

Radosław PATYK, Agnieszka KUŁAKOWSKA

## NUMERYCZNA ANALIZA DRGAŃ TARCZY HAMULCOWEJ

### *Streszczenie*

*W pracy przedstawiono sformułowanie i zastosowanie metody elementów skończonych (MES) w analizie drgań własnych tarcz hamulcowych. Dla analizowanego układu mechanicznego wyznaczono częstotliwości drgań własnych za pomocą MES. Dodatkowo przeprowadzono analizę wpływu procesu hamowania na stan naprężeń w tarczy hamulcowej.*

### WSTĘP

Gwałtowny rozwój motoryzacji i znaczne zwiększenie liczby pojazdów powoduje pogorszenie warunków bezpieczeństwa ruchu drogowego. Bezpośredni wpływ na bezpieczeństwo użytkowania pojazdów ma ich stan techniczny. Elementem odpowiadającym za bezpieczeństwo czynne w ruchu drogowym jest układ hamulcowy. Zasada działania hamulców tarczowych jest znana od początku XX wieku. Powszechne zastosowanie w samochodach osobowych, zaczęto stosować w latach 70. poprzez wynalezienie hamulca tarczowego z ruchomą obudową zacisku.

Działanie hamulca tarczowego polega na dociskaniu do dwóch stron wirującej wraz z kołem jezdnym tarczy hamulcowej klocków ciernych. Obustronny docisk klocków jest korzystny z uwagi na siły dociskające, które równoważą się nie powodując odkształceń tarczy. Klocki cierne wraz z dociskającymi je tłoczkami są umieszczone w strzemieniu, którego zadaniem jest przekazanie momentu hamulcowego na odpowiednie elementy prowadzące koło. Z uwagi na płaskie powierzchnie tarczy hamulcowej rozkład nacisków na powierzchnie cierne klocków powinien być po okresie docierania hamulców równomierny. Piski dobiegające od hamulca przy kole to akustyczny dowód na drgania jakiegoś elementu hamulca, który pobudza do drgań inne elementy hamulca lub samochodu [4]. Charakterystyczne jest to, że przeważnie piski te występują podczas normalnych, łagodnych hamowań, natomiast nie słychać ich przy gwałtownych hamowaniach. Podstawowym źródłem drgań są: drgania klocka hamulcowego lub drgania tarczy hamulcowej podczas hamowania. Współpracująca z klockami hamulcowymi tarcza hamulcowa, pod wpływem zmieniających się sił tarcia, również wpada w drgania. Powodują one brak zachowania pierwotnej płaskości. Podstawą występowania drgań w mechanizmach hamulcowych jest zjawisko przesunięć wstępnych oraz drgań reakcyjnych, dających w efekcie wysokoczęstotliwy ton. Przesunięcie wstępne ma miejsce wówczas, gdy siła statyczna działająca na powierzchni tarcia dwóch ciał jest mniejsza od rozwiniętej siły tarcia statycznego między tymi ciałami. Chociaż nie dochodzi do poślizgu, to jednak ma miejsce pewne wzajemne przesunięcie ciał pary trącej na skutek ich sprężystego odkształcenia. Przesunięcia te można traktować jako wstępną fazę tarcia kinetycznego, w której decydująca

rolę odgrywają własności ciał i wielkości docisku. Drgania reakcyjne będące konsekwencją tych przesunięć, powstają w określonych warunkach tarcia. Wówczas przy stałej prędkości ruchu względnego pary trącej prędkość ślizgania w sprężystych układach ciernych zmienia się w sposób pulsujący. Drgania reakcyjne mają przy tym charakter mechaniczny. Współpracująca z klockami hamulcowymi tarcza hamulcowa, pod wpływem zmieniającej się siły tarcia, przechodzi w drgania. Zużycie tarczy, rysy, korozja lub wady odlewnicze sprzyjają powstawaniu drgań. Drgania powstają podczas współpracy klocka i tarczy hamulcowej. Najlepiej jest zredukować je na etapie projektowania, wyposażając klocki hamulcowe w sprężyny, ograniczające ich drgania. Ze względu na trudność w wytłumieniu tych drgań w zarodku, aby utrudnić ich przenoszenie, tylną część klocka hamulcowego można pokryć warstwą elastyczną oddzielającą klocek hamulcowy od tłoczka zacisku hamulcowego lub zacisku hamulcowego [4]. Mimo tych zabezpieczeń drgania jednak powstają i przenosząc się pobudzają do drgań inne elementy układu hamulcowego. W celu ograniczenia tego zjawiska, producenci tak konstruują poszczególne elementy, aby utrudnić pobudzenie do drgań układu hamulcowego. Współczesne podejście do projektowania wymaga przeprowadzenia wielu wyrafinowanych obliczeń. Aktualnie najpowszechniej stosowaną i dającą najlepsze efekty metodą obliczeniową jest Metoda Elementów Skończonych (MES) [1, 3, 5, 6].

W niniejszej pracy zajęto się wyznaczeniem częstotliwości drgań tarczy hamulcowej oraz symulowaniem zachowania się tarczy pod wpływem zmiennych obciążeń zewnętrznych. Analizy przeprowadzono z zastosowaniem MES. W tej metodzie model konstrukcji stanowi układ dyskretny o skończonej liczbie stopni swobody. Wiadomo, że równanie różniczkowe opisujące drgania układu dyskretnego o  $n$  stopniach swobody można przedstawić w postaci macierzowej jako [6]:

$$M \ddot{q} + C \dot{q} + K q = F(t) \quad (1)$$

gdzie:

- $q$  – wektor stopni swobody układu,
- $F(t)$  – wektor sił zewnętrznych,
- $M$  – macierzą masową (bezwładności),
- $C$  – macierz tłumienia,
- $K$  – macierz sztywności.

Równanie (1) zwane równaniem ruchu, stanowi w istocie układ  $n$  równań różniczkowych zwyczajnych rzędu drugiego. Równania te są sprzężone, jeśli macierze  $M$ ,  $C$  i  $K$  nie są macierzami diagonalnymi. Jeśli wektor  $F(t)$  jest równy zeru, to wówczas mamy do czynienia z drganiami swobodnymi – bez obciążeń zewnętrznych. Jeśli dodatkowo w konstrukcji nie występuje tłumienie, to są to drgania własne [6].

Równanie różniczkowe drgań własnych układu dyskretnego można zapisać jako:

$$M\ddot{q} + Kq = 0 \quad (2)$$

Rozwiązanie ogólne takiego równania ma postać:

$$q(t) = q_A \cos \omega t + \sin q_B \omega t \quad (3)$$

gdzie:

$q_A$  i  $q_B$  są wektory stałych.

Druga pochodna wektora przemieszczeń ma postać:

$$\ddot{q}(t) = -\omega^2 q_A \cos \omega t + \omega^2 \sin q_B \omega t = \omega^2 q \quad (4)$$

Podstawiając (3) i (4) do (2) otrzymujemy:

$$-\omega^2 Mq + Kq = 0 \quad (5)$$

czyli:

$$(K - \omega^2 M)q = 0 \quad (6)$$

Równanie (6) jest zwane uogólnionym równaniem własnym. Przez proste przekształcenie można je sprowadzić do standardowego zagadnienia własnego  $Aq = \lambda q$ .

Zależność (6) jest jednorodnym układem równań liniowych, którego rozwiązaniem, tzw. rozwiązaniem trywialnym, jest  $q = 0$ . Układ może mieć jednak inne rozwiązania, jeśli macierz  $(K - \omega^2 M)$  będzie macierzą osobliwą, czyli:

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (7)$$

Równanie (7) jest wielomianem  $n$ -tego stopnia ze względu na zmienną  $\omega^2$ . Poszukuje się miejsc zerowych  $\omega_i$  tego wielomianu. Wartość  $\omega_i$  nazywa się częstościami drgań własnych, a odpowiednio wektory  $q_i$ , które spełniają równanie (6) dla wartości  $\omega_i$  – wektorami własnymi [6].

W interpretacji fizycznej każdy wektor własny  $q_i$  reprezentuje tzw. postać drgań własnych dla częstości  $\omega_i$  – jest wektorem przemieszczeń, które opisują deformację konstrukcji, charakterystyczną dla tej części drgań. Rozwiązanie równania (7) nie zawiera informacji o amplitudzie drgań. Jeżeli wektor  $q_i$  jest rozwiązaniem (7), to również  $r q_i$ , gdzie  $r$  – dowolny mnożnik, stanowi jego rozwiązanie. W praktyce wektory własne często są przedstawiane po unormowaniu w stosunku do macierzy masowej:

$$q_i^T M q_i = 0 \quad (8)$$

co sprawia się do odpowiedniego przeskalowania współczynników wektora  $q_i$ . Znając wektor  $q_i$  definiujący kształt deformacji modelu przy drganiach z częstością  $\omega_i$  można również wyznaczyć odpowiednie dla tej częstości znormalizowane rozkłady naprężeń.

W praktyce przeprowadzenie analizy drgań własnych jest niezbędne w celu sprawdzenia występowania rezonansu w konstrukcjach sprężystych. Zadaniem konstruktora jest takie zaprojektowanie własności sprężystych lub bezwładnościowych, by częstości drgań własnych konstrukcji nie pokrywały się z częstościami typowych oddziaływań zewnętrznych [6].

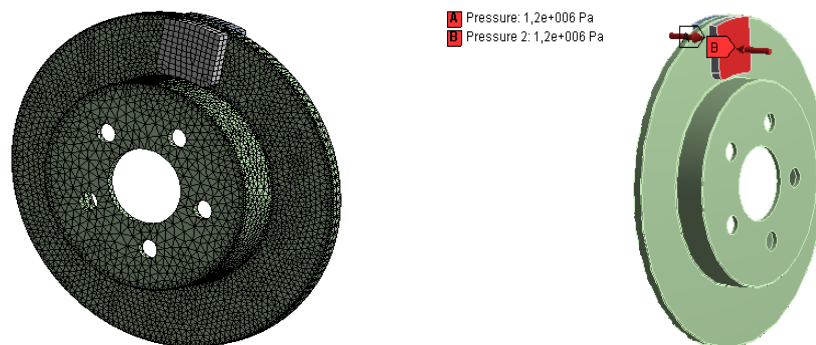
## SYMULACJE KOMPUTEROWE

W celu poprawnego zaprojektowania tarcz hamulcowych poza obliczeniami wytrzymałościowymi oraz termicznymi należy przeprowadzić analizy modalne i harmoniczne, które mają na celu wyznaczenie częstotliwości i postaci drgań własnych raz wyznaczenie zmian przemieszczeń, odkształceń oraz naprężeń występujących w obiekcie pod wpływem zmiennych cyklicznych zmian obciążenia. Analizy przeprowadzono dla tarczy hamulcowej tylnej niewentylowanej znajdującej zastosowanie w samochodach marki Saab oraz Opel. Analizy numeryczne przeprowadzono wykorzystując w tym celu Metodę Elementów Skończonych. Przed przystąpieniem do analiz numerycznych opracowano model bryłowy tarczy i klocków hamulcowych w programie Solid Works obliczenia wykonano w programie Ansys [2].

### Analiza modalna i harmoniczna

W symulacjach komputerowych założono, że tarcza hamulcowa i klocki wykonane są materiałów izotropowych, idealnie sprężystych. Pominięto wpływ zjawisk cieplnych wynikających z tarcia klocków o tarczę na zmianę współczynnika tarcia oraz wytrzymałość materiałów. Model geometryczny dyskretyzowano na 45447 elementów skończonych (83019 węzłów) (rys. 1). Na model dyskretny nałożono warunki brzegowe (zamocowano zgodnie z zaleceniami producenta).

Po przeprowadzonej analizie uzyskano częstotliwości drgań własnych. Wyniki zestawiono w tabeli 1.



**Rys. 1.** Dyskretny model bryłowy tarczy tylnej i klocków hamulcowych stosowanych w samochodach marki Opel i Saab

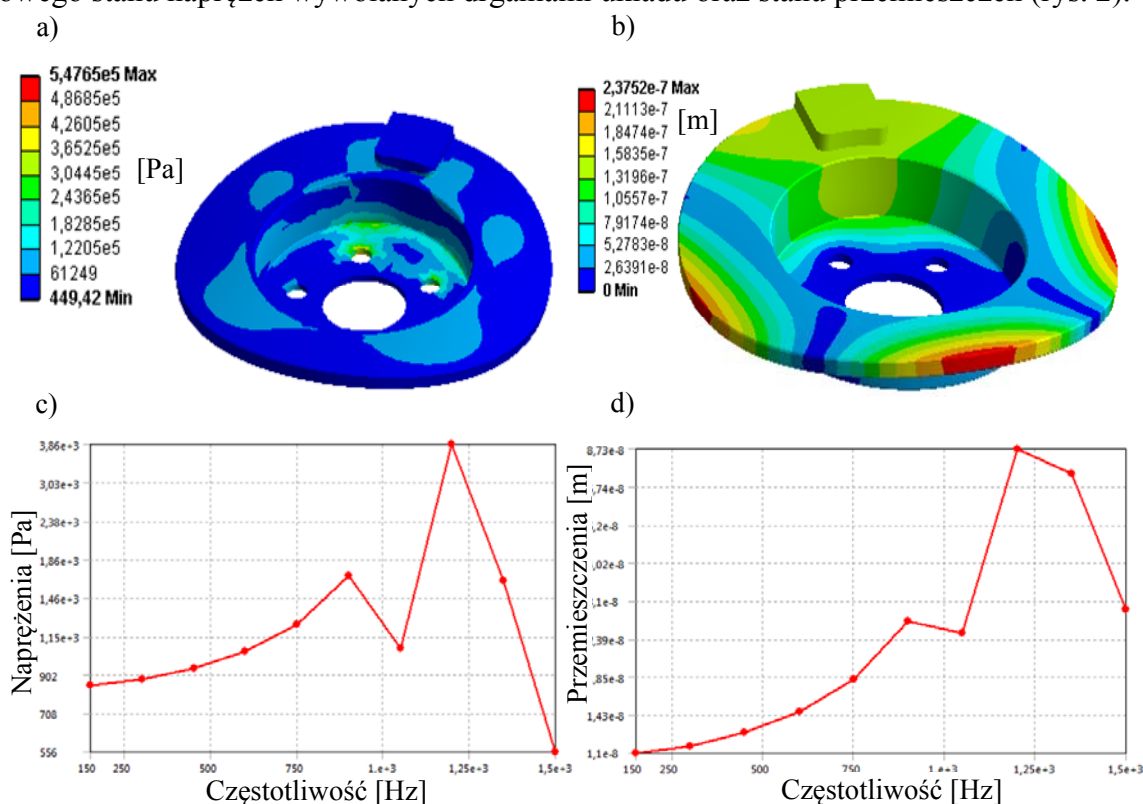
Źródło: Opracowanie własne.

**Tab. 1.** Wyniki symulacji numerycznych

Numer postaci	Częstotliwość [Hz]	Postać
1	270,25	giętna
2	291,89	
3	551,65	
4	1135,5	
5	1234,8	
6	1399,8	

Źródło: Opracowanie własne.

W celu analizy wpływu procesu hamowania na stan przemieszczeń odkształceń i naprężeń przeprowadzono analizę harmoniczną. Dla częstotliwości ruchu obrotowego wynoszącego maksymalnie 1500 Hz. Dla wartości maksymalnej częstotliwości uzyskano wyniki dodatkowego stanu naprężeń wywołanych drganiami układu oraz stanu przemieszczeń (rys. 2).



**Rys. 2.** a) wyniki stanu naprężeń wynikających z drgań układu; b) wyniki stanu przemieszczeń węzłów dla częstotliwości maksymalnej 1500 Hz; c) wykres zmian maksymalnych naprężeń zredukowanych w funkcji zmian częstotliwości wymuszenia; d) wykres zmian przemieszczeń w funkcji zmian częstotliwości wymuszenia

Źródło: Opracowanie własne

Po analizie wyników stwierdzono, że przemieszczenia oraz naprężenia wywołane drganiami analizowanej tarczy nie powodują znaczących zmian w jej pracy. Dopiero przy bardzo wysokich częstotliwościach (nigdy nieosiągalnych podczas jazdy samochodem) stwierdzono istotny wpływ drgań na przemieszczenia i naprężenia.

## PODSUMOWANIE

Symulacje komputerowe stanowią początkowy etap w poprawnym projektowaniu części maszyn. Z przeprowadzonych analiz numerycznych procesu wynika, że badany numerycznie układ (tarcza hamulcowa – klocki hamulcowe) wytrzymuje obciążenia związane ze zjawiskami drganiowymi. Analiza Metodą Elementów Skończonych umożliwia określenie miejsc spiętrzenia naprężeń.

## BIBLIOGRAFIA

1. Dacko M., Borkowski W., Dobrociński S., Niezgoda T., Wieczorek M.: *Metoda Elementów Skończonych w mechanice konstrukcji*, Arkady, Warszawa 1994.
2. Łączek S.: *Wprowadzenie do systemu elementów skończonych ANSYS*, PK, Kraków 1999.
3. Rakowski G., Kacprzak Z.: *MES w mechanice konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
4. Reński A.: *Budowa samochodów. Układy hamulcowe i kierownicze oraz zawieszenia*, OWPW, Warszawa 2004.
5. Rusiński E., Czmochoński J., Smolnicki T.: *Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcji nośnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.
6. Zagrajek T., Krzesiński G., Marek P.: *Metoda Elementów Skończonych w mechanice konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2006.

# NUMERICAL ANALYSIS OF BRAKE SHOE VIBRATIONS

### *Abstract*

*In the paper formulation and using of Finite Element Method (FEM) in brake shoe own vibration analysis are presented. For the analyzing mechanical construction the frequency of own vibrations using FEM are designated. Additional the analysis of braking process influence on the state of stress in brake shoe were conducted.*

### *Autorzy:*

dr inż. **Radosław Patyk** – Politechnika Koszalińska

dr inż. **Agnieszka Kulakowska** – Politechnika Koszalińska