpowiednio 6, 8, 10 i ok. 17. Pionowymi odcinkami zaznaczono aktualne położenia granicy produktów detonacji.



Rys. 6. Przestrzenne rozkłady ciśnień w obszarze fali podmuchu dla obydwu opisów zagadnienia detonacji

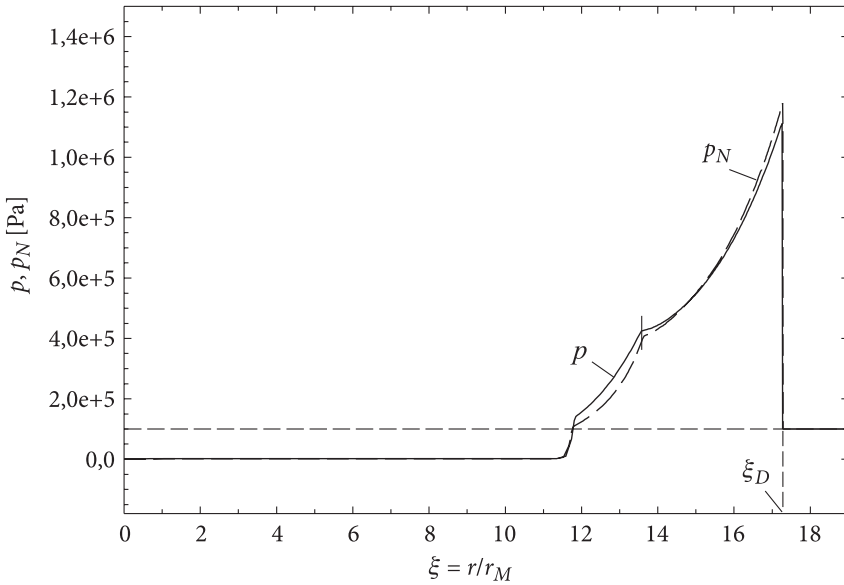


Rys. 7. Opis jak na rysunku 6



Rys. 8. Opis jak na rysunku 6

Ogólną prawidłowością dla pokazanych tu zależności jest dominacja impulsu nadciśnienia związanego z obszarem produktów detonacji dla wartości $\xi_D < \xi_{kr} = 6$ oraz impulsu nadciśnienia związanego z falą podmuchu w zaburzonym powietrzu dla $\xi_D > \xi_{kr}$, np. dla $\xi_D \approx 10$ (rys. 8) na obiekty umieszczone w takiej odległości od centrum wybuchu praktycznie działa impuls ciśnienia związany z falą podmuchu



Rys. 9. Opis jak na rysunku 6

w powietrzu, natomiast w prawie całym obszarze produktów detonacji panuje podciśnienie (ciśnienie o wartościach mniejszych od ciśnienia atmosferycznego).

Istotną jest również obserwacja, że impulsy nadciśnienia otrzymywane dla uproszczonego modelu natychmiastowej detonacji oraz przy zastosowaniu jej pełnego opisu w zakresie $\xi_D > \xi_{kr}$ są porównywalne, podobnie jak maksymalne wartości ciśnień na froncie fali uderzeniowej, z tendencją do zanikania różnic ze wzrostem odległości.

Przedstawiona analiza pozwala stwierdzić, że uproszczony, sekwencyjny model natychmiastowej detonacji może z wystarczającą dokładnością zastąpić pełny opis procesu detonacji w analizach oddziaływań wybuchu na odległościach $\xi_D > \xi_{kr}$, gdzie $\xi_{kr} = 6$ dla badanego ładunku trotylu.

5. Podsumowanie

Korzystając z założeń sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji, sformułowano graniczne zagadnienie początkowo-brzegowe wybuchu sferycznego ładunku MW w powietrzu atmosferycznym.

Równania ruchu przyjęto w najbardziej ogólnej postaci całkowitych praw zachowania przy założeniu symetrii sferycznej wyznaczanych rozwiązań. Dla produktów detonacji wykorzystano związki materiałowe w postaci równania stanu JWŁ, a dla zaburzonego powietrza — kaloryczne równanie stanu stosowane przez Brode'a.

Równania ruchu całkowano metodą rozpadu dowolnych nieciągłości Godunowa z wydzieleniem frontu uderzeniowej fali podmuchu oraz granicy produktów detonacji. Wyniki obliczeń numerycznych dla sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji porównano z podobnymi obliczeniami przy wykorzystaniu dokładnego opisu procesu detonacji MW.

Ustalono, że ze względu na maksymalne wartości ciśnień na froncie fali podmuchu, sekwencyjny model natychmiastowej detonacji można stosować do opisu tej fali na odległościach $\xi_D > \xi_{kr}$ ($\xi_{kr} \approx 6$ dla badanego ładunku trotylu) w tym sensie, że w takim zakresie odległości od centrum wybuchu względne różnice ciśnień na froncie uderzeniowej fali podmuchu są mniejsze od dwunastu procent i maleją ze wzrostem odległości.

Ogólną prawidłowością są mniejsze wartości maksymalnych ciśnień na froncie fali podmuchu dla modelu natychmiastowej detonacji w porównaniu z odpowiednimi wartościami dla zagadnienia pełnego na względnych odległościach $\xi_D < \xi_{D1}$ ($\xi_{D1} \approx 7,5$ dla trotylu), natomiast w zakresie $\xi_D > \xi_{D1}$ spełniona jest relacja $p_{DN} > p_D$ z tendencją do zanikania różnic wartości ze wzrostem odległości od centrum wybuchu.

Ponieważ prędkość fali uderzeniowej rośnie wraz z jej intensywnością, z przedstawionych ustaleń wynika, że fala podmuchu otrzymana przy zastosowaniu sekwencyjnego modelu natychmiastowej detonacji ma mniejszą prędkość w porównaniu z jej wariantem dla pełnego zagadnienia detonacji w przedziale $\xi_D < \xi_{D1}$ i większą w pozostałym zakresie.

Ujawnione relacje dla prędkości fal podmuchu decydują o kształcie ich trajektorii. Ustalono, że fala podmuchu dla modelu detonacji natychmiastowej jest opóźniona (pojawia się później w wybranej odległości od centrum wybuchu) w zakresie $\xi_D < \xi_{D2}$ ($\xi_{D2} \approx 17$ dla trotylu) i przyspieszona (pojawia się wcześniej) dla $\xi_D > \xi_{D2}$.

Z badań rozkładów ciśnień w całym obszarze zaburzonego ruchu wynika, że ogólną prawidłowością jest dominacja impulsu nadciśnienia związanego z obszarem produktów detonacji dla wartości $\xi_D < \xi_{kr}$ oraz impulsu nadciśnienia związanego z falą podmuchu w zaburzonym powietrzu w zakresie $\xi_D > \xi_{kr}$.

Istotna jest również obserwacja, że impulsy nadciśnienia otrzymywane dla uproszczonego modelu natychmiastowej detonacji oraz przy zastosowaniu jej pełnego opisu, w zakresie $\xi_D > \xi_{kr}$ są porównywalne, podobnie jak maksymalne wartości ciśnień na froncie fali uderzeniowej, z tendencją do zanikania różnic ze wzrostem odległości.

LITERATURA

- [1] Z. ŁĘGOWSKI, *Sekwencyjny model natychmiastowej detonacji ładunku materiału wybuchowego o skończonej objętości*, Biul. WAT, 60, 3, 2011.
- [2] E. WŁODARCZYK, *Wstęp do mechaniki wybuchu*, PWN, Warszawa, 1994.
- [3] H. L. BRODE, *Blast Wave from a Spherical Charge*, The Phys. of Fluids, 2, 2, 1959.
- [4] Z. ŁĘGOWSKI, *Analiza problemu rozprzestrzeniania się powybuchowej fali uderzeniowej w nieograniczonym ośrodku gazowym*, Biul. WAT, 51, 10, 2002.
- [5] S. K. GODUNOV, A. V. ZABRODIN, M. JA. IVANOV, A. N. KRAJJKO, G. P. PROKOPOV, *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovojj dinamiki*, Nauka, Moskva, 1976.

Z. ŁĘGOWSKI

**Application of the sequential type of an instantaneous detonation
for describing the explosion of a spherical charge in the atmosphere**

Abstract. On the strength of assumptions of the sequential type of an instantaneous detonation, the initial boundary-value problem has been formulated for the spherical charge explosion in an atmosphere.

The motion equations have been solved by means of a numerical scheme of the Godunov's method of disintegration an arbitrary discontinuity with separating the blast wave front and the detonation products boundary. The results of numerical calculations for the sequential type of an instantaneous detonation have been compared with similar computations when taking advantage of the rigorous description of a detonation process.

It has been ascertained, that considering the maximum pressure values in the blast wave front, as well as obtained values of the overpressure pulses, the sequential type of an instantaneous detonation may be applied to describe this wave to the relative distances of $\xi_D > \xi_{kr}$ ($\xi_{kr} \approx 6$ for the TNT charge examined).

The general principle are less values of maximum pressures on comparison with appropriate values for the complete problem ($p_{DN} < p_D$) at the distances $\xi_D < \xi_{D1}$ ($\xi_{D1} \approx 7.5$ for TNT), whereas in the range $\xi_D > \xi_{D1}$ the inequality $p_{DN} > p_D$ is satisfied with a tendency to decay the values of differences with increasing the distance from the explosion centre.

It has been stated, that the blast wave, when applying the sequential type of an instantaneous detonation, is behind time (comes later at a settled distance from the explosion centre) in the range $\xi_D < \xi_{D2}$ ($\xi_{D2} \approx 17$ for TNT) and it is accelerated (appears sooner) for $\xi_D > \xi_{D2}$.

Keywords: flow dynamics, explosion, detonation, blast wave

