



Badanie parametrów sprężystości Ziemi na podstawie satelitarnych pomiarów laserowych

MARCIN JAGODA¹, MIŁOŚŁAWA RUTKOWSKA^{2,1}

¹Politechnika Koszalińska, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska,
75-453 Koszalin, ul. Śniadeckich 2, mjagodam@o2.pl

²Centrum Badań Kosmicznych PAN, 00-716 Warszawa, ul. Bartycka 18a
milena@cbk.waw.pl

Streszczenie. W pracy zostały wyznaczone parametry sprężystości Ziemi liczby — Love'a i Shida (k_2, k_3, h_2, l_2) na podstawie pomiarów laserowych do satelitów geodezyjnych LAGEOS-1 i LAGEOS-2. Obserwacje wykonane z globalnej sieci stacji laserowych dla okresu od 01.01.2005 roku do 01.01.2007 roku zostały podzielone, a następnie opracowane dla miesięcznych łuków orbitalnych. Równocześnie wyznaczane były w procesie wyrównania metodą najmniejszych kwadratów liczby Love'a i Shida oraz niewiadome dotyczące łuków orbitalnych. Stosując metodę sekwencyjną polegającą na dołączaniu kolejnych łuków orbitalnych, wyznaczono minimalny interwał czasowy pozwalający uzyskać stabilne rozwiązanie oraz stabilizację wielkości błędów wyznaczanych niewiadomych. Zbadano także wpływ obliczonych w procesie wyrównania liczb Love'a i Shida na oszacowanie wartości $(O - C)$, czyli różnic pomiędzy obserwowaną i wyznaczoną odległością pomiędzy satelitą a stacją obserwacyjną. Wszystkie obliczenia wykonano przy pomocy programu orbitalnego GEODYN II NASA/GSFC [12]. Finalne wartości globalnych parametrów sprężystości Ziemi wyniosły: $h_2 = 0,6146 \pm 0,0006$, $l_2 = 0,0883 \pm 0,0003$, $k_2 = 0,3011 \pm 0,0001$ i $k_3 = 0,0896 \pm 0,0037$.

Słowa kluczowe: geodezja i kartografia, geodezja satelitarna, parametry sprężystości Ziemi, liczby Love'a i Shida, pomiary SLR

1. Wprowadzenie

Sztuczny Satelita Ziemi umieszczony na orbicie podlega działaniu wielu sił, które powodują, że porusza się on ruchem perturbowanym o stale zmieniających się elementach opisujących orbitę. Największą wartość osiąga siła grawitacyjna Ziemi.

Potencjał grawitacyjny Ziemi w punkcie $P(r, \varphi, \lambda)$, w którym znajduje się satelita, wyrażany jest zwykle łącznie z potencjałem pływowym Księżyca i Słońca za pomocą następującej formuły [6]:

$$V = \frac{GM}{r} \left(1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n P_{nm}(\sin \varphi) ((C_{nm} + \Delta C_{nm}) \cos m\lambda + (S_{nm} + \Delta S_{nm}) \sin m\lambda) \right). \quad (1)$$

Wyznaczone metodami satelitarnymi, znormalizowane współczynniki C_{nm} , S_{nm} opisują model potencjału grawitacyjnego Ziemi V do stopnia i rzędu (n, m) . W pracy został przyjęty model współczynników potencjału grawitacyjnego TEG4 (200, 200) wyznaczony przez [19], ograniczony do stopnia i rzędu (20, 20) zgodnie z analizą wykonaną w pracy [22].

Natomiast zmienne w czasie poprawki do współczynników ΔC_{nm} i ΔS_{nm} wywołane są potencjałem pływowym Księżyca i Słońca. Potencjał ten mający również charakter grawitacyjny jest sumowany z potencjałem grawitacyjnym Ziemi. Pływy Księżyca i Słońca powodują zmiany rozkładu mas ziemskich i oceanicznych, które z kolei wywołują perturbacje w ruchu satelitów opisane formułami (2, 2a, 2b). Pochodne potencjału względem promienia $\frac{\partial V}{\partial r}$ wyrażają przyspieszenia w ruchu satelity i stanowią element równania ruchu satelity. Współczynniki potencjału pływowego dla rozwinięcia do dowolnego stopnia i rzędu wyraża zależność [6]:

$$\Delta C_{nm} - i\Delta S_{nm} = \frac{k_{nm}}{\sqrt{2n+1}} \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j}{GM_E} \left(\frac{R_E}{R_j} \right)^{n+1} P_{nm}(\sin \varphi_j) e^{-im\lambda_j}, \quad (2)$$

gdzie: $P_{nm}(\sin \varphi)$ — stowarzyszona funkcja Legendre'a stopnia n i rzędu m ;
 λ, φ, r — pozycja satelity w przestrzeni — długość i szerokość geocentryczna oraz odległość satelity od środka masy Ziemi;
 k_{nm} — potencjalna liczba Love'a k stopnia n i rzędu m .

W przypadku modelu pływowego dla rozwinięcia $(n = 2, m = 0, 1, 2)$ zmiany znormalizowanych współczynników geopotencjału są określane na podstawie następujących formuł [11]:

$$\begin{aligned} \Delta C_{20} &= \frac{1}{\sqrt{5}} k_2(0) \frac{R_E^3}{GM_E} \frac{GM_j}{R_j^3} P_{20}(\sin \varphi_j), \\ \Delta C_{21} - i\Delta S_{21} &= \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3}{5}} k_2(1) \frac{R_E^3}{GM_E} \frac{GM_j}{R_j^3} P_{21}(\sin \varphi_j) * e^{-i\lambda_j}, \\ \Delta C_{22} - i\Delta S_{22} &= \frac{1}{12} \sqrt{\frac{12}{5}} k_2(2) \frac{R_E^3}{GM_E} \frac{GM_j}{R_j^3} P_{22}(\sin \varphi_j) * e^{-i2\lambda_j}. \end{aligned} \quad (2a)$$

Zakłada się, że występujące w powyższych równaniach trzy różne liczby Love'a: $k_2(m=0), k_2(m=1), k_2(m=2)$ dla pływu długookresowego, dobowego oraz półdobowego przyjmują jedną wartość k_2 .

W przypadku rozwinięcia modelu pływowego dla $(n=3, m=0)$ zmiana znormalizowanych współczynników geopotencjału zgodnie z formułą (2) przyjmuje zależność:

$$\Delta C_{30} = \frac{1}{\sqrt{7}} k_3 \frac{R_E^4}{GM_E} \frac{GM_j}{R_j^4} P_{30}(\sin \varphi_j). \quad (2b)$$

Drugim efektem zmian rozkładu mas ziemskich i oceanicznych wywołanych pływami są oscylacje pozycji stacji obserwacyjnych wyrażone za pomocą wzoru (3), zawartego w pracy [5]:

$$\Delta \vec{r} = \sum_{j=2}^3 \left[\frac{GM_j}{GM_{Earth}} \frac{r^4}{R_j^3} \right] \left\{ \left[3l_2 (\hat{R}_j \hat{r}) \right] \hat{R}_j + \left[3 \left(\frac{h_2}{2} - l_2 \right) (\hat{R}_j \hat{r})^2 - \frac{h_2}{2} \right] \hat{r} \right\}, \quad (3)$$

gdzie: GM_j — parametr grawitacyjny Księżyca ($j=2$) lub Słońca ($j=3$);
 GM_{Earth} — parametr grawitacyjny Ziemi;
 \hat{R}_j — geocentryczny wektor położenia ciała wywołującego pływy Księżyca lub Słońca;
 \hat{r} — geocentryczny wektor do stacji;
 h_2 — liczba Love'a drugiego stopnia;
 l_2 — liczba Shida drugiego stopnia.

W formule (3) występują parametry h_2 oraz l_2 , które znane są jako liczby Love'a i Shida. Pierwszy parametr h_2 dotyczy przemieszczenia pływowego stacji w kierunku radialnym, drugi l_2 odnosi się do przemieszczenia poprzecznego, jego wartość jest mniejsza od h_2 o około rząd wielkości.

Ogólna postać równania obserwacyjnego dla techniki laserowej jest przedstawiona za pomocą formuły (4). Rozwiązanie układu równań dla ciągu obserwacyjnego przy zastosowaniu metody najmniejszych kwadratów pozwala wyznaczyć wybrane niewiadome uwzględnione w równaniu obserwacyjnym. W przeprowadzonej analizie poszukiwanymi niewiadomymi są liczby Love'a i Shida oraz niewiadome związane z łukami orbitalnymi.

$$V_\rho = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon + \frac{\partial \rho}{\partial h_2} \Delta h_2 + \frac{\partial \rho}{\partial l_2} \Delta l_2 + \frac{\partial \rho}{\partial k_2} \Delta k_2 + \frac{\partial \rho}{\partial k_3} \Delta k_3 + (O - C), \quad (4)$$

gdzie: $\Delta \varepsilon$ — poprawki do elementów orbity (7 niewiadomych dla każdego łuku orbitalnego — pozycje i prędkości satelity na epokę t_0 i współczynnik ciśnienia światła słonecznego C_R);

- Δh_2 — poprawka do liczby Love'a h_2 ;
- Δl_2 — poprawka do liczby Shida l_2 ;
- Δk_2 — poprawka do potencjalnej liczby Love'a k_2 dla $n = 2$;
- Δk_3 — poprawka do potencjalnej liczby Love'a k_3 dla $n = 3$;
- (O - C) — różnice pomiędzy obserwowaną i wyznaczoną odległością pomiędzy satelitą a stacją obserwacyjną;
- ρ — wielkość mierzona.

Celem wykonanej analizy jest:

- Wyznaczenie z danych laserowych wykonanych do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 globalnych wartości parametrów sprężystości Ziemi. Zostaną one porównane z innymi dostępnymi w literaturze światowej wyznaczeniami uzyskanymi np. z teoretycznych modeli Ziemi elastycznej czy innymi technikami satelitarnymi.
- Określenie minimalnego niezbędnego interwału obserwacyjnego pozwalającego uzyskać stabilne wyznaczenie parametrów sprężystości i ich błędów średnich.
- Zbadanie wpływu nowo wyznaczonych parametrów sprężystości na wartości (O - C) występujące w równaniu obserwacyjnym (4).

2. Metoda analizy

Globalne wartości liczb Love'a i Shida zostały wyznaczone z obserwacji laserowych do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 dla okresu od 01.01.2005 do 01.01.2007 roku. Dane do analizy w postaci punktów normalnych zostały pobrane ze światowych baz danych: Crustal Dynamics Data Information System (CDDIS) oraz EUROLAS Data Center (EDC). Punkty normalne tworzone są w centrach obliczeniowych z surowych obserwacji wykonanych na stacjach zgodnie z teorią opisaną przez [17] i [20]. Dla satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 są one tworzone dla dwuminutowych interwałów. Punkty normalne zostały podzielone na 30-dniowe łuki orbitalne, w sumie otrzymano 48 łuków (24 dla LAGEOS-1 i 24 dla LAGEOS-2). Analizę przeprowadzono w oparciu o dane obserwacyjne wykonane przez 14 stacji sieci globalnej, o dokładności pomiaru 1 mm w każdej składowej. Współrzędne stacji zostały wyrażone w układzie ITRF2005 (tab. 1b). Naszym celem było wybranie takich stacji, które posiadają dużą liczbę obserwacji wysokiej dokładności oraz są rozłożone równomiernie na globie ziemskim. Generalnie, lokalizacja stacji laserowych nie jest proporcjonalna; na półkuli południowej znajduje się ich znacznie mniej, co pogarsza geometrię rozwiązania. Stacje Yarragadee i Hartebeesthoek zlokalizowane są na półkuli południowej, a więc w sposób istotny poprawiają geometrię rozwiązania. Z podobnych względów przyjęto stacje Ryga, Shanghai

i Simosato. Pierwsza, pomimo nieco gorszej dokładności pomiaru, jest najbardziej wysuniętą na wschód stacją w Europie, następne stacje przyjęto, ponieważ znajdują się na terenie Azji, gdzie liczba stacji pomiarowych jest znacznie mniejsza niż w Europie. Stacje te poprawiają geometrię sieci. Stacja Grasse została włączona do rozwiązania ze względu na dużą dokładność pomiaru pomimo krótkiego okresu pomiarowego (tylko do 7 maja 2005 roku).

W ruchu satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 uwzględniono następujące czynniki perturbujące ich orbity:

- niejednorodność pola grawitacyjnego Ziemi,
- grawitacyjne oddziaływanie Księżyca i Słońca,
- grawitacyjne oddziaływanie planet Układu Słonecznego (Wenus, Mars, Jowisz, Saturn),
- zmiany pola grawitacyjnego Ziemi wywołane ruchem bieguna ziemskiego,
- zmiany pola grawitacyjnego Ziemi wywołane pływami ziemskimi,
- zmiany pola grawitacyjnego Ziemi wywołane pływami oceanicznymi,
- ciśnienie światła słonecznego,
- efekt albedo,
- opór termiczny Yarkowskiego,
- efekty relatywistyczne.

Zastosowany model sił oraz procedury redukcji pomiarów dla satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 zostały przedstawione w tabeli 1a. Liczba punktów normalnych wykorzystanych do obliczeń wynosi 73692 dla satelity LAGEOS-1 i 71266 dla satelity LAGEOS-2. Obserwacje wykonane pod kątem mniejszym niż 20° nad horyzontem zostały odrzucone ze względu na błąd modelu refrakcji troposferycznej. Podział punktów normalnych na 24 łuki orbitalne przedstawiono na rysunku 1. Łączna ilość punktów normalnych dla miesięcznych łuków orbitalnych waha się od 4000 do 9000 i jest różna dla różnych interwałów czasowych. Do obliczeń przyjęto układ współrzędnych ITRF2005 odniesiony do epoki 2000 zgodnie z [1]. Uwzględniono redukcję do środka masy satelity równą 25,1 cm zgodnie z [10], jedynie dla stacji Herstmonceux przyjęto 24,5 cm (na podstawie zaleceń uzyskanych z prywatnych kontaktów z E. C. Pavlis).

W niniejszej pracy proces obliczeniowy został przeprowadzany w dwóch etapach. W pierwszym dla każdego łuku orbitalnego wyznaczono siedem parametrów $\Delta\varepsilon$ (równanie (4)), opisujących położenie i prędkość satelity w epoce początkowej oraz współczynnik ciśnienia światła słonecznego C_R . Po uzyskaniu zbieżności procesu obliczeniowego dla etapu pierwszego rozpoczęto etap drugi, w którym wszystkie niewiadome zostały wyznaczone we wspólnym rozwiązaniu.

Wartości pochodnych cząstkowych $(\frac{\partial \rho}{\partial h_2}, \frac{\partial \rho}{\partial l_2}, \frac{\partial \rho}{\partial k_2}, \frac{\partial \rho}{\partial k_3})$, niezbędne do wyznaczenia liczb Love'a i Shida — h_2, l_2, k_2, k_3 , są obliczane za pomocą różniczkowania wyrażeń (2) i (3).

Znajomość opisanych powyżej pochodnych cząstkowych pozwala na utworzenie równań obserwacyjnych (4), rozwiązanie ich oraz wyznaczenie niewiadomych metodą najmniejszych kwadratów Bayesa. Początkowe wartości parametrów sprężystości zastosowane w rozwiązaniu zostały przyjęte za McCarthy [11] z Conventions 2003 i wyniosły odpowiednio: $h_2 = 0,6078$, $l_2 = 0,0847$, $k_2 = 0,3019$ oraz $k_3 = 0,0930$.

Wszystkie obliczenia wykonano za pomocą programu orbitalnego GEODYN II NASA/Goddard Space Flight Center opracowanego w Washington Analytical Center [12].

Do wyznaczenia liczb Love'a i Shida zastosowano metodę sekwencyjną, w której krok po kroku dołączano kolejne miesięczne łuki orbitalne, za każdym razem wyznaczając ponownie parametry sprężystości. W każdym kroku wartości parametrów h_2, l_2, k_2, k_3 wyznaczano w procesie iteracyjnym. Proces iteracyjny kończono, gdy spełniony był następujący warunek:

$$\{\text{RMS}(n) - \text{RMS}(n - 1)\} < 0,01 \text{ cm},$$

gdzie RMS to średni błąd kwadratowy różnic (O – C) pomiędzy wartościami obserwowanymi a obliczonymi na momenty obserwacji; n jest numerem iteracji.

TABELA 1A

Model obliczeniowy zastosowany w rozwiązaniu

<p>MODEL DYNAMICZNY:</p> <p>Pole grawitacyjne — model CSR TEG4 (200, 200) [19], Pływy ziemskie i oceaniczne — model EGM96 [7], Uwzględnienie w wyrównaniu ciśnienia światła słonecznego — C_R, Uwzględnienie efektu albedo i promieniowania podczerwonego Ziemi, Uwzględnienie efektów relatywistycznych, Uwzględnienie deformacji wywołanych ciśnieniem atmosfery.</p>
<p>UKŁAD ODNIESIENIA:</p> <p>Współrzędne stacji w układzie ITRF 2005 w odniesieniu do epoki 2000 [1], Precesja i nutacja zgodnie z IAU 2000.</p>
<p>WSTĘPNE OPRACOWANIE DANYCH OBSERWACYJNYCH:</p> <p>Model refrakcji troposferycznej — Marini-Murray [8], Uwzględnienie redukcji do środka masy satelity [10], Wagi obserwacji: $W = 1 / m_{ST}^2$, gdzie m_{ST} — błąd pomiaru lasera na stacji.</p>

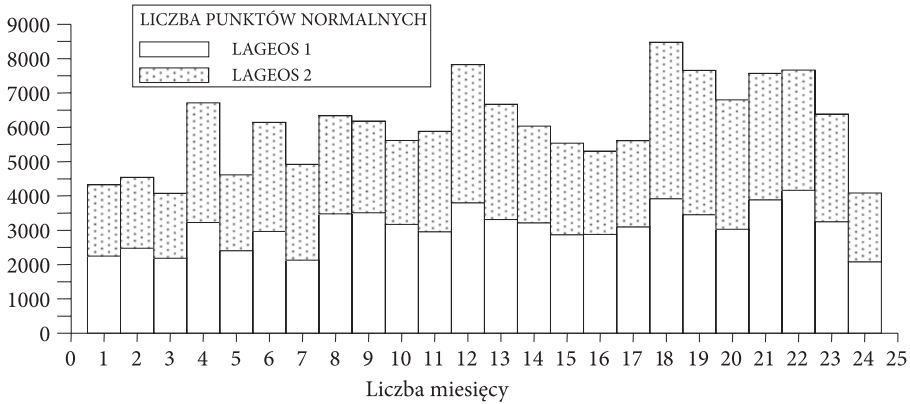
TABELA 1B

Pozycje stacji SLR wykorzystanych w opracowaniu

Współrzędne stacji w układzie ITRF2005 odniesione do epoki 2000				
Nazwa stacji SLR	Numer stacji	$X(m)$	$Y(m)$	$Z(m)$
1. Ryga	1884	3183895,880	1421497,086	5322803,800
2. Fort Davis	7080	-1330021,109	-5328401,858	3236480,768
3. Yarragade	7090	-2389007,065	5043329,369	-3078524,736
4. Greenbelt	7105	1130719,587	-4831350,581	3994106,549
5. Monument Peak	7110	-2386289,307	-4802354,073	3444881,647
6. Hartebeesthoek	7501	5085401,106	2668330,130	-2768688,814
7. Borowiec	7811	3738332,789	1148246,535	5021816,073
8. Shanghai	7837	-2831088,172	4676203,296	3275172,782
9. Simosato	7838	-3822388,327	3699363,566	3507573,108
10. Graz	7839	4194426,465	1162694,085	4647246,679
11. Grasse	7835	4581694,601	556159,594	4389359,526
12. Herstmonceux	7840	4033463,686	23662,528	4924305,212
13. Changchun	7237	-2674386,813	3757189,288	4391508,282
14. Wettzell	8834	4075576,813	931785,506	4801583,596

3. Wyniki analizy

Ostateczne wartości obliczonych przy pomocy programu orbitalnego GEO-DYN II liczb Love'a (h_2, k_2, k_3) i liczby Shida (l_2) oraz ich błędy wewnętrzne uzyskane z wyrównania dla okresu od 1.01.2005 do 1.01.2007 roku wyniosły odpowiednio: $h_2 = 0,6146 \pm 0,0006$, $l_2 = 0,0883 \pm 0,0003$, $k_2 = 0,3011 \pm 0,0001$ i $k_3 = 0,0896 \pm 0,0037$. W analizie zastosowano metodę sekwencyjną opisaną w poprzednim rozdziale. Wyniki dla 23 kroków zostały przedstawione na rysunkach 2-5 oddzielnie dla każdej niewiadomej. W pierwszym kroku wyznaczane były liczby Love'a dla okresu 2 miesięcy od 1.01.2005 roku; wielkości ich znacznie odbiegają od wartości finalnych. Dołączanie kolejnych miesięcznych interwałów pozwala zauważyć powolną zbieżność wyznaczenia dążącą do wielkości finalnych podanych powyżej. Również wartości błędów wyznaczanych wielkości zbliżają się asymptotycznie do ich finalnych wielkości. Proces zbieżności jest różny dla każdego z wyznaczanych parametrów. Najszybszą stabilizację wyznaczenia niewiadomej wynoszącą 14 miesięcy oraz stabilizację błędu

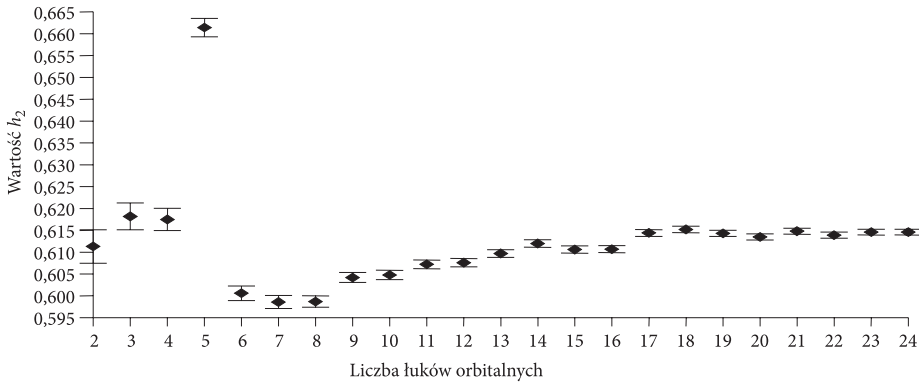


Rys. 1. Liczba punktów normalnych wykorzystanych w rozwiązaniu dla 24-miesięcznych interwałów. Liczbę punktów normalnych (73 692) dla satelity LAGEOS-1 oznaczono kolorem białym, natomiast dla satelity LAGEOS-2 (71 266) kolorem szarym. Średnia ilość punktów normalnych dla obu satelitów dla jednego łuku wynosi 6040. Łączna ilość punktów normalnych dla obu satelitów waha się od 4000 do 9000 i jest różna dla różnych interwałów

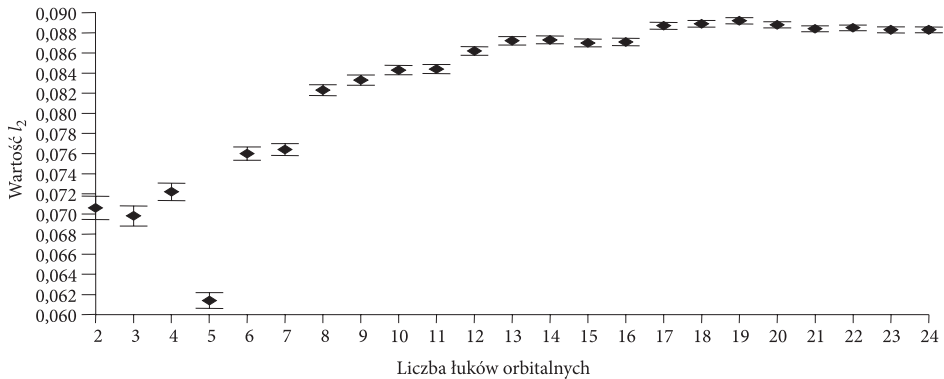
równą $\pm 0,0001$ uzyskujemy dla potencjalnej liczby Love'a k_2 . Dla h_2 i l_2 stabilizację wyznaczenia uzyskujemy dla okresu około 17 miesięcy. Podobnie wielkości błędów dla h_2 i l_2 stabilizują się dla interwału 17 miesięcy i wynoszą odpowiednio $\pm 0,0003$ i $\pm 0,0006$. Powolniejszą stabilizację wyznaczonej niewiadomej uzyskujemy dla potencjalnej liczby Love'a k_3 , wynosi ona około 20 miesięcy. Błąd średni wyznaczenia parametru k_3 jest o rząd wielkości większy i stanowi 4,2% wielkości wyznaczonej. Na podstawie wykonanych obliczeń możemy ocenić, że minimalny, a zarazem niezbędny okres, dla którego przyjmujemy obserwacje do opracowania, wynosi 20 miesięcy; ponieważ już dla tego okresu otrzymujemy stabilne rozwiązanie, do którego możemy mieć zaufanie. Generalnie, możemy dowolnie wydłużać obserwacyjny interwał czasowy, co jednak nie wpływa już w znaczący sposób na zmianę uzyskanych wartości liczb Love'a i Shida oraz ich błędów średnich. Porównanie uzyskanych wyników z otrzymanymi dla dłuższego interwału czasowego, wynoszącego 2,5 roku, możemy uzyskać w pracy Rutkowska, Jagoda [15], gdzie liczby Love'a h_2 i l_2 były wyznaczone na podstawie punktów normalnych do satelity LAGEOS-1 i LAGEOS-2 oddzielnie, co spowodowało, że proces zbieżności i stabilizacji wyników uzyskano dla dłuższego interwału czasowego (dla h_2 wynosił on 24 miesiące, a dla l_2 27 miesięcy). Wyniki wyznaczenia w zależności od metody opracowania wynosiły od 0,6147 do 0,6152 i od 0,0877 do 0,0886 odpowiednio dla h_2 i l_2 . Porównanie niniejszej pracy z pracą Rutkowska, Jagoda [15] pokazuje, że z opracowania obserwacji do jednego satelity (oddzielnie dla LAGEOS-1 i oddzielnie dla LAGEOS-2), pomimo że obejmują dłuższy okres pomiarowy, liczby Love'a są wyznaczone z większym błędem (o około 25%). Jest to wynikiem mniejszej ilości obserwacji użytych do wyrównania sieci, oraz jej gorszej geometrii (rozwiązanie jest oparte tylko na jednej płaszczyźnie orbity satelity).

Generalnie jednak uzyskujemy satysfakcjonującą zgodność wyników w granicach błędu dla obu rozwiązań; czyli Rutkowska, Jagoda [15] oddzielnie dla satelity LAGEOS-1: $h_2 = 0,6146 \pm 0,0008$, $l_2 = 0,0880 \pm 0,0003$ i LAGEOS-2: $h_2 = 0,6147 \pm 0,0008$, $l_2 = 0,0877 \pm 0,0003$ oraz w niniejszej pracy: $h_2 = 0,6146 \pm 0,0006$, $l_2 = 0,0883 \pm 0,0003$. Zgodność rozwiązań wynosi 0,02% dla Δh_2 i 0,7% dla Δl_2 .

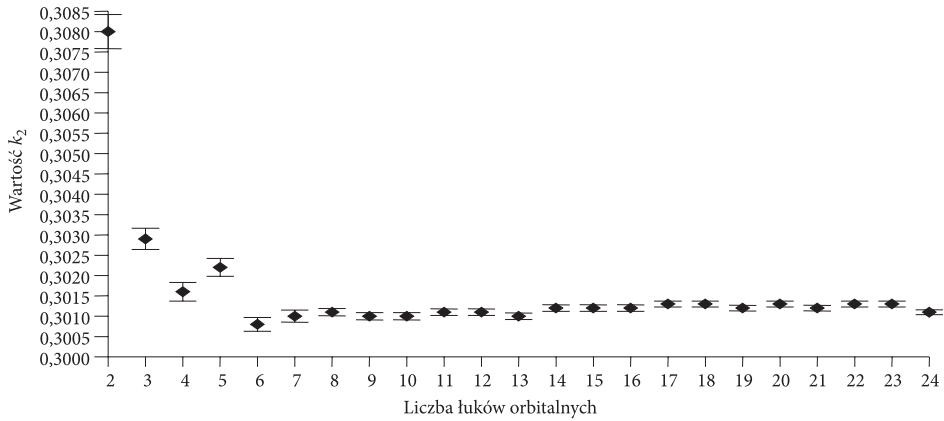
Na poniższych wykresach (rys. 2-5) zostały przedstawione uzyskane wartości globalnych parametrów sprężystości Ziemi — h_2, l_2, k_2, k_3 dla poszczególnych łuków orbitalnych.



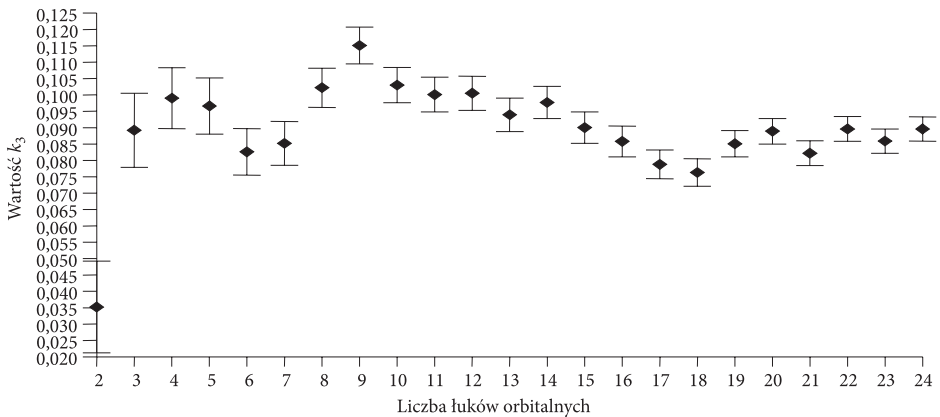
Rys. 2. Wartość liczby Love'a h_2 wyznaczonej z punktów normalnych do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 łącznie, uzyskanej dla 24-miesięcznych łuków orbitalnych. Ostateczna wartość parametru h_2 wynosi 0,6146 0,0006. Stabilność wyznaczenia oraz stabilność wielkości błędu wyznaczanego parametru uzyskuje się dla 17 łuków orbitalnych



Rys. 3. Wartość liczby Shida l_2 wyznaczonej z punktów normalnych do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 łącznie, uzyskanej dla 24-miesięcznych łuków orbitalnych. Ostateczna wartość parametru l_2 wynosi 0,0883 0,0003. Stabilność wyznaczenia oraz stabilność wielkości błędu wyznaczanego parametru uzyskuje się dla 17 łuków orbitalnych



Rys. 4. Wartość potencjalnej liczby Love'a k_2 wyznaczonej z punktów normalnych do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 łącznie, uzyskanej dla 24-miesięcznych łuków orbitalnych. Ostateczna wartość parametru k_2 wynosi 0,3011 0,0001. Stabilność wyznaczenia oraz stabilność wielkości błędu wyznaczanego parametru uzyskuje się dla 14 łuków orbitalnych



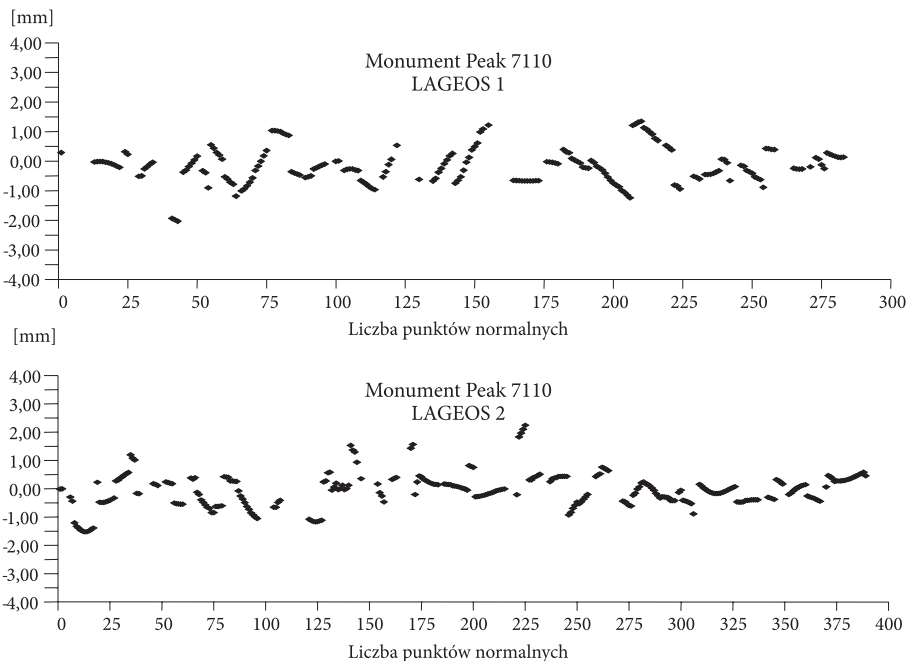
Rys. 5. Wartość potencjalnej liczby Love'a k_3 wyznaczonej z punktów normalnych do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 łącznie, uzyskanej dla 24-miesięcznych łuków orbitalnych. Ostateczna wartość parametru k_3 wynosi 0,0896 0,0037. Stabilność wyznaczenia oraz stabilność wielkości błędu wyznaczanego parametru uzyskuje się dla 20 łuków orbitalnych

Ponadto zbadany został wpływ obliczonych w procesie wyrównawczym liczb Love'a i Shida na oszacowanie wartości (O – C) podanych za pomocą formuły (4). Porównano dwa warianty:

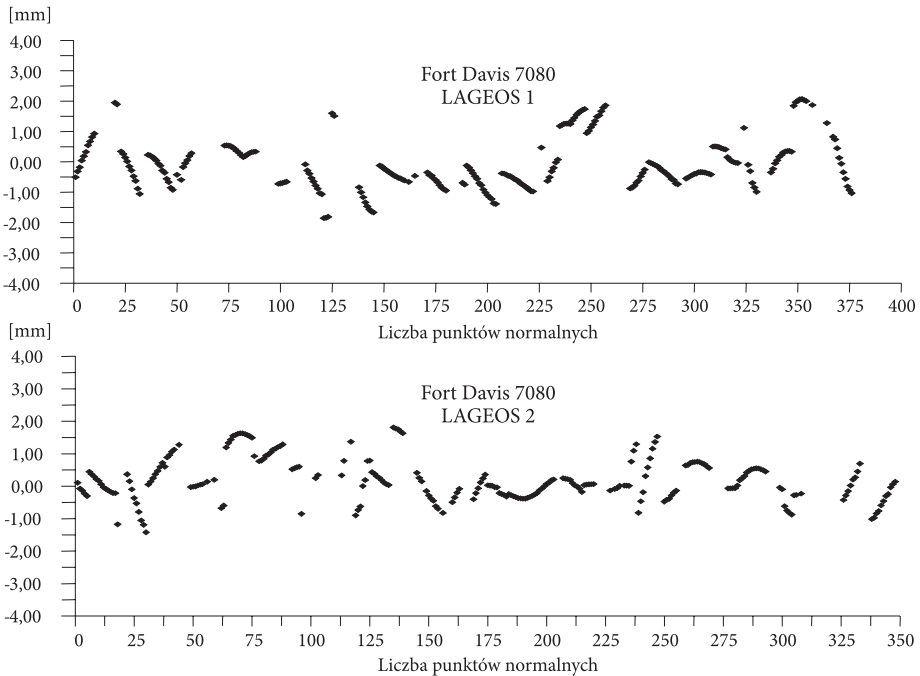
1. Wyznaczenie orbity satelity w oparciu o dane pomiarowe SLR do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 z wykorzystaniem nominalnych wartości parametrów sprężystości: $h_2 = 0,6078$, $l_2 = 0,0847$, $k_2 = 0,3019$ oraz $k_3 = 0,0930$ (zgodnie z Conventions 2003). Obliczone zostały ostateczne wartości (O – C)_{Variant1} dla ostatniej iteracji.

2. Wyznaczenie orbity satelity i parametrów h_2, l_2, k_2, k_3 we wspólnym równaniu (przypadek analizowany w pracy) w oparciu o dane pomiarowe SLR do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2. Obliczone zostały ostateczne wartości dla ostatniej iteracji.

Różnice $(O - C)_{Variant1} - (O - C)_{Variant2}$ dla wybranych losowo czterech stacji: Monument Peak (7110), Fort Davis (7080), Greenbelt (7105), Herstmonceux (7840) zostały przedstawione na rysunkach 6-9a dla okresu trzech miesięcy od 01.01.2005 do 01.04. 2005 roku. Ograniczyliśmy się tylko do czterech stacji obserwacyjnych dla interwału trzech miesięcy ze względu na obszerność pracy. Generalnie wartości $(O - C)$ mają rozkład przypadkowy. Jednak różnice $(O - C)_{Variant1} - (O - C)_{Variant2}$ mają charakter systematyczny, ponieważ są wywołane systematyczną zmianą wartości liczb Love'a i Shida: $\Delta h_2 = 0,0056, \Delta l_2 = -0,0031, \Delta k_2 = -0,001, \Delta k_3 = 0,0034$, co pokazano na rysunkach 6-9a. Maksymalne różnice uzyskane dla 4 stacji wynoszą 2 mm, natomiast wartość średnia różnic waha się między 0,5-0,9 mm. Różnice wydają się nieduże, jednak przy aktualnie wysokiej dokładności pomiaru techniką laserową wynoszącą kilka milimetrów i precyzyjnym opracowaniu obserwacji (np. nowy model refrakcji troposferycznej różniący się od modelu Marini i Murray



Rys. 6, 6a. Różnice pomiędzy wartościami $(O - C)$ uzyskanymi dla nominalnych parametrów sprężystości (przyjętych z IERS TN 32) a wartościami $(O - C)$ dla parametrów sprężystości wyznaczonych w procesie wyrównawczym dla stacji Monument Peak (7110) dla trzymiesięcznego interwału czasowego. Średnia wartość różnic wyniosła 0,712 mm dla LAGEOS-1 i 0,673 mm dla LAGEOS-2

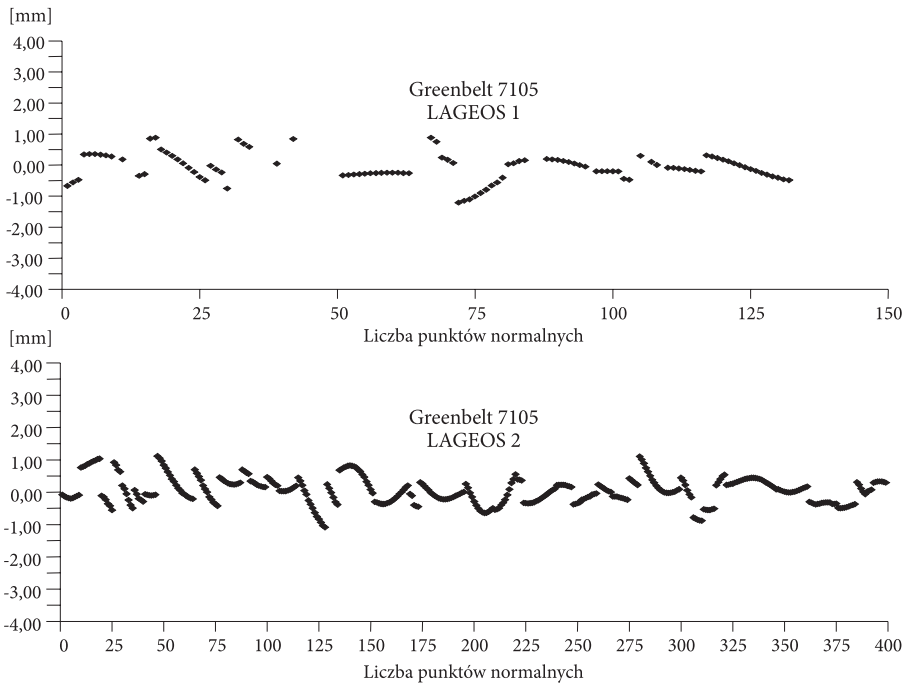


Rys. 7, 7a. Różnice pomiędzy wartościami (O – C) uzyskanymi dla nominalnych parametrów sprężystości (przyjętych z IERS TN 32) a wartościami (O – C) dla parametrów sprężystości wyznaczonych w procesie wyrównawczym dla stacji Fort Davis (7080) dla trzymiesięcznego interwału czasowego. Średnia wartość różnic wyniosła 0,935 mm dla LAGEOS-1 i 0,834 mm dla LAGEOS-2

o kilka milimetrów w końcowym efekcie wyrównania) wskazują na to, iż wydaje się celowe wyznaczanie liczb Love'a i Shida w procesie wyrównawczym i porównywanie ich z wielkościami nominalnymi rekomendowanymi w Conventions 2003.

Rozwój technik satelitarnych jak: Interferometria na Długich Bazach (VLBI), Satelitarna Technika Laserowa (SLR) i Altimetria Satelitarna pozwoliły na wyznaczenie różnych parametrów geofizycznych, w tym liczb Love'a, z dużą dokładnością.

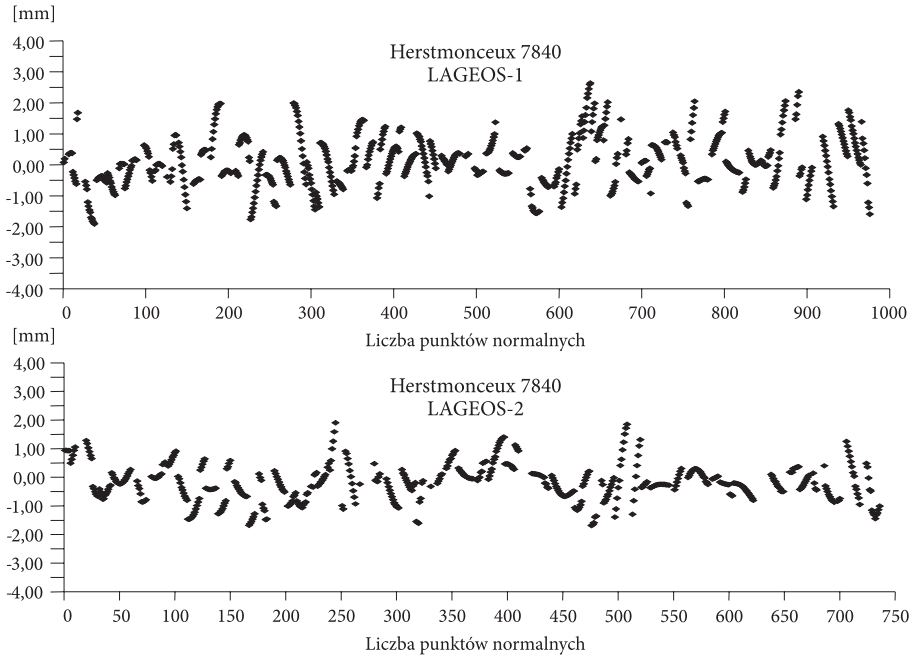
Przeprowadzenie analizy porównawczej wyznaczonych przez nas parametrów sprężystości z innymi dostępnymi w literaturze światowej wyznaczeniami jest bardzo trudne, ponieważ użyto różnych technik, różnych interwałów pomiarowych i metod opracowania danych. Generalnie, dokładności wyznaczonych liczb Love'a i Shida zależą od ilości fal pływowych, korelacji między nimi, ilości wykonanych obserwacji i dokładności pomiaru. Wyznaczenia wykonane dla okresu od 1980 roku do 1990 roku dają nieduże dokładności ze względu na małą dokładność pomiaru w tym czasie, co jest głównym źródłem błędów. Uzyskane rozbieżności między wyznaczeniami liczby Love'a h_2 wynoszą około 3% oraz około 20% dla l_2 , co można zaobserwować w pracach [2, 3] oraz [4]. Od roku 1991 pomimo wzrostu dokładności pomiarów wyznaczone liczby Love'a obarczone są nadal



Rys. 8, 8a. Różnice pomiędzy wartościami (O – C) uzyskanymi dla nominalnych parametrów sprężystości (przyjętych z IERS TN 32) a wartościami (O – C) dla parametrów sprężystości wyznaczonych w procesie wyrównawczym dla stacji Greenbelt (7105) dla trzymiesięcznego interwału czasowego. Średnia wartość różnic wyniosła 0,462 mm dla LAGEOS-1 i 0,404 mm dla LAGEOS-2. Liczba punktów normalnych dla satelity LAGEOS-1 w okresie od 1.01.2005 do 1.04.2005 roku jest zbyt mała do dokonania analizy, natomiast różnice dla satelity LAGEOS-2 potwierdzają rezultaty przedstawione dla innych stacji

dużymi błędami, prawdopodobnie dlatego, że były wyznaczane oddzielnie dla poszczególnych fal pływowych, co wpłynęło na zwiększenie ilości wyznaczanych niewiadomych. W 1995 roku R. Ray w swojej pracy [14] wyznaczył dla h_2 część rzeczywistą i urojoną dla głównych fal pływowych: stosując Altimetrię Satelitarną; także Mitrovica [13] wyznaczył liczbę Love'a z danych VLBI dla okresu obserwacji 12 lat dla czterech fal pływowych O_1, P_1, K_1, K'_1 .

Zgodność między naszym wyznaczeniem i innych autorów, np. [17], jest na poziomie 2% dla h_2 i 12% dla l_2 . Dla wcześniejszych wyznaczeń [2] i [3] zgodność z naszym wynosi odpowiednio: 6% i 12,8%, dla h_2 oraz 1,2% i 0,2% dla l_2 . Zgodność z teoretycznym wyznaczeniem dla modelu Ziemi sprężystej wykonanym przez Wahra [21] wynosi 0,2% dla h_2 i 3,8% dla l_2 . Podobną zgodność uzyskuje się dla teoretycznego modelu zaproponowanego przez Mathews [9] dla głównych fal pływowych $Q_1, O_1, M_2, S_2, N_2, K_2$. Dla wyznaczenia wykonanego przez Schuh i Hass [16] dla fal O_1, N_2 oraz Mitrovica [13] dla fali O_1 także zauważa się dużą zgodność z naszymi wynikami; odpowiednio 0,8% i 0,5% dla h_2 oraz 6,3% dla l_2 . Zgodność



Rys. 9, 9a. Różnice pomiędzy wartościami (O – C) uzyskanymi dla nominalnych parametrów sprężystości (przyjętych z IERS TN 32) a wartościami (O – C) dla parametrów sprężystości wyznaczonych w procesie wyrównawczym dla stacji Herstmonceux (7840) dla trzymiesięcznego interwału czasowego. Średnia wartość różnic wyniosła 0,812 mm dla LAGEOS-1 i 0,752 mm dla LAGEOS-2

naszych wyników z bardzo aktualnymi liczbami Love'a obliczonymi na podstawie danych z jednego roku obserwacji VLBI (dla roku 2007) przez Spicakova, Bohm [18] jest na poziomie 0,7% dla h_2 i 7,2% dla l_2 .

Autorzy niniejszego opracowania prowadzą obecnie badania związane z wyznaczaniem parametrów sprężystości Ziemi w oparciu o obserwacje satelitów niskich: STARLETTE i STELLA poruszających się w gęstej ziemskiej atmosferze. Różnice w uzyskanych wartościach liczb Love'a i Shida z obserwacji do satelitów niskich i wysokich nie przekraczają wielkości błędu wyznaczenia i potwierdzają dużą zgodność otrzymanych wyników. Publikacja dotycząca niskich satelitów będzie stanowiła kolejną część cyklu prac z tej tematyki, a porównanie wyznaczenia dla wysokich i niskich satelitów jest obecnie w fazie przygotowawczej. Analizy pozwolą ocenić zgodność uzyskanych wyników w zależności od metody opracowania, typu satelitów i warunków zewnętrznych panujących w ich otoczeniu. W efekcie pozwoli ocenić, czy możemy mieć zaufanie do wyznaczenia liczb Love'a i Shida przy pomocy Satelitarnej Techniki Laserowej, jakie satelity należy stosować do opracowania, jak różne uzyskujemy wyniki w zależności od typu satelity oraz jak długie okresy obserwacji należy uwzględnić w przypadku satelitów wysokich, a jakie dla satelitów niskich.

4. Wnioski

1. Finalne wartości globalnych parametrów sprężystości Ziemi wyznaczone z połączonych obserwacji do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 w okresie od 01.01.2005 roku do 01.01.2007 roku wyniosły: $h_2 = 0,6146 \pm 0,0006$, $l_2 = 0,0883 \pm 0,0003$, $k_2 = 0,3011 \pm 0,0001$ oraz $k_3 = 0,0896 \pm 0,0037$.
2. Rozbieżność wartości wyznaczonych parametrów h_2 , l_2 , k_2 , k_3 względem ich wartości nominalnych (Conventions 2003) kształtuje się na poziomie: około 1% dla parametru h_2 , około 3,5% dla parametru l_2 , około 0,4% dla parametru k_2 i około 3,5% dla parametru k_3 .
3. Wartość wyznaczonego parametru k_2 oraz jego błąd średni stabilizuje się dla okresu 14 miesięcy (rys. 4). Wartości wyznaczonych parametrów h_2 , l_2 oraz ich błędy stabilizują się dla okresu około 17 miesięcy (rys. 2 i 3). Wartość wyznaczonego parametru k_3 oraz jego błąd stabilizuje się dla okresu 20 miesięcy (rys. 5). Wartość błędów średnich, z jakim został wyznaczony parametr k_3 , jest o jeden rząd wielkości większa od błędów z jakimi zostały wyznaczone pozostałe parametry. Możemy ocenić, że minimalny, a zarazem niezbędny okres, dla którego otrzymuje się stabilne rozwiązanie, wynosi 2 lata. Okres obserwacyjny może być dowolnie wydłużany, co jednak nie wpływa już w znaczący sposób na zmianę uzyskanych wartości liczb Love'a i Shida oraz ich błędów.
4. Zgodność rozwiązań wykonanych oddzielnie dla jednego satelity LAGEOS-1 lub LAGEOS-2 [15] i dwu satelitów łącznie (niniejsza praca) wynosi 0,02% dla h_2 oraz 0,7% dla l_2 , co można traktować jako obiektywną ocenę dokładnościową wyznaczenia liczb Love'a i Shida za pomocą Satelitarnej Techniki Laserowej.
5. Maksymalny wpływ różnic parametrów: $\Delta h_2 = 0,0056$, $\Delta l_2 = -0,0031$, $\Delta k_2 = -0,001$, $\Delta k_3 = 0,0034$ na wartości (O - C) jest na poziomie ± 2 mm (stacje Herstmonceux i Fort Davis). Średnie wartości różnic (O - C) dla poszczególnych stacji wynoszą: Monument Peak — 0,712 mm (LAGEOS-1) i 0,673 mm (LAGEOS-2), Fort Davis — 0,935 mm (LAGEOS-1) i 0,834 mm (LAGEOS-2), Greenbelt — 0,462 mm (LAGEOS-1) i 0,404 mm (LAGEOS-2), Herstmonceux — 0,812 mm (LAGEOS-1) i 0,752 mm (LAGEOS-2) (rys. 6-9).
Przy aktualnie wysokiej dokładności pomiaru techniką laserową wynoszącej kilka milimetrów i precyzyjnym opracowaniu obserwacji celowe jest wyznaczanie liczb Love'a i Shida w procesie wyrównawczym i porównywanie ich z wielkościami nominalnymi rekomendowanymi w Conventions 2003.
6. Zgodność między naszym wyznaczeniem i innych autorów, np. [3], [2], [17], jest na poziomie około 2% dla h_2 oraz około 12% dla l_2 . Zgodność z teoretycznym wyznaczeniem wykonanym przez Wahr [21] oraz Mathews [9] wynosi 0,2% dla h_2 i 3,8% dla l_2 . Także dla wyznaczenia wykonanego przez Schuh, Hass [16] dla fal O_1 , N_2 oraz Mitrovica [13] dla fali O_1 zauważa się dużą zgodność z naszymi wynikami (odpowiednio 0,8% i 0,5% dla h_2 i 6,3% dla l_2). Zgodność

naszego wyznaczenia z bardzo aktualnymi liczbami Love'a obliczonymi przez Spicakova, Bohm [18] jest na poziomie 0,7% dla h_2 i 7,2% dla l_2 .

Należy nadmienić, że lepszą zgodność wyznaczeń otrzymujemy zawsze dla h_2 niż dla l_2 . Tłumaczy się to tym, że względne przemieszczenie mas ziemskich w kierunku radialnym jest o rząd wielkości większe od przemieszczenia w kierunku poprzecznym.

Praca finansowana ze środków na naukę w ramach projektu badawczego własnego numer: NN 526 152137.

Artykuł wpłynął do redakcji 30.07.2010 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w lutym 2011 r.

LITERATURA

- [1] Z. ALTAMIMI, X. COLLILIEUX, J. LEGRAND, B. GARAYT, C. BOUCHER, *ITRF2005: A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters*, J. Geophys. Res. 112, B09401, DOI: 10.1029/2007JB004949, 2007.
- [2] W. E. CARTER, D. S. ROBERTSON, J. R. MACKEY, *Geodetic Radio Interferometric Surveying: Applications and Results*, J. Geophys. Res. 90, 1985, 4577-4587.
- [3] D. C. CHRISTODOULIDIS, D. E. SMITH, R. KOLENKIEWICZ, S. M. KŁOSKO, M. H. TORRENCE, P. J. DUNN, *Observing Tectonic Plate Motions and Determinations from Satellite Laser Ranging*, J. Geophys. Res., 90, 1985, 9249-9263.
- [4] V. DEHANT, *Tidal parameters for an inelastic Earth*, Phys. Earth Planet. Inter., 49, 97-116, 1987.
- [5] J. DIAMANTE, M. WILLIAMSON, *Error Models for Solid Earth and Ocean Tidal Effects in Satellite Systems Analysis*, Wolf Research and Development Corporation, Contract No. NAS 5-11735 Mod 57 for Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, July 20, 1972.
- [6] R. J. EANES, J. SCHUTZ, B. TAPLEY, *Earth and Ocean Tide Effects on Lageos and Starlette*, Proceedings of the Ninth International Symposium on Earth Tides, Kuo J. T., E. Schweizerbart'sche Verlagbuchhandlung, Stuttgart, 1983, 239-250.
- [7] F. G. LEMOINE, S. C. KENYON, J. K. FACTOR, R. G. TRIMMER, N. K. PAVLIS, D. S. CHINN, C. M. COX, S. M. KŁOSKO, S. B. LUTHCKE, M. H. TORRENCE, Y. M. WANG, R. G. WILLIAMSON, E. C. PAVLIS, R. H. RAPP, T. R. OLSON, *The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery And Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96*, NASA/TP 206861, NASA Goddard Space Flight Center, 1998.
- [8] J. M. MARINI, C. W. MURRAY, *Correction of laser range tracking data for atmospheric refraction at elevation above 10 degrees*, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, Preprint X-591-73-351, 1973.
- [9] P. M. MATHEWS, V. DEHANT, J. M. GIPSON, *Tidal station displacements*, J. Geophys. Res. 102, 1997, 20469-20477.
- [10] D. D. MCCARTHY (ed.), *IERS Standards 1992*, IERS Technical Note 13, Observatoire De Paris, Paris, 1992.
- [11] D. D. MCCARTHY, G. PETIT, *IERS Conventions 2003*, IERS Technical Note 32, Observatoire de Paris, Paris, 2004.

- [12] J. J. MCCARTHY, S. ROWTON, D. MOORE, D. E. PAVLIS, S. B. LUTHCKE, L. S. TSAOUI, *GEODYN II system operation manual*, vol. 1-5, STX System Corp. Lanham MD 20706, USA, 1993.
- [13] J. X. MITROVICA, J. L. DAVIS, P. M. MATHEWS, I. I. SHAPIRO, *Determination of tidal h Love number parameters in the diurnal band using an extensive VLBI data set*, *Geophys. Res. Lett.*, 21, 8, 1994, 705-708.
- [14] R. D. RAY, S. BETTADPUR, R. J. EANES, E. J. O. SCHRAMA, *Geometrical determination of the Love number at four tidal frequencies*, *Geophys. Res. Lett.*, 22, 16, 1995, 2175-2178.
- [15] M. RUTKOWSKA, M. JAGODA, *Estimation of the elastic Earth parameters (h_2 , l_2) using SLR data*, *Adv. In Sp. Res.* 46, 2010, 859-871.
- [16] H. SCHUH, R. HAAS, *Earth Tides in VLBI observations*, *Proceedings of the Thirteenth International Symposium on Earth Tides*, Brussels, 1998, 101-110.
- [17] D. E. SMITH, R. KOLENKIEWICZ, P. J. DUNN, S. M. KLOSKO, J. W. ROBBINS, M. H. TORRENCE, R. G. WILLIAMSON, E. C. PAVLIS, N. B. DOUGLAS, S. K. FRICKE, *LAGEOS Geodetic Analysis SL7.1*, NASA, Technical Memorandum 104549, 1991.
- [18] H. SPICAKOVA, J. BOHM, www.hg.tuwien.ac.at/Archiv/Posters/2008_ETS_Spicakowa_etal.pdf, 2008.
- [19] B. D. TAPLEY, D. P. CHAMBERS, M. K. CHENG, *The TEG-4 Earth Gravity Field Model*, paper presented at the XXV General Assembly of the European Geophysical Society, Nice, 27 April, 2002.
- [20] M. H. TORRENCE, S. M. KLOSKO, D. C. CHRISTODOULIDIS, *The Construction and Testing of Normal Points at Goddard Space Flight Center*, 5th International Workshop on Laser ranging Instrumentation, Herstmonceux, U.K., published by Geodetic Institute, Univ. Bonn, 1984, 506-511.
- [21] J. M. WAHR, *Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth*, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, 64, 1981, 677-703.
- [22] N. R. ZELENSKY, F. G. LEMOINE, D. D. ROWLANDS, S. B. LUTHCKE, D. S. CHINN, J. W. BEALL, B. D. BECKLEY, S. M. KLOSKO, P. WILLIS, V. LUCERI, *Sub-centimeter SLR precision with the SLRF2005/LPOD2005 network*, In *Proceedings of the 16th International Workshop on Laser Ranging*, Poznań, 2008, 215-223.

M. JAGODA, M. RUTKOWSKA

Investigation of the elastic earth parameters using the satellite laser ranging data

Abstract. We present results for the global elastic parameters k_2 , k_3 and h_2 , l_2 derived from the analysis of Satellite Laser Ranging (SLR) data. SLR data for the two satellites LAGEOS-1 and LAGEOS-2 collected over the period of two years from January 1, 2005 to July 1, 2007 from 14 globally distributed ground stations were analysed. The analysis was done for two satellites jointly. We do a sequential analysis and study the stability of the estimates as a function of length of the data set used. The adjusted final values for LAGEOS-1 and LAGEOS-2 tracking data are compared to other independently derived estimates by different scientists. These parameters and their errors achieve stability at about the 24-month time interval. Next, the influence of the adjusted Love numbers on residual values (O - C) was investigated. The solution was produced employing the software GEODYN II NASA Goddard Space Flight Centre written by Washington Analytical Centre [12]. The adjusted final values for h_2 equal to 0.6146 ± 0.0006 , l_2 equal to 0.0883 ± 0.0003 and those for k_2 equal to 0.3011 ± 0.0001 , k_3 equal to 0.0896 ± 0.0037 .

Keywords: Geodesy and Cartography, Satellite Geodesy, elastic Earth parameters, Love and Shida numbers, SLR data

