



Metoda obliczania liczby cystern niezbędnej do zaopatrywania statków powietrznych w paliwo lotnicze

JAROSŁAW ZIÓŁKOWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechaniczny, Katedra Logistyki,
00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2

Streszczenie. W czasie wykonywania lotów przez statki powietrzne główne kwestie to gotowość bojowa oraz mający na nią wpływ system zaopatrywania. Zasadniczymi przedmiotami zaopatrzenia w czasie prowadzenia działań są środki bojowe, energia i paliwa lotnicze. Skuteczne zarządzanie przepływem wymaganych produktów, a także niezawodność pojazdów i dyspozycyjność załogi w systemie logistycznym bazy lotniczej wpływa na jakość prowadzonych działań. Jakość ta w odniesieniu do cystern–dystrybutorów może być mierzona m.in. niezawodnością dostaw i czynnikami ekonomicznymi (kosztami ich eksploatacji). Liczba cystern zaopatrująca statki powietrzne w paliwa lotnicze w czasie wykonywania lotów określana jest empirycznie. W artykule przedstawiono metodę wyznaczania niezbędnej (minimalnej) liczby cystern–dystrybutorów w zależności od rodzaju statku powietrznego, ich liczby, długości lotu oraz organizacji lotów.

Słowa kluczowe: cysterna, statek powietrzny, paliwo lotnicze, zaopatrywanie

Symbole UKD: 623.746.004.14

1. Wprowadzenie

Celem działania systemu logistycznego bazy lotniczej w czasie wykonywania lotów jest zaspokajanie potrzeb wykorzystywanej techniki wojskowej. Elementy systemu uporządkowane w postaci struktury tworzą następujące podsystemy:

- zaopatrywania;
- zabezpieczenia transportowego;
- zabezpieczenia obiektowego;
- usług gospodarczo-bytowych;

- zabezpieczenia przeciwpożarowego;
- zabezpieczenia technicznego;
- zabezpieczenia inżynieryjno-lotniczego.

Ważnym elementem podsystemu zaopatrywania w paliwa lotnicze są cysterny-dystrybutory. Dobór liczby cystern wpływa na terminowość wykonywanych lotów, a tym samym na jakość szkolenia lotniczego i gotowość obronną. Obecnie liczba ta jest określana empirycznie. W artykule tym podjęto próbę przedstawienia modelu matematycznego umożliwiającego wyznaczanie niezbędnej liczby cystern.

2. Matematyczny model wyznaczania niezbędnej liczby cystern

Do budowy matematycznego modelu optymalizacji systemu dostarczania paliwa statkom powietrznym (*sp*) w czasie wykonywania lotów zostały przyjęte następujące założenia:

- cysterna w dowolnej chwili może znajdować się w jednym z wyróżnionych stanów eksploatacyjnych;
- liczba statków powietrznych uczestniczących w lotach jest zmienną losową;
- współczynnik opróżnienia zbiornika zasadniczego statku powietrznego jest zmienną losową przyjmującą wartości $K_{zu} \in \{0,33; 0,5; 0,66; 0,85\}$;
- cysterny uszkodzają się w trakcie realizacji zadań w losowych momentach;
- czas odnowy (zamiany na sprawną technicznie) cysterny jest zdeterminowany;
- czas trwania lotów (T_0) jest ustalony.

Do opracowania modelu przyjęto następujące zmienne decyzyjne:

- liczba statków powietrznych — N_{sp} ;
- pojemność zbiornika (-ów) zasadniczego statku powietrznego — V_{zbsp} ;
- współczynnik opróżnienia zbiornika statku powietrznego — K_{zu} ;
- liczba cystern-dystrybutorów — N_{CD} ;
- pojemność cystern-dystrybutorów — V_{CD} ;
- organizacja lotów (zgodna z planowaną tabelą lotów).

Równanie bilansu paliwa dla jednego wylotu eskadry zgodnie z założonym czasem trwania lotów T_0 można wyznaczyć według zależności:

$$\sum_k^{N_{sp}} K_{zu} \cdot V_{zbsp}, \quad (1)$$

gdzie $k = 1, 2, \dots$, oznacza numer statku powietrznego.

Równanie bilansu zużytego paliwa dla maksymalnej liczby wylotów eskadry lotnictwa taktycznego (*elt*) można zapisać jako:

$$\sum_k^{N_{sp}} \sum_l^{N_{elt}} ({}_{lk}K_{zu}) \cdot V_{zbsp} = V_{eltmax}, \quad (2)$$

gdzie: ${}_{lk}N_{elt}$ — l -ty wylot k -tego sp eskadry lotnictwa taktycznego;
 ${}_{lk}K_{zu}$ — współczynnik zużycia paliwa dla l -tego wylotu k -tego statku powietrznego;
 $N_{elt} \in \{1, \dots, 8\}$ — liczba wylotów elt .

Zależność (2) uwzględnia założenie, że latały wszystkie statki powietrzne. Jeżeli tak nie będzie, to należy przyjąć dla l -tego wylotu k -tego sp zero (${}_{lk}K_{zu} = 0$).

Stan tankowania statków powietrznych rozważono dla dwóch sytuacji:

1) przy zerowym czasie oczekiwania ($t_{ocz} = 0$):

$$t_4 = t_m + K_{zu} \times V_{zbsp}, \quad (3)$$

gdzie: t_4 — czas uzupełniania paliwa sp ;
 t_m — czas manipulacyjny (związany z czasem dojazdu cysterny do sp , czasem potrzebnym na podłączenie końcówki do tankowania itp.);
 K_{zu} — współczynnik opróżnienia paliwa sp .

2) $t_{ocz} \in (40 \text{ min} - t_4)$ — przy założeniu maksymalnej częstości wylotów (np. wylot co 40 min).

Dla $K_{zu} = 0,85$ przy uwzględnieniu $T_0 = 8 \text{ h}$, otrzymuje się dla eskadry $N_{elt} = 5$. Stąd maksymalna ilość paliwa zużytego przez nią wynosi:

$$V_{eltmax} = \sum_{k=1}^{16} \sum_{l=1}^5 K_{zu} \cdot V_{zbsp}. \quad (4)$$

Równania bilansowe pojemności i czasu pracy dla cystern opisano zależnościami (5) i (6):

a) bilans pojemności:

$$N_{CDV} \cdot V_{CD} \geq V_{eltmax}, \text{ stąd: } N_{CDV} \geq \frac{V_{eltmax}}{V_{CD}}, \quad (5)$$

gdzie: N_{CDV} — liczba cystern potrzebnych objętościowo do przewozu całego paliwa zużytego przez eskadrę;
 V_{CD} — pojemność cysterny;
 V_{eltmax} — maksymalne zużycie paliwa przez eskadrę w czasie wykonywania lotów.

$$N_{CDV} \geq \left\{ \begin{array}{ll} 69,889 & \text{dla } V_{CD-4,5} \\ 41,933 & \text{dla } V_{CD-7,5} \end{array} \right\};$$

b) bilans czasów: założono, że czas potrzebny na cykl uzupełnienia paliwa przez cysternę t_5 musi spełniać warunek:

$$t_5 \leq t_{nCDV} + t_m + t_2 + t_3; \quad (6)$$

gdzie: t_{nCDV} — czas napełniania CD o określonej pojemności, uzależniony od stopnia jej opróżnienia;
 t_m — czas manipulacyjny, związany z dojazdem cysterny do magazynu i czynnościami przygotowawczymi do tankowania (np. podłączenie końcówek) oraz z powrotem cysterny na płytę lotniska;
 t_2 — wymagany czas odstania paliwa;
 t_3 — czas realizacji kontroli jakości paliwa w cysternie.

Założono, że cysterna może wykonać w czasie T_0 co najwyżej N_5 cykli uzupełniania paliwa. Równanie bilansu czasu pracy dla jednej cysterny potrzebne jest do badania realności rozważanego procesu i można je zapisać w następujący sposób:

$$t_5 \cdot N_5 + t_4 \cdot N_4 \leq T_0, \quad (7)$$

$$N_5 \leq \frac{T_0}{t_5}, \quad N_4 \leq \frac{T_0}{t_4}; \quad (8)$$

gdzie: t_5 — czas cyklu uzupełniania paliwa przez cysternę;
 N_5 — liczba cykli uzupełniania paliwa przez cysternę;
 t_4 — czas tankowania *sp*;
 N_4 — liczba tankowań *sp*;
 T_0 — czas trwania lotów.

Jeżeli $V_{CD} \approx V_{zbsp}$, to dla jednej cysterny musi być $N_4 = N_5$ i powstanie rezerwa czasowa. Z reguły $t_4 \neq t_5$, a w praktyce $t_4 \ll t_5$.

Liczbę cystern potrzebnych objętościowo N_{CDV} do przewozu całego paliwa zużywanego przez *elt* należy przetworzyć na liczbę cystern potrzebnych fizycznie N_{CD} według wzoru:

$$N_{CD} \geq \frac{N_{CDV}}{N_5}, \quad (9)$$

gdzie: N_{CD} — liczba cystern potrzebnych fizycznie do zabezpieczenia lotów;
 N_{CDV} — liczba cystern potrzebnych objętościowo do przewozu właściwej ilości paliwa w jednym rejsie;
 N_5 — liczba możliwych cykli uzupełniania paliwa przez cysternę.

Na podstawie przyjętych założeń otrzymuje się następujące równania/nierówności:

$$\sum_k^{N_{sp}} \sum_l^{N_{elt}} (l_k K_{zu}) \cdot V_{zbsp} = V_{elt \max}, \quad (10)$$

$$N_{CDV} \geq \frac{V_{elt \max}}{V_{CD}}, \quad (11)$$

$$N_{CD} \geq \frac{N_{CDV}}{N_5}, \quad (12)$$

$$t_5 \cdot N_5 + t_4 \cdot N_4 \leq T_0, \quad (13)$$

$$N_5 \cdot V_{CD} \geq N_4 \cdot V_{zbsp} \cdot K_{zu}, \quad (14)$$

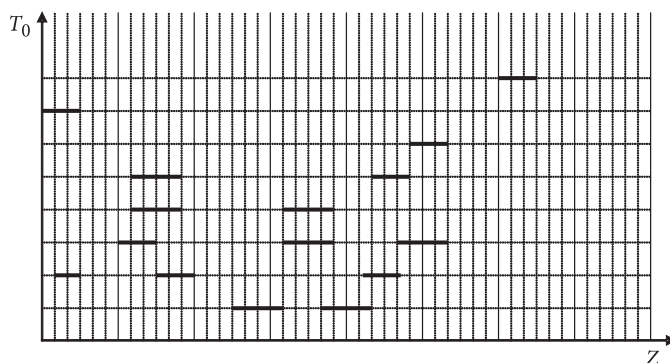
z których można wyznaczyć obszar dopuszczalnych rozwiązań przy założonych ograniczeniach.

3. Przykład liczbowy

Zmienne decyzyjne:

- liczba statków powietrznych — 8;
- czas trwania lotów $T_0 = 480$ h;
- loty są wykonywane na samolotach Su-22;
- współczynnik zużycia paliwa jest uzależniony od długości lotu i wynosi (zgodnie z rysunkiem 1) $K_{zu} = \{0,33; 0,5; 0,66\}$;
- organizacja lotów zgodna z planową tabelą lotów (rys. 1).

Należy obliczyć minimalną, zapewniającą ciągłość lotów, liczbę cystern o pojemności $CD-7,5 \text{ m}^3$, wystarczającą do zabezpieczenia odpowiedniej ilości paliwa lotniczego.



Rys. 1. Planowa tabela lotów — wariant: T_0 — czas wykonywania lotów; Z — liczba statków powietrznych

Rozwiązanie:

Zgodnie ze zależnością (10) należy obliczyć ilość paliwa zużytego przez sp w czasie wykonywania lotów:

$$V_{elt} = \sum_k^{N_{sp}} \sum_l^{N_{elt}} (l_k K_{zu}) \cdot V_{zbsp} = 38\,991,25 \text{ [dm}^3\text{]}.$$

Ponieważ długość lotu statków powietrznych jest opisana zmienną losową skokową, dla której współczynnik opróżnienia zbiornika paliwa sp przyjmuje wartości ze zbioru $K_{zu} = (0,33; 0,5; 0,66)$, potrzebną liczbę cystern należy obliczać dla wyżej wymienionych wartości K_{zu} w trzech przypadkach, a następnie otrzymane wyniki cząstkowe zsumować.

Przypadek I

Obliczenia ilości zużytego paliwa lotniczego dla $K_{zu} = 0,66$

$$V_{0,66} = 0,66 (2 \cdot V_{1zbsp} + 2 \cdot V_{3zbsp} + 2 \cdot V_{4zbsp} + 1 \cdot V_{5zbsp}) = 21\,277,5 \text{ [dm}^3\text{]}.$$

Określona liczba cystern o ustalonej pojemności zgodnie z zależnością (11) musi być większa od potrzebnej ilości paliwa bądź jej równa:

$$N_{CDV} \cdot V_{CD} \geq V_{elt},$$

$$N_{CDV} \geq \frac{V_{elt}}{V_{CD}} \geq \frac{21\,277,5}{7500} \geq 2,83 = 3.$$

Czas cyklu uzupełniania paliwa przez cysternę składa się z sumy następujących czasów: czasu potrzebnego na dojazd cysterny do magazynu, czasu manipulacyjnego, właściwego czasu tankowania, czasu powrotu na płytę lotniska, czasu odstania paliwa oraz kontroli czystości, i wynosi on:

$$t_5 = 2,54 + 54 = 56,54 \text{ [min]}.$$

Czas tankowania sp jest ściśle określony, gdyż zależy od: współczynnika opróżnienia zbiornika sp (K_{zu}), wydajności dystrybutora i czasu dojazdu zatankowanej cysterny do statku powietrznego:

$$t_4 = 0,66 \cdot 4625 / 300 + 5 = 15,17 \text{ [min]}.$$

Liczbę cykli uzupełniania paliwa zarówno przez cysternę (N_5) jak i liczbę tankowań statku powietrznego (N_4) należy obliczyć zgodnie z zależnościami (13 i 14), rozwiązując poniższy układ nierówności:

$$\begin{cases} t_5 \cdot N_5 + t_4 \cdot N_4 \leq T_0 \\ N_5 \cdot V_{CD} \geq N_4 \cdot V_{zbsp} \cdot K_{zu}, \end{cases}$$

$$N_5 \leq \frac{T_0}{t_5} - \frac{t_4 \cdot N_4}{t_5} \leq \frac{480}{56,54} - \frac{15,17 \cdot N_4}{56,54} \leq 8,48 - 0,268N_4,$$

$$N_5 \geq \frac{K_{zu} \cdot V_{zbsp} \cdot N_4}{V_{cd-7,5}} \geq \frac{0,66 \cdot 4625 \cdot N_4}{7500} \geq 0,407N_4,$$

$$8,48 - 0,268N_4 = 0,407N_4,$$

$$0,675 N_4 = 8,48 \Rightarrow N_4 = 12,56,$$

$$N_5 \geq 0,407N_4 \geq 5,11 = 6.$$

Z zależności (11) oblicza się liczbę cystern N_{CDV} potrzebnych do przewozu paliwa lotniczego w jednym rejsie:

$$N_{CDV} \geq \frac{V_{elt}}{V_{CD}} \geq \frac{21277,5}{7500} \geq 2,83 = 3.$$

Po podstawieniu obliczonych N_{CDV} oraz N_5 do wzoru (12) otrzymuje się:

$$N_{CD0,66} \geq \frac{N_{CDV}}{N_5} \geq \frac{3}{6} = 0,5.$$

Przypadek II

Obliczenia ilości zużytego paliwa lotniczego dla $K_{zu} = 0,5$

$$V_{0,5} = 0,5 (2 \cdot V_{2zbsp} + V_{3zbsp} + V_{5zbsp} + V_{6zbsp} + V_{7zbsp} + V_{8zbsp}) = 16\,187,5 \text{ [dm}^3\text{]}.$$

Określona liczba cystern o ustalonej pojemności musi być większa/równa od potrzebnej ilości paliwa. Zatem oblicza się ją według zależności:

$$N_{CDV} \cdot V_{CD} \geq V_{elt\,max},$$

$$N_{CDV} \geq \frac{V_{elt}}{V_{CD}} \geq \frac{16187,5}{7500} \geq 2,158 = 3.$$

Czas t_5 cyklu uzupełniania paliwa przez cysternę wynosi:

$$t_5 = 1,927 + 54 = 55,927 \text{ [min]}.$$

Czas tankowania sp jest ściśle określony, gdyż zależy od: pojemności zbiornika sp , współczynnika opróżnienia zbiornika (K_{zu}), wydajności dystrybutora i wartości czasu dojazdu zatankowanej cysterny do statku powietrznego:

$$t_4 = 0,5 \cdot 4625 / 300 + 5 = 12,71 \text{ [min]}.$$

Liczbę cykli uzupełniania paliwa przez cysternę (N_5), jak również liczbę tankowań sp (N_4) należy obliczyć zgodnie z zależnościami (13) i (14), rozwiązując poniższy układ nierówności:

$$\begin{cases} t_5 \cdot N_5 + t_4 \cdot N_4 \leq T_0 \\ N_5 \cdot V_{CD} \geq N_4 \cdot V_{zbsp} \cdot K_{zu}, \end{cases}$$

$$N_5 \leq \frac{T_0}{t_5} - \frac{t_4 \cdot N_4}{t_5} \leq \frac{480}{55,927} - \frac{12,71 \cdot N_4}{55,927} \leq 8,58 - 0,227 N_4,$$

$$N_5 \geq \frac{K_{zu} \cdot V_{zbsp} \cdot N_4}{V_{cd-7,5}} \geq \frac{0,5 \cdot 4625 \cdot N_4}{7500} \geq 0,308N_4,$$

$$8,58 - 0,227N_4 = 0,308N_4,$$

$$0,535N_4 = 8,58 \Rightarrow N_4 = 16,03,$$

$$N_5 \geq 0,308N_4 \geq 4,93 = 5.$$

Z zależności (11) oblicza się N_{CDV} :

$$N_{CDV} \geq \frac{V_{elt}}{V_{CD}} \geq \frac{16187,5}{7500} \geq 2,15 = 3.$$

Po podstawieniu obliczonych N_{CDV} oraz N_5 do wzoru (12) otrzymuje się:

$$N_{CD0,5} \geq \frac{N_{CDV}}{N_5} \geq \frac{3}{5} = 0,6.$$

Przypadek III

Obliczenia ilości zużytego paliwa lotniczego dla $K_{zu} = 0,33$

$$V_{0,33} = 0,33 (V_{2zbsp}) = 1526,25 [\text{dm}^3].$$

Określona liczba cystern o ustalonej pojemności musi być większa/równa od potrzebnej ilości paliwa, zatem jest ona obliczana jako:

$$N_{CDV} \cdot V_{CD} \geq V_{elt \max},$$

$$N_{CDV} \geq \frac{V_{elt}}{V_{CD}} \geq \frac{1526,25}{7500} \geq 0,2 = 1.$$

Czas t_5 cyklu uzupełniania paliwa przez cysternę wynosi:

$$t_5 = 1,27 + 54 = 55,27 [\text{min}].$$

Czas tankowania sp jest ściśle określony i wynosi:

$$t_4 = 0,33 \cdot 4625 / 300 + 5 = 10,08 [\text{min}].$$

Liczbę cykli uzupełniania paliwa przez cysternę (N_5) jak i liczbę tankowań statków powietrznych (N_4) należy obliczyć zgodnie z zależnościami (13) i (14), rozwiązując poniższy układ nierówności:

$$\begin{cases} t_5 \cdot N_5 + t_4 \cdot N_4 \leq T_0 \\ N_5 \cdot V_{CD} \geq N_4 \cdot V_{zbsp} \cdot K_{zu} \end{cases}$$

Po podstawieniu danych otrzymuje się:

$$N_5 \leq \frac{T_0}{t_5} - \frac{t_4 \cdot N_4}{t_5} \leq \frac{480}{55,27} - \frac{10,08 \cdot N_4}{55,27} \leq 8,68 - 0,18N_4,$$

$$N_5 \geq \frac{K_{zu} \cdot V_{zbsp} \cdot N_4}{V_{cd-7,5}} \geq \frac{0,33 \cdot 4625 \cdot N_4}{7500} \geq 0,2035N_4,$$

$$8,68 - 0,18N_4 = 0,2935N_4,$$

$$0,3835N_4 = 8,68 \Rightarrow N_4 = 22,63,$$

$$N_5 \geq 0,2035N_4 \geq 4,605 = 5.$$

Z zależności (11) oblicza się N_{CDV} :

$$N_{CDV} \geq \frac{V_{elt}}{V_{CD}} \geq \frac{1526,25}{7500} \geq 0,2 = 1.$$

Po podstawieniu obliczonych N_{CDV} oraz N_5 do wzoru (12) otrzymuje się:

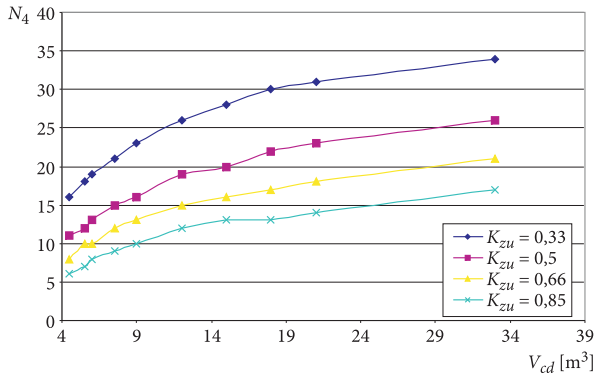
$$N_{CD0,33} \geq \frac{N_{CDV}}{N_5} \geq \frac{1}{5} = 0,2.$$

Wymaganą niezbędną liczbę cystern o pojemności $7,5 \text{ m}^3$ uzyskano w wyniku zsumowania liczebności cząstkowych dla przyjętych współczynników (K_{zu}) stopnia opróżnienia zbiornika sp zgodnie z zależnością:

$$N_{CD-7,5} > N_{CD0,33} + N_{CD0,5} + N_{CD0,66},$$

ponieważ $0,5 + 0,6 + 0,2 = 1,3$, zatem $N_{CD-7,5} > 1,3 \Rightarrow 2$.

Korzystając z zależności (13) i (14) można oszacować wpływ pojemności cysterny V_{CD} na liczbę cykli uzupełniania przez nią paliwa N_4 . Wyniki zostały zobrazowane na rysunku 2.



Rys. 2. Wpływ pojemności cysterny na liczbę tankowań *sp*

Krzywe na rysunku 2 przedstawiające zależność liczby tankowań *sp* od pojemności cysterny można opisać zależnością:

$$N_4 = a + b * (\log cV_{cd} + d). \quad (15)$$

Dla $a = 13,2647$, $b = 4,705904$, $c = 22,31486$, $d = -26,1808$ współczynnik korelacji wynosi $R^2 = 98,89\%$, co oznacza bardzo dobre dopasowanie krzywej empirycznej do teoretycznej.

4. Zakończenie

W artykule przedstawiono metodę obliczania niezbędnej liczby cystern o dowolnej pojemności w zależności od liczby statków powietrznych, ich typu i struktury lotów. Metoda ta jest próbą wykorzystania aparatu matematycznego umożliwiającego połączenie zagadnień teorii i praktyki w zakresie systemu zaopatrzenia bazy lotniczej w paliwa. Podjęcie próby jej zarysowania wynika z dwóch następujących przesłanek: po pierwsze na chwilę obecną, mimo że problem jest znany i „oczywisty”, nie ma żadnej metody matematycznej określającej minimalną liczbę cystern, jaką należy wydzielić na loty, po drugie każdorazowo dobór liczby cystern odbywa się na podstawie doświadczeń (empirycznie). Pewnym mankamentem tej metody może być fakt, że obliczenia należy wykonywać etapami, tzn. grupując według tych samych długości lotów (te same współczynniki opróżnienia zbiornika statku powietrznego) — patrz przykład. W efekcie wykorzystania metody otrzymuje się

minimalną liczbę cystern o określonej pojemności, która maksymalnie wykorzystana jest w stanie dostarczyć wymaganą ilość paliwa lotniczego w wymagane miejsce i w określonym czasie. Daje ona odpowiedź na pytanie: jaka minimalna liczba cystern o wybranej pojemności jest wystarczająca do zabezpieczenia w paliwo statki powietrzne? W rzeczywistości metodę tę można by zmodyfikować poprzez wprowadzenie współczynnika nadmiaru (w efekcie liczba cystern będzie większa), co z jednej strony wpłynie na poprawę niezawodności systemu dostarczania paliwa lotniczego statkom powietrznym, ale z drugiej spowoduje wzrost kosztów.

Artykuł wpłynął do redakcji 20.07.2009 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano we wrześniu 2009 r.

LITERATURA

- [1] D. BOBROWSKI, *Modele i metody matematyczne teorii niezawodności*, WNT, Warszawa, 1985.
- [2] M. FISZ, *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, 1967.
- [3] B. W. GNIEDENKO, J. K. BIELAJEW, A. D. SOŁOWIEW, *Metody matematyczne w teorii niezawodności*, WNT, Warszawa, 1968.
- [4] J. ZIÓLKOWSKI, *Analiza systemu logistycznego bazy lotniczej w aspekcie gotowości*, rozprawa doktorska, ITWL, Warszawa, 2004.

J. ZIÓLKOWSKI

A method of estimation of required number of tankers supplying aircrafts in aviation gasoline

Abstract. An important part of the air base logistic system is a supply sub-system. In military operations, main delivery can be focused on munitions and aviation gasoline. Effective management of the supply stream and reliability of vehicles in the air base logistic system affects the quality of operations, which can be measured by: on time provisions, economic factors and reliability of tankers. At present, the number of tankers in the air base logistic system is based on the experiences. The paper presents mathematical model which enables to estimate the minimum number of tankers in dependence on: a type of aircrafts, number of aircrafts, flight duration and structure of the flights.

Keywords: tanker, aircraft, aviation gasoline, supply

Universal Decimal Classification: 623.746.004.14