



Analiza numeryczna wpływu przylegania kulki do bieżni łożysk wieńcowych na wartość współczynnika twardości

LUDWIK KANIA, RAFAŁ PYTLARZ, PIOTR RESZKA

Politechnika Częstochowska, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki,
Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn,
42-200 Częstochowa, ul. Dąbrowskiego 73, ludwik@imipkm.pcz.pl

Streszczenie. W artykule przedstawiono tok postępowania oraz rezultaty analizy numerycznej zagadnienia kontaktowego występującego w łożyskach tocznych wieńcowych. Analiza dotyczyła wpływu stosunku promieni krzywizn stykających się ze sobą elementów pary tocznej łożyska, czyli kulki i bieżni, na współczynnik wpływu twardości. Współczynnik wpływu twardości jest szczególnie ważny w łożyskach wieńcowych, gdyż pozwala uwzględnić różne twardości pary tocznej. Łożyska wieńcowe, m.in. ze względu na swoje znaczne rozmiary, są elementami maszyn, które sprawiają wiele trudności technologicznych związanych z ich wykonaniem. Jednym z kluczowych problemów jest hartowanie bieżni łożyskowych. Z tego też względu przy projektowaniu węzłów obrotu maszyny należy uwzględniać twardość współpracujących ze sobą elementów tocznych i bieżni, do czego służy współczynnik wpływu twardości. W pracy przeprowadzono obliczenia numeryczne z uwzględnieniem odkształceń plastycznych w strefie styku. W tym celu posłużono się metodą elementów skończonych, wykorzystując program ADINA.

Słowa kluczowe: budowa maszyn, łożyska wieńcowe, zagadnienia kontaktowe, współczynnik wpływu twardości

1. Wstęp

Łożyska wieńcowe są szeroko stosowane w różnego rodzaju urządzeniach i maszynach roboczych. Stanowią one najczęściej węzeł obrotu łączący podwozie maszyny z nadwoziem. Ze względu na fakt, że jest to bardzo ważny element maszyny, istotny jest poprawny dobór łożyska zapewniający odpowiednie warunki

pracy w całym okresie jego użytkowania. Czynnikiem decydującym o doborze odpowiedniego łożyska jest jego nośność, czyli zdolność do przenoszenia obciążenia zewnętrznego. W odróżnieniu od łożysk zwykłego przeznaczenia charakter pracy łożysk wieńcowych jest mniej dynamiczny, dlatego też dla tej grupy łożysk ważniejsza od nośności dynamicznej jest nośność statyczna. Obliczana jest ona na podstawie znajomości rozkładu obciążenia wewnętrznego, zależnego od wzajemnych proporcji poszczególnych składowych obciążenia zewnętrznego, od stanów deformacji bieżni łożyskowych, związanych ze strukturami ich mocowania, oraz od rozmiarów i geometrii strefy styku części tocznych z bieżniami łożyska.

Przy obliczaniu nośności statycznej łożysk wieńcowych zakłada się pewną wartość siły dopuszczalnej P_{dop} , która w żadnym z elementów tocznych uczestniczących w przenoszeniu obciążeń zewnętrznych nie może zostać przekroczona:

$$P_{ij} \leq P_{dopj}, \quad (1)$$

gdzie i jest kolejnym elementem tocznym w j -tym rzędzie obliczeniowym. Obliczeń nośności dokonuje się dla łożyska w stanie granicznym, czyli tak obciążonym, że:

$$P_{j \max} = P_{dopj}, \quad (2)$$

gdzie $P_{j \max}$ jest największym obciążeniem części tocznej w j -tym rzędzie łożyska.

Siłę dopuszczalną działającą na najbardziej wytężony element toczny określa się na podstawie jednego z dwóch kryteriów:

- kryterium dopuszczalnych deformacji plastycznych w strefie styku,
- kryterium maksymalnej wartości nacisków na powierzchni stykających się elementów.

Obliczając łożyska wieńcowe zwykle stosuje się kryterium dopuszczalnych deformacji plastycznych [1, 2], zakładając pewną graniczną wartość względnych deformacji plastycznych $\delta_{pl \ dop}$ odniesionych do średnicy elementu tocznego d . Wartość tego ilorazu uzależniona jest m.in. od rodzaju elementu tocznego, stopnia zahartowania bieżni czy też odpowiedzialności konstrukcji, w jakiej pracuje łożysko. Na potrzeby niniejszych badań przyjęto, zgodnie z zaleceniami [3], że stosunek względnych deformacji plastycznych odniesionych do średnicy kulki będzie równy:

$$\frac{\delta_{pl \ dop}}{d} = 2 \cdot 10^{-4}. \quad (3)$$

Cechą charakterystyczną łożysk wieńcowych jest znaczny rozmiar średnic bieżni łożyskowych, stąd też ich inna nazwa – łożyska wielkogabarytowe. Pierścienie łożysk wieńcowych osiągają średnicę nawet do kilkunastu metrów. Tak duże elementy sprawiają wiele problemów w ich produkcji. Jednym z podstawowych problemów procesu produkcyjnego łożysk wieńcowych jest hartowanie bieżni. Bieżnie oraz

elementy toczne łożysk zwyczajnych zwykle osiągają twardości rzędu 62-65 HRC. W łożyskach wieńcowych elementy toczne hartuje się do takich twardości jak w łożyskach zwyczajnych, natomiast bieżnie osiągają twardości rzędu 50-56 HRC. Różnice w twardościach stykających się ze sobą elementów pary tocznej są przyczyną szybszego niszczenia elementów miększych, czyli bieżni. Należy mieć to na względzie, wyznaczając siłę dopuszczalną, jaką może przenieść element toczny. Dlatego też do powszechnie stosowanych wzorów podanych przez Palmgrena [4] oraz Eschmanna i in. [5], które były wyznaczane dla twardości elementów tocznych łożysk zwykłych, wprowadza się współczynnik wpływu twardości f_H [6] pozwalający uwzględnić niższe wartości twardości bieżni. Niniejsza praca przedstawia numeryczną analizę wpływu przylegania kulki do bieżni na wartości współczynnika wpływu twardości f_H wykorzystującą modele strefy styku części tocznej z bieżnią łożyska umożliwiające analizę odkształceń plastycznych.

2. Obciążenie dopuszczalne

Sposoby określania odkształceń plastycznych pary tocznej, powstałych w wyniku przenoszenia przez poszczególne elementy toczne sił, podali Palmgren [4] oraz Eschmann i in. [5]. Badania przez nich przeprowadzone dotyczyły łożysk zwykłych, o wysokich twardościach elementów tocznych i bieżni (800 HV w pracy [4] oraz 750 HV w pracy [5]). Dlatego też, aby uwzględnić wspomniany wcześniej problem związany z niższymi twardościami bieżni, wprowadzono współczynnik f_H [6], który stosowany we wzorze na siłę dopuszczalną obciążającą element toczny, umożliwił aplikowanie zależności Palmgrena oraz Eschmanna i in. do obliczeń siły dopuszczalnej w łożyskach wieńcowych.

Deformację plastyczną δ_{pl} wywołaną siłą P Palmgren [4] opisał następującą zależnością:

$$\delta_{pl} = 1,3 \cdot 10^{-7} \frac{P^2}{d} (\rho_{I1} + \rho_{II1})(\rho_{I2} + \rho_{II2}), \quad (4)$$

gdzie ρ_{I1} , ρ_{II1} , ρ_{I2} , ρ_{II2} to krzywizny ciał biorących udział w kontakcie w głównych (ortogonalnych) płaszczyznach, odpowiednio ciała I w płaszczyźnie 1, ciała II w płaszczyźnie 1, ciała I w płaszczyźnie 2 oraz ciała II w płaszczyźnie 2.

Równanie (4) pozwala sformułować zależność do obliczania dopuszczalnego obciążenia kulki:

$$P_{dop} = 27,735 \frac{f_{H1} d^2 \sqrt{1 - \frac{d}{2a_0} \cos \alpha}}{\sqrt{1 - k_p}} \quad [\text{N}], \quad (5)$$

gdzie a_0 jest promieniem tocznym rzędu obliczeniowego części tocznych, α jest kątem działania łożyska, a k_p jest współczynnikiem przylegania kulki do bieżni określającym geometrię bieżni w przekroju promieniowym:

$$k_p = \frac{d}{2r_b}. \quad (6)$$

Dla tych obliczeń współczynnik wpływu twardości f_{H1} przybiera następującą postać:

$$f_{H1} = \left(\frac{HV}{800} \right)^2. \quad (7)$$

Stosunek deformacji plastycznych δ_{pl} do średnicy kulki d Eschmann i in. [5] opisali zależnością:

$$\frac{\delta_{pl}}{d} = \left(\frac{P_0}{2550 \sqrt[3]{c_p}} \right)^5. \quad (8)$$

W tym przypadku siła dopuszczalna [3] przenoszona przez najbardziej obciążoną kulkę wynosi:

$$P_{dop} = \frac{9,9626 \cdot 10^7 f_H d^2}{c_p^2} \quad [N]. \quad (9)$$

Wielkość c_p dla stali ($E = 2,08 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$) oblicza się z zależności:

$$c_p = \frac{858}{\mu_H \nu_H} \sqrt[3]{(d \Sigma \rho)^2}, \quad (10)$$

gdzie μ_H i ν_H są liczbami Hertza, natomiast $\Sigma \rho$ jest sumą krzywizn kulki i bieżni.

Występujący we wzorze (9) współczynnik wpływu twardości zapisano w postaci:

$$f_H = \left(\frac{HV}{750} \right)^2. \quad (11)$$

Na potrzeby niniejszych badań, w celu określenia siły dopuszczalnej, posłużono się zależnościami podanymi w pracy [5].

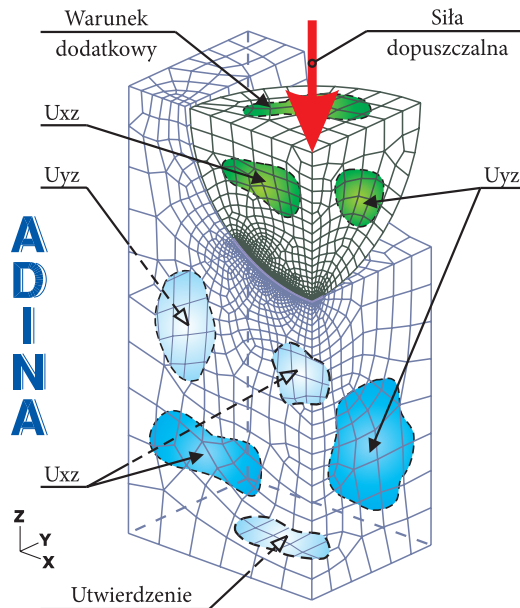
3. Model numeryczny strefy styku

Obliczenia numeryczne odkształceń plastycznych powstałych w strefie styku kulki z bieżnią wykonano, korzystając z rozwiązania konstrukcyjnego łożyska wieńcowego dwurzędowego o kącie działania 90° . W celu uproszczenia modelu numerycznego, zgodnie ze analizą zamieszczoną w pracy [3], zastąpiono bieżnie toroidalne łożyska bieżniami walcowymi.

W obliczeniach wykorzystano numeryczny model strefy styku kulki z bieżnią łożyska wieńcowego z pracy [7]. Jest on modelem bazowym. Poszczególne modele obliczeniowe służące do analizy strefy styku różnią się:

- promieniem zaokrąglenia bieżni łożyska, co pozwala analizować różne wartości współczynnika przylegania kulki do bieżni łożyska (wersje geometryczne modelu bazowego),
- parametrami modelu materiałowego elementów skończonych (analiza w stanie sprężysto-plastycznym), co pozwala analizować różne twardości materiału pary kontaktowej.

Modele obliczeniowe są zbudowane za pomocą metody elementów skończonych [8, 9] z użyciem pakietu ADINA [10]. Ze względu na symetrię, do analizy przyjęto $1/8$ kulki o średnicy 20 mm oraz wydzielony fragment bieżni, co pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Wydzielony z łożyska fragment strefy styku (wg [7]) – siatka bazowego modelu numerycznego

Badany model zdyskretyzowano elementami bryłowymi ośmiowęzłowymi typu „solid”, zadano odpowiednie warunki brzegowe, wynikające głównie z przyjętej symetrii modelu, oraz przyłożono do narożnego punktu segmentu kulki siłę odpowiadającą 1/4 obciążenia dopuszczalnego. Dodatkowo na model nałożono warunek, który wiązał przemieszczenia górnej powierzchni kulki z przemieszczeniami punktu przyłożenia siły.

Na powierzchniach kulki i bieżni wydzielono strefy styku, które podzielono na elementy kwadratowe o bokach równych 0,625% średnicy kulki. Równania opisujące warunki kontaktu wynikają bezpośrednio z algorytmu programu ADINA [10]. Podstawowy algorytm programu, Constraint Function, definiuje zależności pomiędzy naciskami powierzchniowymi na uprzednio wydzielonych powierzchniach bryły, stosując odpowiednie funkcje ograniczeń.

W modelu zastosowano dwuliniowy model materiału z umocnieniem o wartości 10% modułu sprężystości podłużnej [3].

Ponadto, dla ujednoczenia toku obliczeń, przyjęto jako parametr jednakową twardość stykających się ze sobą elementów pary tocznej, zmienianą w zakresie 50-62 HRC. Warto zaznaczyć, iż celem prowadzonej analizy nie było badanie wpływu odmiennych twardości kulki i bieżni, a jedynie wpływu zmiany przylegania kulki do bieżni na współczynnik wpływu twardości, wprowadzany dodatkowo do wzorów określających obciążenie dopuszczalne łożysk wieńcowych.

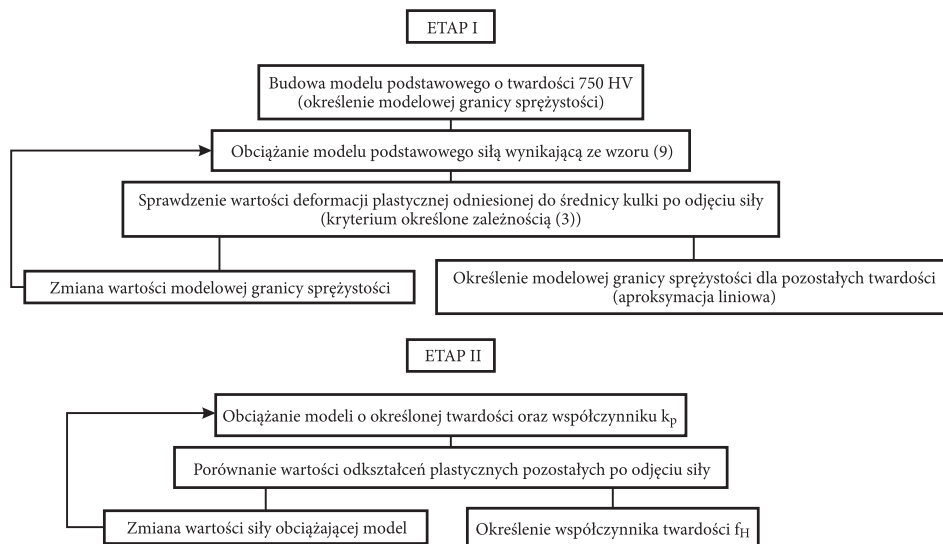
4. Obliczenia

Pierwszym etapem analizowanego zagadnienia była budowa modelu podstawowego, który umożliwił określenie tzw. modelowej granicy sprężystości R_{sM} . W analizie zjawisk kontaktowych występujących podczas styku elementu tocznego z bieżnią łożyskową nie powinno się posługiwać granicą plastyczności R_e . Ze względu na fakt, że przy wartościach równych umownej granicy plastyczności $R_{0,02}$ mogą pojawić się w materiale odkształcenia trwałe, wartością zbliżone do założonego wcześniej poziomu deformacji plastycznych, należy w tego typu analizie posługiwać się granicą sprężystości R_s , która odpowiada naprężeniom inicjującym odkształcenia trwałe. Modelowa granica sprężystości jest wartością naprężeń wywołujących w rozważanym modelu obciążonym siłą P_{dop} względną deformację plastyczną odniesioną do średnicy kulki łożyskowej rzędu 0,0002. Aby ją określić, do modelu podstawowego o twardości 750 HV i założonym współczynniku przylegania kulki do bieżni k_p przyłożono siłę wynikającą z zależności (9), pożądaną wartość modelowej granicy sprężystości R_{sM} otrzymano metodą iteracyjną, kryterium obliczeń stanowiło równanie (3). Porównując tak określoną modelową granicę sprężystości R_{sM} do wytrzymałości materiału na rozciąganie R_m , zdefiniowano, stosując aproksymację liniową, współczynnik, dzięki któremu możliwe było określenie modelowej granicy

sprężystości dla badanego zakresu twardości. Wyznaczanie wytrzymałości materiału na rozciąganie R_m w zakresie twardości 50-62 HRC pokazano w pracy [11].

W drugim etapie analizy badano odkształcenia plastyczne modeli o twardościach w przedziale 50-62 HRC. Obliczenia prowadzono również na drodze iteracji, przy czym zmienianą wartością było obciążenie modelu, a kryterium stanowiła wartość odkształceń plastycznych taka jak w modelu podstawowym. Mając daną wartość siły, uzyskaną z obliczeń numerycznych i z zależności (9), określono dla danej twardości i współczynnika przylegania k_p nową wartość współczynnika wpływu twardości f_H . W badanym zakresie twardości współczynnik f_H aproksymowano funkcją potęgową o podstawie jak we wzorze (11). Badania przeprowadzono dla modeli o współczynniku przylegania w zakresie 0,92-0,96.

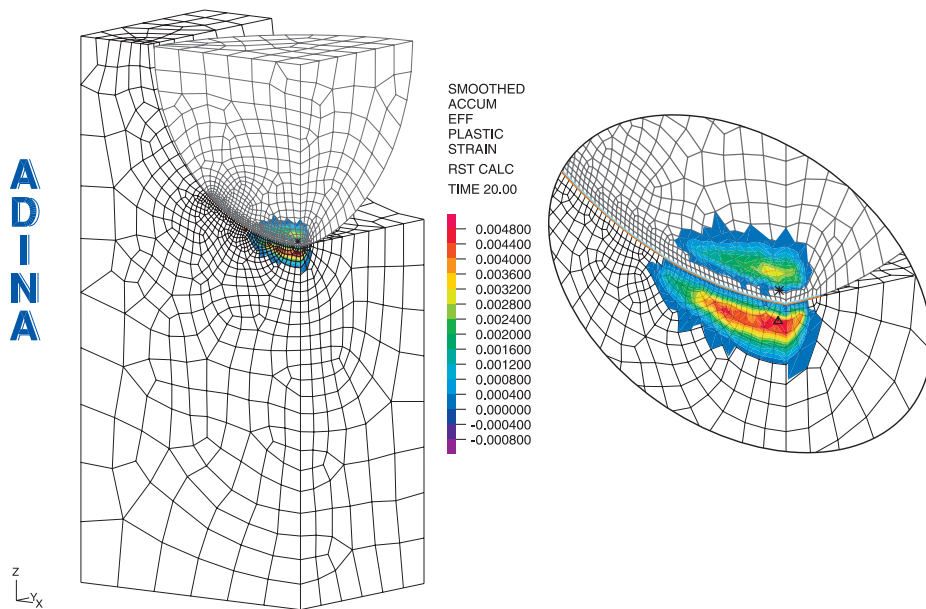
Na rysunku 2 przedstawiono w uproszczeniu przebieg analizy obrazujący poszczególne etapy obliczeń numerycznych.



Rys. 2. Schemat przebiegu obliczeń numerycznych

5. Analiza otrzymanych wyników

Przeprowadzona analiza zagadnienia kontaktowego pozwoliła określić wartość oraz rozkład odkształceń plastycznych w strefie styku kulki z bieżnią łożyskową. Przykładowy rozkład odkształceń plastycznych przedstawiono na rysunku 3. Wartości sił dopuszczalnych otrzymanych w toku analizy numerycznej oraz otrzymanych ze wzoru (9) dla poszczególnych modeli zestawiono w tabeli 1, a przebiegi zmian współczynnika wpływu twardości przedstawiono w formie wykresów na rysunku 4.



Rys. 3. Izolinie odkształceń plastycznych w strefie styku

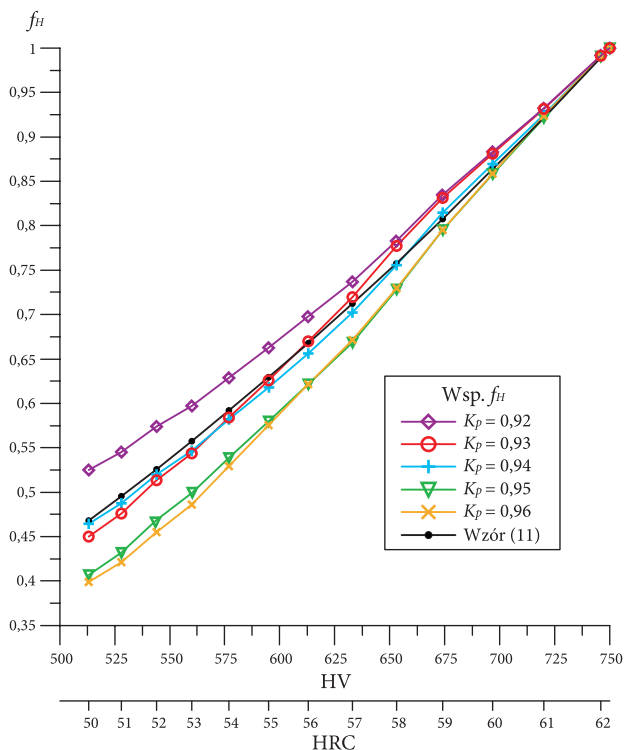
TABELA 1

Wartości siły dopuszczalnej otrzymane z obliczeń numerycznych

Twardość		Siła dopuszczalna P_{dop} [N]									
HV	HRC	$k_p = 0,92$		$k_p = 0,93$		$k_p = 0,94$		$k_p = 0,95$		$k_p = 0,96$	
		Anali-za	Wzór (9)	Anali-za	Wzór (9)	Anali-za	Wzór (9)	Anali-za	Wzór (9)	Anali-za	Wzór (9)
513	50	4424	3940	4067	4229	4456	4491	4229	4867	4624	5420
528	51	4593	4174	4304	4480	4677	4757	4496	5156	4879	5741
544	52	4835	4430	4642	4756	4993	5050	4880	5473	5273	6095
560	53	5030	4695	4914	5040	5246	5352	5188	5800	5629	6459
577	54	5298	4984	5279	5350	5583	5681	5604	6157	6135	6857
595	55	5580	5300	5657	5689	5929	6041	6029	6547	6662	7291
613	56	5877	5626	6058	6039	6301	6413	6467	6949	7202	7739
633	57	6208	5999	6504	6439	6738	6838	6953	7410	7781	8252
653	58	6594	6384	7026	6853	7253	7277	7576	7886	8453	8782
674	59	7031	6801	7515	7300	7821	7752	8275	8401	9212	9356

cd. tabeli 1

697	60	7438	7273	7966	7807	8347	8290	8926	8985	9950	10005
720	61	7852	7761	8422	8331	8879	8847	9584	9587	10698	10677
746	62	8351	8332	8964	8944	9510	9497	10308	10292	11478	11462



Rys. 4. Wykresy współczynnika wpływu twardości dla różnych wartości współczynnika przylegania kulki do bieżni otrzymane z obliczeń numerycznych oraz wg wzoru (11)

Obliczenia poszczególnych modeli dla różnych współczynników przylegania kulki do bieżni oraz dla różnych twardości wykazały, iż wartości obciążenia dopuszczalnego obliczone na podstawie zależności analitycznych (9) i otrzymane z obliczeń numerycznych różnią się w niejednakowym stopniu. Sprawia to, że rozbieżności pomiędzy wartościami współczynnika twardości obliczonymi ze wzoru (11) oraz uzyskanymi z obliczeń numerycznych rosną ze spadkiem twardości stykających się elementów.

Otrzymane wyniki można aproksymować funkcją potęgową określoną wzorem:

$$f_H = \left(\frac{HV}{750} \right)^w, \quad (12)$$

gdzie w jest wykładnikiem potęgowym opisującym poziom nieliniowości współczynnika wpływu twardości.

Wartość tego wykładnika zmienia się od $w = 1,731$ dla $k_p = 0,92$ do $w = 2,488$ dla $k_p = 0,96$. Dla współczynników przylegania $k_p = 0,93$ i $0,94$ wartość wykładnika w wynosi odpowiednio $w = 2,038$ i $2,058$. Zatem można uznać, że przy tych wartościach współczynnika przylegania różnice współczynnika wpływu twardości w stosunku do wyliczonych ze wzoru (11) ($w = 2$) są nieistotne. Pewne nieregularności wyników otrzymanych dla tych wartości współczynnika przylegania są prawdopodobnie spowodowane niedokładnościami obliczeń numerycznych, które mogą się kumulować z uwagi na dwuetapowy przebieg obliczeń.

6. Wnioski i uwagi końcowe

Przeprowadzona analiza pozwoliła wysnuć następujące wnioski:

1. Różnice w wartościach współczynnika wpływu twardości wyliczonych ze wzoru (11) i otrzymanych w prezentowanej analizie numerycznej rosną ze spadkiem twardości stykających się elementów.
2. Wartość współczynnika wpływu twardości zależy od wartości współczynnika przylegania kulki do bieżni, co oznacza dodatkowy wpływ geometrii strefy styku na wartość obciążenia granicznego kulki. Ze wzrostem współczynnika przylegania kulki do bieżni wartość współczynnika wpływu twardości maleje. Przy wartościach współczynnika wpływu twardości w granicach $k_p = 0,93-0,94$ różnice w stosunku do stosowanej dotychczas zależności (11) są pomijalne.
3. Określona w toku analizy modelowa granica sprężystości znajduje zastosowanie jedynie w przypadku omówionego zagadnienia. Jej wartości nie powinny być stosowane w innego rodzaju obliczeniach.
4. Zastosowanie w prezentowanej analizie kontaktu metody elementów skończonych pozwoliło na zbadanie wartości oraz rozkładu odkształceń plastycznych przy obciążeniu pary tocznej siłą o granicznej wartości. Możliwa była symulacja twardości elementów pary kontaktowej dla bieżni łożyska o różnym promieniu tworzącej.

Artykuł wpłynął do redakcji 27.04.2012 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano we wrześniu 2012 r.

LITERATURA

- [1] E. MAZANEK, *Modele obliczeniowe i charakterystyki nośności statycznej łożysk tocznych wieńcowych*, Seria: Monografie, nr 62, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa, 1999.
- [2] T. SMOLNICKI, *Fizykalne aspekty koherencji wielkogabarytowych łożysk tocznych i odkształcalnych konstrukcji wsporczych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2002.
- [3] L. KANIA, *Analiza obciążenia wewnętrznego w łożyskach tocznych wieńcowych w aspekcie ich nośności statycznej*, Seria: Monografie, nr 111, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa, 2005.
- [4] A. PALMGREN, *Grundlagen der Wälzlagertechnik*, Franckische Verlagshandlung, Stuttgart, 1964.
- [5] P. ESCHMANN, L. HASBARGEN, K. WEIGAND, *Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen*, R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, 1987.
- [6] H. KRZEMIŃSKI-FREDA, *Łożyska toczne*, PWN, Warszawa, 1989.
- [7] L. KANIA, R. PYTLARZ, P. RESZKA, *Modelowanie strefy styku kulkowych łożysk wieńcowych oraz analiza numeryczna współczynnika twardości*, Modelowanie Inżynierskie, 10, 41, 2011, 157-164.
- [8] K.J. BATHE, *Finite element procedures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.
- [9] E. RUSIŃSKI, J. CZMOCHOWSKI, T. SMOLNICKI, *Zaawansowana metoda elementów skończonych w ustrojach nośnych maszyn*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2000.
- [10] ADINA, *Theory and Modeling Guide*, vol. 1. ADINA Solids & Structures, ADINA R&D, Inc., Watertown, 2005.
- [11] L. KANIA, *Wyznaczanie dopuszczalnego obciążenia wałeczków w łożyskach wieńcowych*, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej, 40, 2007, 135-142.

L. KANIA, R. PYTLARZ, P. RESZKA

Numerical analysis of the effect of osculation to hardness factor in slewing bearings

Abstract. The paper presents the procedure and the results of numerical analysis of contact problems occurring in the slewing bearing. The analysis concerned the effect of osculation in contact pair of rolling bearings, the ball and raceway, on hardness factor. Hardness factor is particularly important in the large bearings, because it allows us to consider the different hardness of a contact pair. Slewing bearings, among other things for their substantial dimensions, are machine elements which cause a lot of technical difficulties associated with their workmanship. One of the key problems is the hardening of the bearing raceway. Therefore, designing the machine revolution nodes, the hardness of cooperating rolling elements and raceway should be considered, what for the correctional hardness factor is used. In this work, a numerical calculation considering the plastic deformation in the contact zone has been carried out. For this purpose, a finite element method using the ADINA program has been used.

Keywords: machine design, slewing bearings, contact problems, hardness factor

