



## Identyfikacja parametrów termofizycznych ciał stałych z wykorzystaniem zmodyfikowanej metody chwilowego źródła ciepła oraz współczynnikowej metody odwrotnej

MARCIN GAPSKI, JANUSZ ZMYWACZYK

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki, Instytut Techniki Lotniczej,  
00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2, marcin.gapski@wp.pl, janusz.zmywaczyk@wat.edu.pl

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono zmodyfikowaną metodę chwilowego źródła ciepła oraz współczynnikową metodę odwrotną do jednoczesnej estymacji: dyfuzyjności cieplnej  $a$ , przewodności cieplnej  $\lambda$  oraz ciepła właściwego  $c_p$  ciał stałych w oparciu o znaną odpowiedź termiczną układu w odległości  $H$  od miejsca występowania powierzchniowego źródła ciepła o gęstości  $q_0$ . Porównano wrażliwość obu metod na zmianę grubości próbki  $H$ , współczynnika przejmowania ciepła  $h$ , stopnia partycji  $\eta$  gęstości strumienia ciepła  $\dot{q}_0$  oraz amplitudy  $ZAB$  zaburzenia nadwyżki temperatury na tylnej powierzchni próbki w kształcie walca o promieniu  $R$  i wysokości  $H$ . Obie metody poddano również weryfikacji eksperymentalnej pod kątem identyfikacji parametrów  $\lambda$  i  $c_p$  dla próbek wykonanych z polimetakrylanu metylu (PMMA) oraz ze stali nierdzewnej 1H18N9T.

**Słowa kluczowe:** termodynamika, nieustalone przewodzenie ciepła, parametry termofizyczne, techniki odwrotne

### 1. Wprowadzenie

Właściwości termofizyczne ciał stałych, takie jak dyfuzyjność cieplna  $a$ , przewodność cieplna  $\lambda$  jak również ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu  $c_p$ , decydują o zachowaniu się materiału poddanego różnego rodzaju obciążeniom cieplnym. Znajomość zakresu wartości liczbowych tych parametrów, które są funkcjami głównie temperatury, jest niezbędna na etapie projektowania, wytwarzania i eksploatacji określonych elementów konstrukcyjnych. Stąd w wyniku silnego rozwoju inżynierii materiałowej na świecie

w ciągu ostatnich kilkudziesięciu lat, za sprawą której wytwarzane są nowoczesne materiały, pojawia się potrzeba opracowywania nowych oraz doskonalenia istniejących metod badawczych. Jedną z grup takich metod badawczych są metody dynamiczne (ang. *transient methods*). Idea pomiaru właściwości termofizycznych polega w tym przypadku na tym, że badane ciało wyprowadza się ze stanu równowagi termicznej za pomocą wymuszenia cieplnego o zadanym kształcie i czasie trwania, po czym dokonuje się pomiaru odpowiedzi termicznej w wybranym punkcie próbki. Zmierzona odpowiedź termiczna pozwala w najprostszym przypadku, w którym wymuszenie ciepła traktuje się jako pseudofunkcję typu delta Diraca, a próbkę jako jednorodne i izotropowe ciało półnieskończone, na obliczenie wartości liczbowych parametrów termofizycznych w oparciu o znajomość tylko położenia maksimum nadwyżki temperatury i czasu odpowiadającego temu maksimum. Jest to tak zwany model wyidealizowany, w którym dyfundujące w głąb badanego materiału ciepło nie wywołuje zniekształcenia izoterm temperatury pozostających cały czas równoległe do płaszczyzny umiejscowienia powierzchniowego źródła ciepła. Rozwój modeli analitycznych i metodyki badań parametrów termofizycznych przy wykorzystaniu dynamicznej metody impulsowej (ang. *pulse transient method*) przedstawili Boháč i inni [1, 2]. Wyniki swoich rozważań odnieśli do PMMA traktowanego jako materiał referencyjny. Lei, Zhu i Pan [3] rozważali dobór optymalnych rozmiarów próbki, czasu pomiaru oraz współczynników przejmowania ciepła, pełniących rolę dodatkowych stopni swobody, w dostrojeniu modelu (1D/3D nieustalone przewodzenie ciepła w ośrodku półnieskończonym) do realnej odpowiedzi termicznej układu na wymuszenie skokowe. Wyniki rozważań teoretycznych Autorzy poddali weryfikacji eksperymentalnej na bazie próbki wykonanej ze smaru silikonowego YG6020 produkowanego przez GE-TOSHIBA. Sposób wykonania grzejnika cienkowarstwowego traktowanego jako powierzchniowe źródło ciepła w dynamicznej metodzie impulsowej i jego wpływ na wyniki identyfikacji parametrów termofizycznych w odniesieniu do autoklawizowanego betonu komórkowego, krzemianu wapnia, szkła BK7 i PMMA był przedmiotem rozważań Boháča, Vretenára, Kubičára [4]. Autorzy zwrócili uwagę na fakt, że wpływ grzejnika cienkowarstwowego na wyniki identyfikacji parametrów termofizycznych materiału badanej próbki można pominąć wówczas, gdy pojemność cieplna grzejnika jest co najmniej dziesięciokrotnie mniejsza od pojemności cieplnej materiału próbki. W grupie metod dynamicznych mieszczą się też współczynnikowe metody odwrotne. W stosunku do przedstawionych powyżej metod dynamicznych ich działanie opiera się nie na analizie położenia maksimum nadwyżki temperatury uzyskanej w sposób eksperymentalny, lecz na procesie uzgadniania zmierzonej i modelowej nadwyżki temperatury w jednym bądź w wielu punktach pomiarowych. W dalszej części pracy zostanie przedstawiona metoda chwilowego źródła ciepła i jej modyfikacja oraz współczynnikowa metoda odwrotna. Układ pracy przedstawia się następująco. Metoda chwilowego źródła ciepła i jej modyfikacja uwzględniająca skończone wymiary próbki i grzejnika cienko-

warstwowego oraz czas trwania wymuszenia ciepła opisana została w rozdziale 2. Współczynnikiowa metoda odwrotna bazująca na tym samym rozwiązaniu analitycznym problemu początkowo-brzegowego co zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła została krótko scharakteryzowana w rozdziale 3. Opis stanowiska badawczego użytego do badań eksperymentalnych stanowi treść rozdziału 4. W rozdziale 5 przedstawiono wyniki badań teoretycznych wrażliwości obu metod na zmianę grubości próbki  $H$ , współczynnika przejmowania ciepła  $h$ , stopnia partycji gęstości strumienia ciepła  $q_0$  oraz amplitudy zaburzenia nadwyżki temperatury na tylnej powierzchni próbki w kształcie walca o promieniu  $R$  i wysokości  $H$ . Wyniki identyfikacji parametrów termofizycznych dla próbek wykonanych z PMMA oraz stali nierdzewnej zawarte zostały w rozdziale 6. Praca kończy się podsumowaniem i podaniem wykazu literatury.

## 2. Metoda chwilowego źródła ciepła i jej modyfikacja

### 2.1. Metoda impulsowa oraz klasyczna metoda chwilowego źródła ciepła

Modelowa odpowiedź termiczna układu w odległości  $H$  od powierzchniowego źródła ciepła realizującego wymuszenie cieplne typu delta Diraca w półnieskończonym jednorodnym i izotropowym ośrodku (rys. 1) ma postać (model wyidealizowany) [1]

$$\Delta T(H, t) = T(H, t) - T_0 = \frac{q_0}{\rho c_p \sqrt{\pi a t}} \exp\left(-\frac{H^2}{4at}\right), \quad (1)$$

gdzie  $q_0$  [J/m<sup>2</sup>] oznacza gęstość powierzchniową energii źródła ciepła.

Wyrażenie (1) dla czasu  $t = t_m$  osiąga swą wartość maksymalną  $\Delta T_m$ , z której wynikają następujące wzory na współczynniki termofizyczne  $a$ ,  $\lambda$  i  $c_p$  [1]:

$$a = \frac{H^2}{2t_m}, \quad (2a)$$

$$\lambda = \frac{q_0 H}{2t_m \Delta T_m \sqrt{2\pi \exp(1)}}, \quad (2b)$$

$$c_p = \frac{q_0}{\rho H \Delta T_m \sqrt{2\pi \exp(1)}}. \quad (2c)$$

Uwzględnienie skończonego czasu trwania wymuszenia cieplnego  $t_g$  w modelu wyidealizowanym prowadzi do klasycznego modelu chwilowego źródła ciepła. Modelowa nadwyżka temperatury jest równa [1]

$$\Delta T(H, t) = \frac{2q_0}{\rho c_p \sqrt{a}} \left[ \sqrt{t} \operatorname{erfc} \left( \frac{H}{2\sqrt{at}} \right) - \sqrt{(t-t_g)} \operatorname{erfc} \left( \frac{H}{2\sqrt{a(t-t_g)}} \right) \right], \quad (3a)$$

gdzie

$$i\Phi^*(x) = -\operatorname{erfc}(x) = \frac{\exp(-x^2)}{\sqrt{\pi}} - x(1 - \operatorname{erf}(x)). \quad (3b)$$

Wzory obliczeniowe na współczynniki termofizyczne mają w tym przypadku postać analogiczną do (2a) i (2c), z tym że należy je pomnożyć przez odpowiednie współczynniki poprawkowe. Przykładowo wzór (2a) przybiera postać

$$a = \frac{H^2}{2t_m} \cdot f_a, \quad (4a)$$

gdzie współczynnik poprawkowy  $f_a$  jest równy [1]

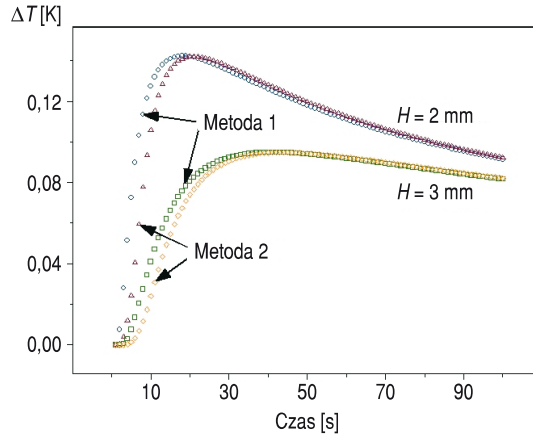
$$f_a = (t_{mg} - 1) \ln \left( \frac{t_{mg}}{t_{mg} - 1} \right), \quad t_{mg} = \frac{t_m}{t_g}. \quad (4b)$$

Znając poprawioną dyfuzyjność cieplną  $a$  oraz ciepło właściwe  $c_p$ , przewodność cieplna  $\lambda$  obliczana jest ze znanej zależności wiążącej ze sobą współczynniki termofizyczne [5]

$$\lambda = \rho \cdot a \cdot c_p. \quad (5)$$

Porównanie modelowej nadwyżki temperatury odniesionej do PMMA, traktowanego jako materiał referencyjny o współczynnikach ( $\lambda = 0,190$  W/m/K,  $c_p = 1460$  J/kg/K,  $\rho = 1182$  kg/m<sup>3</sup>,  $a = 1,1 \cdot 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s), przy  $H = 2$  mm lub  $H = 3$  mm,  $q_0 = 1015$  J/m<sup>2</sup> dla modelu wyidealizowanego (1) oraz przy  $H = 2$  mm lub  $H = 3$  mm,  $t_g = 5$  s,  $q_0 = 1015/5$  J/m<sup>2</sup> dla klasycznego modelu chwilowego źródła ciepła (3), przedstawia rysunek 1. Wynika z niego, że położenie punktu pomiarowego, a w konsekwencji dobór grubości próbki  $H$  jest istotny dla poprawnego odczytu czasu  $t_m$  oraz maksymalnej nadwyżki temperatury  $\Delta T_m$ . Począwszy od czasu  $t = 20$  s dla  $H = 2$  mm lub  $t = 35$  s dla  $H = 3$  mm można przyjąć, że uzyskane rozwiązania różnią się między sobą nieznacznie.

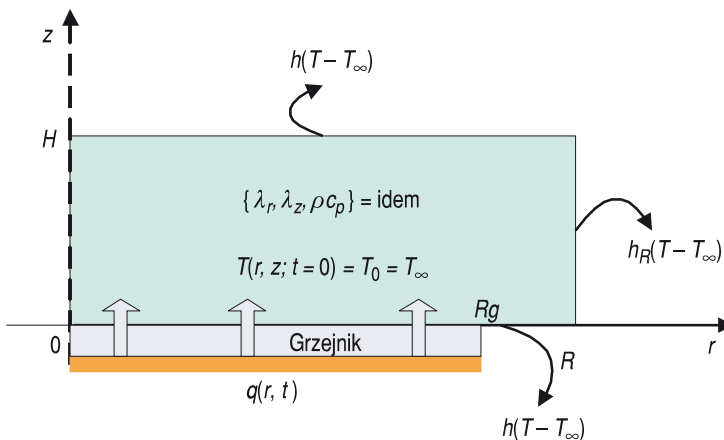
Należy mieć jednak na uwadze fakt, że rozpatrywany był przypadek nieustalonego przewodzenia ciepła w półnieskończonej, jednorodnej i izotropowej próbce poddanej działaniu krótkotrwałego wymuszenia cieplnego. Taka sytuacja jest jednak mało realna, gdyż zarówno próbka do badań jak i grzejnik mają w rzeczywistości skończone wymiary geometryczne wyznaczające brzeg obszaru, na którym należy uwzględnić odpowiednie warunki wymiany ciepła w modelu teoretycznym.



Rys. 1. Modelowa nadwyżka temperatury w zależności od odległości  $H$  od powierzchni występowania źródła ciepła — porównanie rozwiązań danych wzorem (1) oraz (3)

## 2.2. Zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła

W metodzie tej zakłada się, że jednorodna próbka wykonana z materiału o kierunkowej przewodności cieplnej  $\lambda_r$  i  $\lambda_z$  ma kształt walca o promieniu  $R$  i wysokości  $H$  (rys. 2). W chwili początkowej znajduje się ona w równowadze termodynamicznej z otoczeniem o stałej temperaturze  $T_\infty$ . Powierzchnie próbki wymieniają ciepło z otoczeniem na drodze konwekcji swobodnej ze współczynnikami przejmowania ciepła  $h_R$  dla  $r = R$  oraz  $h$  dla  $z = 0$  i  $z = H$ . Zakłada się, że źródłem ciepła działającym na powierzchni  $z = 0$  w czasie  $0 < t \leq t_g$  jest grzejnik cienkowarstwowy o promieniu  $R_g < R$  i pomijalnej grubości, w stosunku do grubości próbki, którego gęstość energii wynosi  $q_0$ .



Rys. 2. Schemat modelu wymiany ciepła dla zmodyfikowanej metody chwilowego źródła ciepła

Rozwiązanie problemu początkowo-brzegowego w punkcie  $P(r = 0, z = H)$  w postaci nadwyżki temperatury dane jest wzorem [6]

$$\Delta T(r, z; t) = \begin{cases} \frac{4q_0}{\rho c_p H} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} A_k(r/R) B_l(z/H) \left( \frac{1 - \exp(-\gamma_{k,l} t)}{\gamma_{k,l}} \right), & \text{dla } t \leq t_g \\ \frac{4q_0}{\rho c_p H} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} A_k(r/R) B_l(z/H) \left( \frac{\exp(-\gamma_{k,l}(t-t_g)) - \exp(-\gamma_{k,l} t)}{\gamma_{k,l}} \right), & \text{dla } t_g \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (6a)$$

w którym  $t_f$  oznacza całkowity czas pomiaru, a współczynniki rozwinięcia  $A_k, B_l$  są równe

$$A_k(r/R) = \frac{\omega_k \frac{R_g}{R} J_1\left(\omega_k \frac{R_g}{R}\right) J_0\left(\omega_k \frac{r}{R}\right)}{J_0^2(\omega_k) (\omega_k^2 + \text{Bi}_R^2)}, \quad (6b)$$

$$B_l(z/H) = b_l \left[ \cos\left(\varepsilon_l \frac{z}{H}\right) + \frac{\text{Bi}}{\varepsilon_l} \sin\left(\varepsilon_l \frac{z}{H}\right) \right], \quad (6c)$$

gdzie

$$b_l = \frac{\varepsilon_l^2}{\varepsilon_l^2 + \text{Bi}^2 + 2\text{Bi}}, \quad (6d)$$

$$\gamma_{k,l} = \left( \frac{\omega_k^2}{R^2} a_r + \frac{\varepsilon_l^2}{H^2} a_z \right). \quad (6e)$$

$\text{Bi}_R$  oraz  $\text{Bi}$  oznaczają liczby Biota zdefiniowane jako

$$\text{Bi}_R = \frac{h_R \cdot R}{\lambda_r}, \quad \text{Bi} = \frac{h \cdot H}{\lambda_z}, \quad (6f)$$

$$a_r = \frac{\lambda_r}{\rho c_p}, \quad a_z = \frac{\lambda_z}{\rho c_p}, \quad (6g)$$

natomiast  $\omega_k$  i  $\varepsilon_l$  są pierwiastkami następujących równań charakterystycznych:

$$\omega_k : \omega J_1(\omega) - \text{Bi}_R J_0(\omega) = 0, \quad (6h)$$

$$\varepsilon_l : (\varepsilon^2 - \text{Bi}^2) \sin(\varepsilon) - 2\varepsilon \text{Bi} \cos(\varepsilon) = 0. \quad (6i)$$

W zmodyfikowanej metodzie chwilowego źródła ciepła również wykorzystuje się jeden punkt pomiarowy odpowiadający położeniu maksimum nadwyżki temperatury. Ponieważ pomiaru nadwyżki temperatury dokonuje się najczęściej za pomocą termoelementu, którego gorąca spoina pomiarowa znajduje się na tylnej powierzchni próbki w jej warstwie przypowierzchniowej, to czas  $t = t_m$  odpowiadający  $\Delta T_m$  jest większy od czasu  $t = t_g$  odpowiadającemu chwili wyłączenia grzejnika, zatem do rozważań brane jest pod uwagę jedynie rozwiązanie dla czasu  $t \geq t_g$ , czyli

$$\Delta T(r, z, t) = \frac{4q_0}{\rho c_p H} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} A_k(r/R) B_l(z/H) \left( \frac{\exp(-\gamma_{k,l}(t-t_g)) - \exp(-\gamma_{k,l}t)}{\gamma_{k,l}} \right). \quad (7)$$

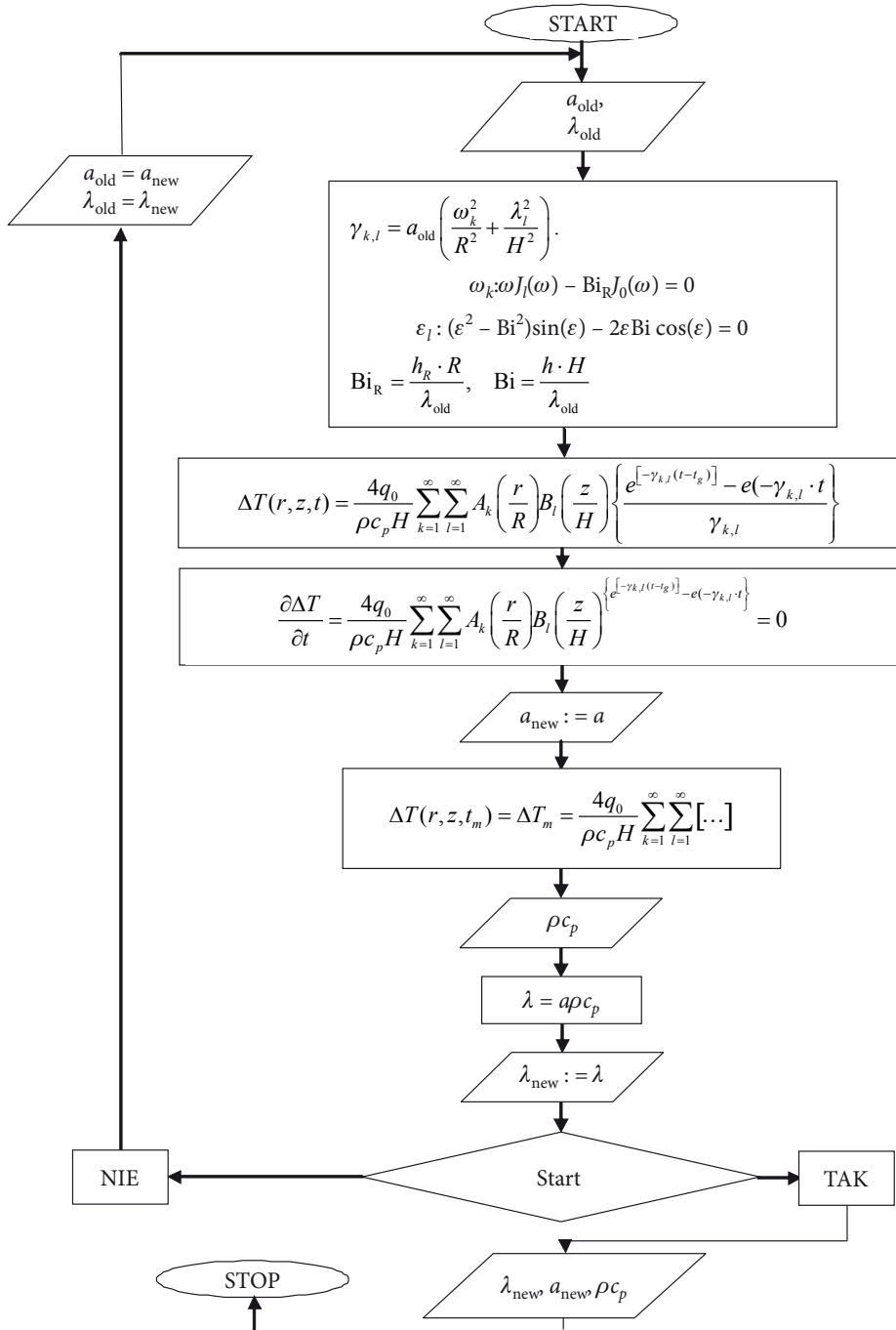
W punkcie położenia maksimum nadwyżki temperatury pochodna po czasie wyrażenia (7) jest równa zeru

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Delta T(r, z, t)}{\partial t} \right|_{t=t_m} &= \\ &= \frac{4q_0}{\rho c_p H} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} A_k(r/R) B_l(z/H) \left( \exp(-\gamma_{k,l}t) - \exp(-\gamma_{k,l}(t-t_g)) \right) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

z którego to warunku otrzymujemy równanie na współczynniki  $\gamma_{k,l}$  zawierające poszukiwane dyfuzyjności cieplne  $a_r$  oraz  $a_z$ . Warto w tym miejscu podkreślić fakt, że współczynniki  $\{\gamma_{k,l}\}$  określone zależnością (6e) zależą od pierwiastków równań charakterystycznych  $\{\omega_k\}$  i  $\{\varepsilon_l\}$  — (6h, 6i) będących funkcjami liczb Biota  $Bi_R$  i  $Bi_z$ , a te z kolei zawierają nieznanne przewodności cieplne  $\lambda_r$  i  $\lambda_z$ . Wyznaczenie więc współczynników termofizycznych  $\{a_r, a_z, \lambda_r, \lambda_z, c_p\}$  w zmodyfikowanej metodzie chwilowego źródła ciepła jest możliwe na drodze iteracyjnej, przy czym ze względu na dominujący udział przewodzenia ciepła w kierunku osi  $z$  należy założyć izotropię przewodności cieplnej  $\lambda_r = \lambda_z = \lambda$  (co implikuje  $a_r = a_z = a$ ) w stosunku do dwóch próbek tego samego materiału wyciętych wzdłuż jego głównych kierunków. Algorytm wyznaczania parametrów termofizycznych badanego materiału za pomocą zmodyfikowanej metody chwilowego źródła ciepła przedstawiono na rysunku 3.

Proces iteracyjny zostaje zakończony, a otrzymane wartości liczbowe parametrów termofizycznych uznaje się za wyznaczone, po spełnieniu warunku:

$$\frac{|\lambda_{new} - \lambda_{old}|}{\lambda_{new}} < 0,0001. \quad (9)$$



Rys. 3. Algorytm zmodyfikowanej metody chwilowego źródła ciepła



### 3. Współczynnikowa metoda odwrotna

W celu porównania wyników estymacji parametrycznej wybranych parametrów termofizycznych za pomocą zmodyfikowanej metody chwilowego źródła ciepła opartej na jednym punkcie pomiarowym oraz przy wykorzystaniu współczynnikowej metody odwrotnej wykorzystującej całą dostępną informację zawartą w odpowiedzi termicznej układu zdecydowano się wykorzystać ten sam model wymiany ciepła, którego rozwiązanie analityczne dane jest wzorem (6).

W zagadnieniu odwrotnym poszukiwane parametry termofizyczne badanego materiału są wyznaczane z procesu uzgadniania rzeczywistej odpowiedzi termicznej układu  $\mathbf{Y}(P^i, t_n)$  na zadane wymuszenie cieplne, z odpowiedzią modelową  $\mathbf{T}(P^i, t_n)$  uzyskaną z rozwiązania określonego zagadnienia bezpośredniego, w przyjętych punktach pomiarowych  $P_i$  dla chwil  $t_n$ . Proces uzgadniania tych odpowiedzi sprowadza się do minimalizacji funkcjonau średniokwadratowego  $J$ , który w swej najprostszej postaci jest sumą kwadratów różnic pomiędzy zmierzoną a modelową nadwyżką temperatury w badanym punkcie próbki [6]:

$$J(\mathbf{u}^T) = \sum_{i=1}^{LPP} \sum_{n=1}^{Nt} [T(P^i, t_n, \mathbf{u}^T) - Y_i(t_n)]^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{e} \rightarrow \min, \quad (10)$$

gdzie  $\mathbf{u}$  jest wektorem poszukiwanych parametrów termofizycznych danego materiału,  $LPP$  — liczbą punktów pomiarowych,  $Nt$  — liczbą kroków czasowych.

Minimum funkcjonau jest poszukiwane w sposób iteracyjny z wykorzystaniem metody Levenberga-Marquardta [7]. Rozwiązanie dla iteracji  $(s + 1)$  ma postać:

$$\mathbf{u}^{(s+1)} = \mathbf{u}^{(s)} + \mathbf{P}_{L-M}^{(s)} \{ \mathbf{X}^T(\mathbf{u}^{(s)}) [\mathbf{Y} - \mathbf{T}(\mathbf{u}^{(s)})] \}, \quad (11a)$$

gdzie  $\mathbf{P}_{L-M}$  jest następującą macierzą

$$\mathbf{P}_{L-M}^{(s)} = [ \mathbf{X}^T(\mathbf{u}^{(s)}) \mathbf{X}(\mathbf{u}^{(s)}) + \mu_s \mathbf{I}^{(s)} ]^{-1}, \quad (11b)$$

a  $\mathbf{X}$  jest macierzą współczynników wrażliwości termicznej o postaci:

$$\mathbf{X}_i(\mathbf{u}) = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{T}_i^T]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_i(t_1)}{\partial u_1} & \frac{\partial T_i(t_1)}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial T_i(t_1)}{\partial u_{LEP}} \\ \frac{\partial T_i(t_2)}{\partial u_1} & \frac{\partial T_i(t_2)}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial T_i(t_2)}{\partial u_{LEP}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial T_i(t_{Nt})}{\partial u_1} & \frac{\partial T_i(t_{Nt})}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial T_i(t_{Nt})}{\partial u_{LEP}} \end{bmatrix}_{p=p^i} \quad (11c)$$

$\{i = 1, 2, \dots, LPP\}, \{j = 1, 2, \dots, LEP\}, \{n = 1, 2, \dots, Nt\},$

gdzie  $LEP$  — liczba estymowanych parametrów.

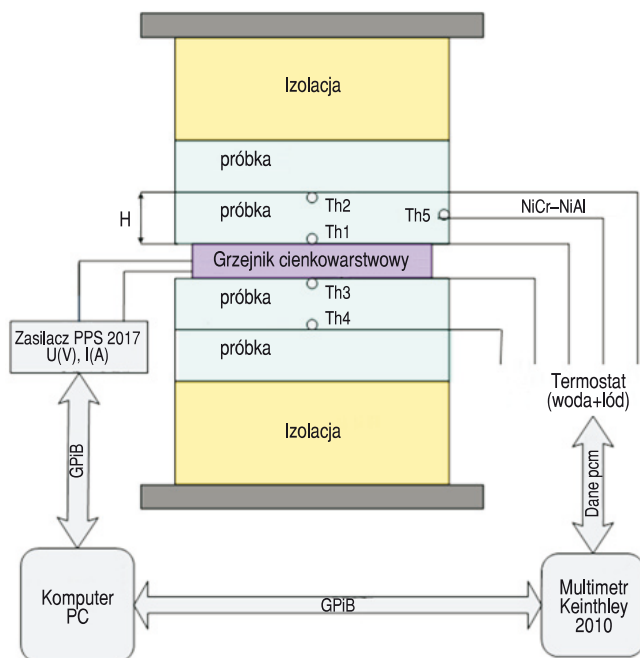
Elementy macierzy współczynników wrażliwości termicznej przy znanym rozwiązaniu analitycznym rozpatrywanego problemu początkowo-brzegowego (6) można również przedstawić w postaci analitycznej. Mają one następującą postać:

$$X_{(\rho c_p)} = \frac{\partial \Delta T(r, z, t)}{\partial (\rho c_p)} = - \frac{\Delta T(r, z, t)}{\rho c_p}, \quad (12)$$

$$X_a = \frac{\partial \Delta T(r, z, t)}{\partial a} = \begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} A_k B_l \left( \frac{\omega_k^2}{R^2} + \frac{\varepsilon_l^2}{H^2} \right) \frac{1}{\gamma_{k,l}^2} \left[ e^{-\gamma_{k,l} t} (t \gamma_{k,l} + 1) - 1 \right], & t \leq t_g \\ \frac{4q_0}{\rho c_p H} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} A_k B_l \left( \frac{\omega_k^2}{R^2} + \frac{\varepsilon_l^2}{H^2} \right) \frac{1}{\gamma_{k,l}^2} \left[ e^{-\gamma_{k,l} t} (t \gamma_{k,l} + 1) - e^{-\gamma_{k,l} (t-t_g)} ((t-t_g) \gamma_{k,l} + 1) \right], & t_g \leq t \leq t_f \end{cases}, \quad (13)$$

#### 4. Opis układu pomiarowego

Układ pomiarowy do badań właściwości termofizycznych ciał stałych w postaci schematycznej jest pokazany na rysunku 4. W centralnej części stosu pomiarowego umieszczono cienkowarstwowy grzejnik firmy MINCO o grubości  $H_g = 0,15$  mm i średnicy zewnętrznej wynoszącej  $\varphi = 38$  mm. Grzejnik jest zasilany prądem stałym  $I(t)$  o zadanym napięciu  $U(t)$  i czasie trwania  $t_g$  za pomocą stabilizowanego zasilacza AMREL PPS 2017 firmy MotechIndustries Inc. połączonego z komputerem interfejsem GPIB. Po obu stronach grzejnika umieszczono próbki badanego materiału, z których dwie sąsiadujące ze źródłem ciepła posiadały specjalne rowki wzdłuż



Rys. 4. Schemat układu pomiarowego

średnicy, wewnątrz których umieszczono termoelementy typu K (NiCr–NiAl) firmy OMEGA w osłonie teflonowej o średnicy zewnętrznej koszulki  $\varphi_k = 0,5$  mm.

Dodatkowo stos pomiarowy był obłożony z góry i z dołu warstwą izolacji termicznej ze styropianu w kropki oraz umieszczony w imadle pełniącym rolę docisku w celu zapewnienia lepszego kontaktu cieplnego pomiędzy powierzchnią próbki i grzejnika. Na czas eksperymentu całość była obłożona watą mającą ograniczyć wpływ konwekcji. Pomiar napięcia termoelektrycznego pochodzącego z termoelementów odbywał się automatycznie przy pomocy multimetru Keithley 2010 wyposażonego w 9-kanałową kartę termoparową Keithley 2001 TCSCAN sterowanego z komputera za pomocą karty GPIB. Wyniki pomiaru zapisywano na dysku twardym komputera pod zdefiniowaną przez użytkownika nazwą. Do sterowania całym układem pomiarowym i akwizycji sygnałów pomiarowych wykorzystano program utworzony w środowisku wirtualnych przyrządów pomiarowych LabWindows firmy National Instruments opracowany w roku 2000 w Zakładzie Aerodynamiki i Termodynamiki WAT.

Do identyfikacji właściwości termofizycznych zmodyfikowaną metodą chwilowego źródła ciepła oraz współczynnikową metodą odwrotną wykorzystano próbki wykonane z polimetakrylanu metylu, tzw. pleksiglasu (PMMA) o gęstości  $1181 \text{ kg/m}^3$  oraz ze stopowej stali nierdzewnej 1H18N9T o gęstości  $7902 \text{ kg/m}^3$ . Średnica wszystkich próbek była równa 40 mm, natomiast grubość wynosiła kolejno: 6 mm, 8 mm i 10 mm.

## 5. Wyniki badań

Przeprowadzone doświadczenia miały na celu wykazanie, która z omawianych powyżej metod pozwala uzyskać bardziej zbliżone do wartości referencyjnych badanych materiałów wyniki jednoczesnej estymacji parametrycznej. W tym celu wykonano szereg badań symulacyjnych i eksperymentalnych, w czasie których analizowano wpływ różnych czynników na uzyskiwane wartości parametrów termofizycznych. W tabelach oraz na rysunkach przedstawionych poniżej zawarto wyniki obliczeń uzyskane zarówno dla zmodyfikowanej metody chwilowego źródła ciepła jak i współczynnikowej metody odwrotnej.

### 5.1. Wpływ współczynnika przejmowania ciepła $h$ dla różnych grubości próbek

W tabeli 1 przedstawiono wyniki badań symulacyjnych wpływu zmiany współczynnika przejmowania ciepła  $h$  (w zakresie 3,5-4,5 W/m<sup>2</sup>/K) dla wybranych grubości próbek  $H$  na otrzymaną wartość ciepła właściwego  $c_p$  oraz przewodności cieplnej  $\lambda$  stali 1H18N9T. Na podstawie tych danych wygenerowano charakterystyki widoczne na rysunku 5. W procesie symulacyjnym przyjęto, że odpowiedź termiczna układu jest wynikiem rozwiązania zadania bezpośredniego, którego rozwiązanie ma postać (6). W zadaniu bezpośrednim przyjęto jako wartości dokładne:  $\lambda^* = 12,5$  W/m/K,  $c_p^* = 450$  J/kg/K,  $h_R = h = h^* = 4$  W/m<sup>2</sup>/K. W procesie identyfikacji  $\lambda$  oraz  $c_p$  obie metody zmianie podlegał współczynnik przejmowania ciepła  $h$ . Względna odchyłka procentowa podana w tabeli 1 rozumiana jest (np. dla  $c_p$ ) jako:

$$\% \Delta c_p / c_p = \frac{c_p - c_p^*}{c_p^*} \cdot 100\%.$$

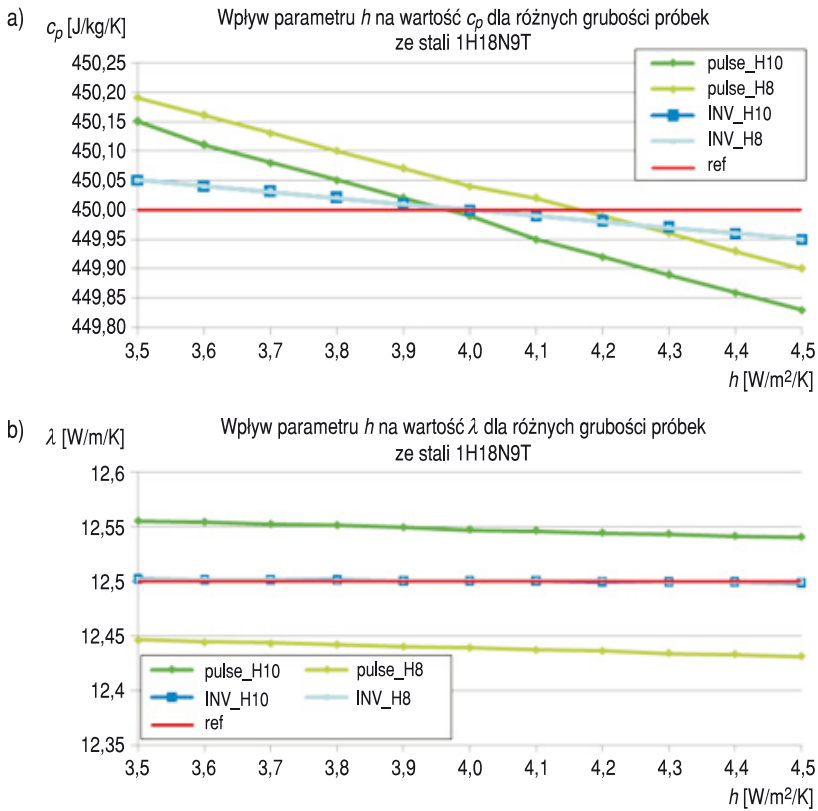
Na podstawie wyników zawartych w tabeli 1 oraz charakterystyk widocznych na rysunku 5 widać, że w analizowanym przypadku obie metody pozwalają uzyskać względne błędy procentowe ciepła właściwego i przewodności cieplnej poniżej 1%. Maksymalny względny błąd procentowy dla zmodyfikowanej metody chwilowego źródła ciepła wynosi odpowiednio  $(\Delta c_p / c_p)_{\max} = 0,37\%$ ,  $(\Delta \lambda / \lambda)_{\max} = 0,44\%$ , natomiast dla współczynnikowej metody odwrotnej mamy  $(\Delta c_p / c_p)_{\max} = 0,11\%$ ,  $(\Delta \lambda / \lambda)_{\max} = 0,16\%$ .

Uzyskane wyniki identyfikacji parametrów termofizycznych na drodze symulacji komputerowej świadczą, że obie metody są mało wrażliwe na  $\pm 12,5\%$  zmianę współczynnika przejmowania ciepła  $h$  w stosunku do jego wartości przyjętej za dokładną przy rozpatrywaniu próbki o grubości  $H = 8$  mm jak i  $H = 10$  mm.

TABELA 1

Wpływ zmiany współczynnika  $h$  na wartość  $c_p$  i  $\lambda$  dla próbek o różnych grubościach (wartości przyjęte za dokładne:  $\lambda^* = 12,5$  W/m/K,  $c_p^* = 450$  J/kg/K,  $h^* = 4$  W/m<sup>2</sup>/K)

		Zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła				Współczynnikowa metoda odwrotna			
$h$		$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$
H = 10 mm	3,5	450,15	0,033	12,555	0,440	450,05	0,011	12,502	0,016
	3,6	450,11	0,024	12,554	0,432	450,04	0,008	12,501	0,008
	3,7	450,08	0,017	12,552	0,416	450,03	0,006	12,501	0,008
	3,8	450,05	0,011	12,551	0,408	450,02	0,004	12,501	0,008
	3,9	450,02	0,004	12,549	0,392	450,01	0,002	12,500	0,000
	4	449,99	-0,002	12,547	0,376	450,00	0,00	12,500	0,000
	4,1	449,95	-0,011	12,546	0,368	449,99	-0,002	12,500	0,00
	4,2	449,92	-0,017	12,544	0,368	449,98	-0,004	12,499	-0,008
	4,3	449,89	-0,024	12,543	0,344	449,97	-0,006	12,499	-0,008
	4,4	449,86	-0,031	12,541	0,328	449,96	-0,008	12,499	-0,008
4,5	449,83	-0,037	12,540	0,320	449,95	-0,011	12,498	-0,016	
H = 8 mm	$h$	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$
	3,5	450,19	0,042	12,446	-0,432	450,05	0,011	12,501	0,008
	3,6	450,16	0,035	12,444	-0,448	450,04	0,008	12,501	0,008
	3,7	450,13	0,03	12,443	-0,456	450,03	0,006	12,501	0,008
	3,8	450,10	0,02	12,442	-0,464	450,02	0,004	12,500	0,000
	3,9	450,07	0,02	12,440	-0,480	450,01	0,002	12,500	0,000
	4	450,04	0,01	12,439	-0,488	450,00	0,000	12,500	0,000
	4,1	450,02	0,00	12,437	-0,504	449,99	-0,002	12,500	0,000
	4,2	449,99	0,00	12,436	-0,512	449,98	-0,004	12,500	0,000
	4,3	449,96	0,01	12,434	-0,528	449,97	-0,006	12,499	-0,008
4,4	449,93	0,02	12,433	-0,536	449,96	-0,008	12,499	-0,008	
4,5	449,90	0,02	12,431	-0,552	449,95	-0,011	12,499	-0,008	



Rys. 5. Wpływ współczynnika przejmowania ciepła  $h$  na wartość: a) ciepła właściwego  $c_p$ ; b) przewodności cieplnej  $\lambda$  dla próbki 1H18N9T o grubości  $H = 8$  mm i  $H = 10$  mm (pulse — zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła; INV — współczynnikowa metoda odwrotna; ref — wartość referencyjna)

## 5.2. Wpływ podziału gęstości strumienia ciepła $q_0$ dla różnych grubości próbek

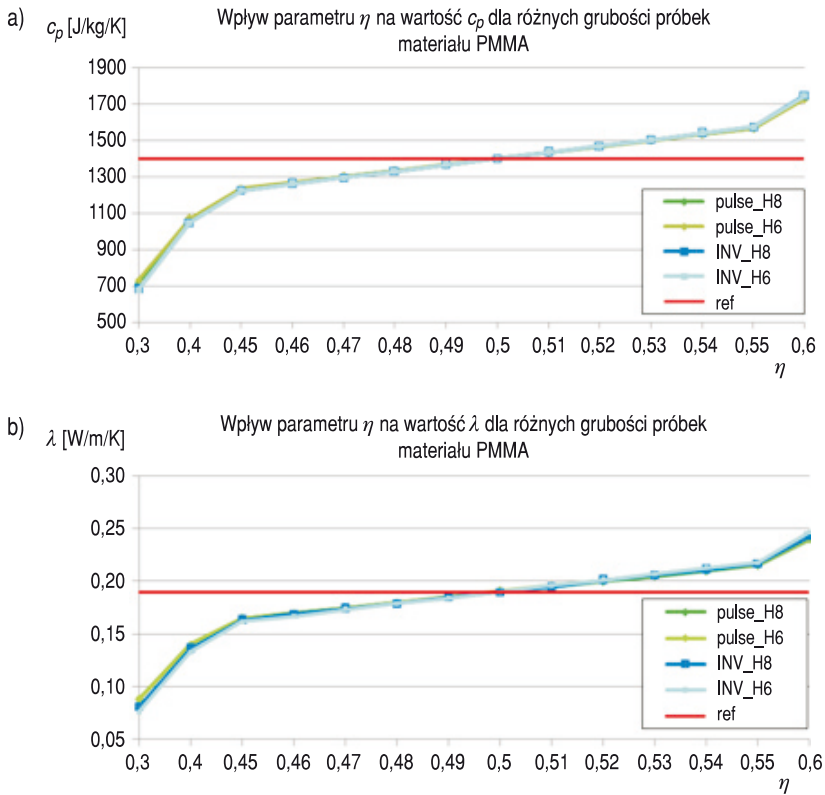
W układzie pomiarowym przedstawionym schematycznie na rysunku 4 partycja ciepła generowanego przez grzejnik cienkowarstwowy wynosi  $\eta = 0,5$ , co wynika z symetrii układu. W realnym eksperymencie występują jednak trudne do oszacowania ciepłe opory kontaktowe pomiędzy grzejnikiem a próbką oraz innymi elementami stosu pomiarowego, które powodują, że wyniki estymacji parametrycznej są dość odległe od swych wartości dokładnych bądź też stają się one niefizyczne, w przypadku gdy otrzymuje się ich ujemne wartości liczbowe. Zaradzić temu można, dobierając odpowiedni współczynnik partycji ciepła  $\eta$  mając do dyspozycji próbkę referencyjną o znanych właściwościach termofizycznych. Pozwala to później na identyfikację parametrów termofizycznych w stosunku do nieznanymi próbek.

TABELA 2

Wpływ zmiany partycji  $\eta$  gęstości strumienia ciepła  $q_0$  na wartość  $c_p$  i  $\lambda$  dla próbek o różnych grubościach (wartości przyjęte za dokładne:  $\lambda^* = 0,190$  W/m/K,  $c_p^* = 1400$  J/kg/K,  $\eta^* = 0,5$ )

		Zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła				Współczynnikowa metoda odwrotna			
	$\eta$	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$
H = 8 mm	0,3	715,96	-48,86	0,088	-53,68	679,65	-51,45	0,081	-57,44
	0,4	1063,29	-24,05	0,140	-26,54	1047,48	-25,18	0,136	-28,38
	0,45	1232,38	-11,97	0,165	-13,22	1224,70	-12,52	0,163	-14,15
	0,46	1266,01	-9,57	0,170	-10,57	1259,88	-10,01	0,169	-11,31
	0,47	1299,59	-7,17	0,175	-7,92	1295,00	-7,50	0,174	-8,48
	0,48	1333,11	-4,78	0,180	-5,26	1330,05	-5,00	0,179	-5,65
	0,49	1366,61	-2,39	0,185	-2,62	1365,05	-2,50	0,185	-2,83
	0,5	1400,05	0,00	0,190	0,00	1400,00	0,00	0,190	0,00
	0,51	1433,48	2,39	0,195	2,67	1434,90	2,49	0,195	2,82
	0,52	1466,86	4,78	0,200	5,32	1469,76	4,98	0,201	5,64
	0,53	1500,21	7,16	0,205	7,96	1504,57	7,47	0,206	8,46
	0,54	1533,54	9,54	0,210	10,61	1539,35	9,95	0,211	11,28
	0,55	1566,83	11,92	0,215	13,24	1574,10	12,44	0,217	14,09
0,6	1732,97	23,78	0,240	26,43	1747,39	24,81	0,243	28,15	
H = 6 mm	$\eta$	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$
	0,3	729,55	-47,89	0,088	-53,56	678,88	-51,51	0,076	-60,22
	0,4	1069,81	-23,59	0,140	-26,43	1047,78	-25,16	0,133	-29,99
	0,45	1235,84	-11,73	0,165	-13,03	1224,95	-12,50	0,162	-14,98
	0,46	1268,87	-9,37	0,170	-10,36	1260,09	-9,99	0,167	-11,98
	0,47	1301,85	-7,01	0,175	-7,68	1295,16	-7,49	0,173	-8,98
	0,48	1334,80	-4,66	0,180	-5,02	1330,17	-4,99	0,179	-5,99
	0,49	1367,70	-2,31	0,186	-2,34	1365,11	-2,49	0,184	-2,99
	0,5	1400,57	0,04	0,191	0,33	1400,00	0,00	0,190	0,00
	0,51	1433,41	2,39	0,196	2,99	1434,84	2,49	0,196	2,99
	0,52	1466,22	4,73	0,201	5,66	1469,63	4,97	0,201	5,98
	0,53	1498,99	7,07	0,206	8,32	1504,37	7,46	0,207	8,98
	0,54	1531,74	9,41	0,211	10,99	1539,08	9,93	0,213	11,97
0,55	1564,47	11,75	0,216	13,65	1573,75	12,41	0,218	14,96	
0,6	1727,77	23,41	0,241	26,96	1746,66	24,76	0,247	29,91	

Tabela 2 zawiera wyniki estymacji parametrycznej ciepła właściwego  $c_p$  i przewodności cieplnej  $\lambda$  otrzymane w czasie badań symulacyjnych wpływu zmiany partycji  $\eta$  gęstości strumienia ciepła  $q_0$  dla próbek o grubościach 6 mm i 8 mm wykonanych z PMMA. Parametr  $\eta$  był zmieniany w zakresie od 0,3 do 0,6 co 0,1 z zagęszczeniem do 0,01 w przedziale od 0,45 do 0,55. Na podstawie wyników przedstawionych w tabeli 2 wygenerowano charakterystyki przedstawione na rysunku 6.



Rys. 6. Wpływ zmiany partycji  $\eta$  gęstości strumienia ciepła  $q_0$  na wartość: a) ciepła właściwego  $c_p$ ; a) przewodności cieplnej  $\lambda$  dla próbki PMMA o grubości  $H = 6$  mm i  $H = 8$  mm (pulse — zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła; INV — współczynnikiowa metoda odwrotna; ref — wartość referencyjna)

Na rysunku 6 widać porównywalny wpływ współczynnika  $\eta$  podziału gęstości strumienia ciepła  $q_0$  na parametry termofizyczne otrzymywane za pomocą obu metod. Zauważyć można również, iż zarówno w zmodyfikowanej metodzie chwilowego źródła ciepła jak i we współczynnikiowej metodzie odwrotnej wyniki estymacji parametrycznej  $c_p$  i  $\lambda$  znacząco odbiegają od wartości referencyjnych, gdy:  $\eta < 0,45$  lub  $\eta > 0,55$ . Należy mieć na uwadze, że przyczyną



tak dużej zbieżności obu technik było bazowanie na bardzo dokładnie określonym położeniu maksimum nadwyżki temperatury na tylnej powierzchni próbki w zmodyfikowanej metodzie chwilowego źródła ciepła (dokładność odczytu temperatury  $T_m$  na poziomie 0,000001 K oraz czasu  $t_m$  na poziomie 0,1 s), co w warunkach rzeczywistych jest niemożliwe do zrealizowania.

### 5.3. Wpływ amplitudy zaburzenia nadwyżki temperatury

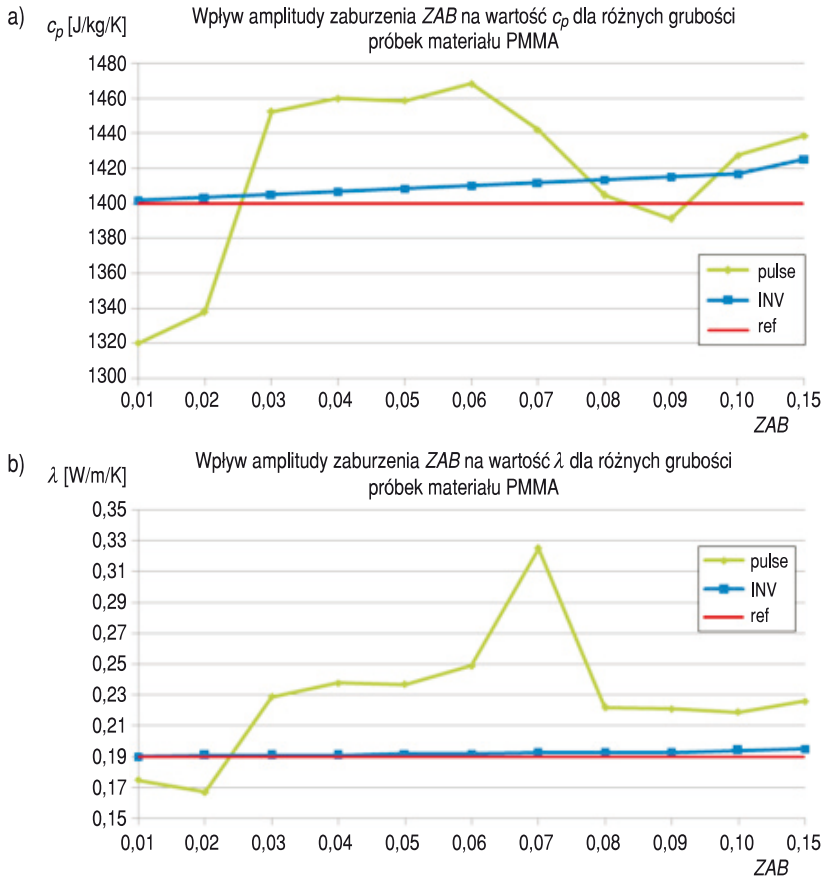
Kolejnym krokiem badań symulacyjnych było przeanalizowanie zależności wyznaczanych parametrów termofizycznych od wielkości zaburzenia nadwyżki temperatury na tylnej powierzchni próbki. Miało to na celu zbadanie wpływu szumów na dokładność „odczytania” sygnału pomiarowego. W tabeli 3 przedstawiono rezultaty obliczeń, na podstawie których sporządzono charakterystyki widoczne na rysunku 7. Badania symulacyjne wykonano dla 10 mm próbki z PMMA.

TABELA 3

Wpływ zmiany amplitudy zaburzenia nadwyżki temperatury ZAB na tylnej powierzchni próbki na wartość  $c_p$  i  $\lambda$  dla 10 mm próbki z PMMA

		Zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła				Współczynnikowa metoda odwrotna			
ZAB		$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$
H = 10 mm	0,01	1320,14	5,70	0,175	8,00	1401,67	0,12	0,190	0,19
	0,02	1337,89	4,44	0,167	12,00	1403,34	0,24	0,191	0,37
	0,03	1452,43	3,75	0,229	20,63	1405,02	0,36	0,191	0,56
	0,04	1459,80	4,27	0,238	25,32	1406,69	0,48	0,191	0,75
	0,05	1458,58	4,18	0,237	24,53	1408,37	0,60	0,192	0,94
	0,06	1468,33	4,88	0,249	31,16	1410,04	0,72	0,192	1,13
	0,07	1442,00	3,00	0,325	70,84	1411,72	0,84	0,193	1,32
	0,08	1404,67	0,33	0,222	16,95	1413,40	0,96	0,193	1,51
	0,09	1391,23	0,63	0,221	16,21	1415,08	1,08	0,193	1,69
	0,1	1427,43	1,96	0,219	15,47	1416,77	1,20	0,194	1,88
	0,15	1438,67	2,76	0,226	18,74	1425,21	1,80	0,195	2,82

Na podstawie charakterystyk przedstawionych na rysunku 7 oraz wyników zawartych w tabeli 3 można stwierdzić, że zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła jest bardzo wrażliwa nawet na niewielkie zaburzenia nadwyżki temperatury na tylnej powierzchni badanej próbki. Zarówno w przypadku przewodności cieplnej jak i ciepła właściwego otrzymane wartości charakteryzują się dużo większym odstępstwem od wartości referencyjnych niż ma to miejsce w przypadku współczynnikowej



Rys. 7. Wpływ amplitudy zaburzenia ZAB nadwyżki temperatury na tylnej powierzchni próbek na wartość: a) ciepła właściwego  $c_p$ ; b) przewodności cieplnej  $\lambda$  próbki PMMA o grubości  $H = 10$  mm (pulse — zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła; INV — współczynnika metoda odwrotna; ref — wartość referencyjna)

metody odwrotnej. Jest to szczególnie widoczne w przypadku parametru  $\lambda$ , przy wyznaczaniu którego maksymalna odchyłka procentowa dla współczynnika metody odwrotnej wyniosła  $(\Delta\lambda/\lambda)_{\max} = 2,82\%$ , podczas gdy ten sam błąd dla drugiej z badanych technik równał się  $(\Delta\lambda/\lambda)_{\max} = 70,84\%$ . Przyczyną niezadowalających rezultatów, uzyskanych za pomocą zmodyfikowanej metody chwilowego źródła ciepła, był brak możliwości dokładnego określenia położenia maksimum nadwyżki temperatury na tylnej powierzchni nawet przy niewielkich zaburzeniach tego sygnału.

#### 5.4. Wyznaczenie wartości $c_p$ i $\lambda$ w oparciu o rzeczywiste sygnały pomiarowe

Wyniki badań eksperymentalnych przewodności cieplnej, dyfuzyjności cieplnej i ciepła właściwego dla PMMA oraz stali stopowej 1H18N9T metodą chwilowego źródła ciepła zostały przedstawione przez Zmywaczyka, Koniorczyka i Gaja w [8]. Wykazały one duży wpływ grubości próbki na obliczane ze wzorów (2) wartości liczbowe parametrów termofizycznych. W istocie nie jest to efekt grubości opisany w literaturze pod angielską nazwą *thickness effect curve*, który ma swe podłoże w sprzężonej kondukcyjno-radiacyjnej wymianie ciepła zachodzącej w niektórych materiałach typu pianki, lecz wynika on z istnienia kontaktowych oporów ciepła i odstępstwa od modelu teoretycznego, w którym próbkę traktuje się jako ciało półnieskończone. W pracy [9] zostały przedstawione wyniki estymacji parametrycznej dla szkła piankowego *black foamglass*, a w pracy [10] dla stali stopowej 1H18N9T przy wykorzystaniu współczynnikowej metody odwrotnej, w której grzejnik oraz badana próbka były traktowane jako oddzielne ciała, a dodatkowo grzejnik stanowił objętościowe źródło ciepła dla próbki.

W tej pracy zmodyfikowaną metodę chwilowego źródła ciepła oraz współczynnikową metodę odwrotną poddano również weryfikacji eksperymentalnej w oparciu o sygnały pochodzące z pomiarów wykonanych na rzeczywistych próbkach z PMMA oraz stali nierdzewnej 1H18N9T. Uzyskane wyniki estymacji ciepła właściwego i przewodności cieplnej dla PMMA zostały porównane z wynikami podanymi przez Assala i innych [11], którzy wykorzystali metodę dynamiczną gorącego drutu do badań właściwości termofizycznych PMMA oraz szkła boro-krzemowego BK7. W przypadku PMMA, dla temperatury pokojowej, Assala i inni otrzymali następujące wartości: przewodność cieplna  $\lambda = 0,1899$  W/m/K, ciepło właściwe  $c_p = 1397,5$  J/kg/K. Rezultaty obliczeń własnych zawarto w tabeli 4.

TABELA 4

Wyniki estymacji parametrycznej  $c_p$  i  $\lambda$  dla PMMA i stali 1H18N9T w oparciu o rzeczywiste sygnały pomiarowe

	Zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła				Współczynnikowa metoda odwrotna			
	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$	$c_p$ [J/kg/K]	$\% \Delta c_p / c_p$	$\lambda$ [W/m/K]	$\% \Delta \lambda / \lambda$
PMMA								
$H = 8$ mm	1368,42	2,3	0,1818	4,5	1382,84	1,2	0,1804	5,3
$H = 10$ mm	1349,3	3,8	0,1157	64,2	1402,69	0,2	0,1983	4,2
1H18N9T								
$H = 10$ mm	873,17	94,0	28,2928	126,3	434,55	-3,4	11,7018	-6,4
$H = 20$ mm	77,52	-82,8	4,9377	-60,5	437,16	-2,9	13,3238	6,6

Przedstawione w tabeli 4 rezultaty estymacji parametrycznej potwierdzają przeprowadzone analizy numeryczne. Widać wyraźnie, iż niezależnie od materiału i grubości próbki, współczynnikowa metoda odwrotna gwarantuje otrzymanie wartości  $c_p$  i  $\lambda$  bliższych wartościom referencyjnym. W przypadku próbek wykonanych z PMMA uzyskane z obu ciepło właściwe jest porównywalne. Natomiast maksymalna odchyłka procentowa  $(\Delta\lambda/\lambda)_{\max}$  10 mm próbki PMMA w zmodyfikowanej metodzie chwilowego źródła ciepła wyniosła 64,2%, podczas gdy w drugiej metodzie wyniosła 4,2%. Z kolei w przypadku próbek wykonanych ze stali 1H18N9T otrzymane przy pomocy zmodyfikowanej metody chwilowego źródła ciepła wartości  $c_p$  i  $\lambda$  znacznie odbiegają od przyjętych za dokładne wartości ( $\lambda = 12,5$  W/m/K,  $c_p = 450$  J/kg/K). Jest to spowodowane trudnościami z określeniem położenia maksimum nadwyżki temperatury na tylnej powierzchni badanej próbki, ze względu na powolny spadek temperatury w materiałach dobrze przewodzących ciepło. Maksymalna odchyłka procentowa  $(\Delta c_p/c_p)_{\max}$  10 mm próbki 1H18N9T w zmodyfikowanej metodzie chwilowego źródła ciepła wyniosła 94%, a  $(\Delta\lambda/\lambda)_{\max} = 126,3\%$ , podczas gdy w drugiej metodzie  $|(\Delta c_p/c_p)_{\max}| = 3,4\%$ , a  $|(\Delta\lambda/\lambda)_{\max}| = 6,4\%$ .

## 6. Podsumowanie i wnioski

W pracy zaproponowano modyfikację metody chwilowego źródła ciepła wraz z algorytmem umożliwiającym wyznaczenie dyfuzyjności cieplnej  $a$  przewodności cieplnej  $\lambda$  oraz ciepła właściwego  $c_p$  w sposób iteracyjny, jak również współczynnikową metodę odwrotną opartą na tym samym rozwiązaniu analitycznym zagadnienia bezpośredniego. Rezultaty modelowania komputerowego przedstawione w rozdziale 5 niniejszej pracy pokazują porównywalną odporność na zaburzenia współczynnika przejmowania ciepła  $h$  i współczynnika partycji gęstości strumienia ciepła  $\eta$  obu metod, natomiast w przypadku amplitudy zaburzenia sygnału pomiarowego  $ZAB$  współczynnikowa metoda odwrotna wykazała znacznie większą odporność niż zmodyfikowana metoda chwilowego źródła ciepła. Fakt ten, w sposób ewidentny, jest widoczny na rysunku 7, gdzie nawet niewielkie zaburzenie o amplitudzie  $ZAB = 0,01$  K uniemożliwiło dokładne określenie wartości ciepła właściwego i przewodności cieplnej. Potwierdzeniem tych obliczeń numerycznych są rezultaty przedstawione w tabeli 4, gdzie wyznaczono wartości poszukiwanych parametrów termofizycznych obiema metodami, bazując na rzeczywistych sygnałach pomiarowych.

Należy w tym miejscu zaznaczyć, iż mimo wielu zalet metody chwilowego źródła ciepła, takich jak m.in. krótki czas pomiaru, prostota wzorów obliczeniowych, czy też szeroki zakres temperatur, w których można wykorzystywać metodę, jej główną wadą jest wysoka czułość wyników zależna od dokładności wyznaczenia położenia maksimum nadwyżki temperatury. Lokalizacja położenia tego punktu może być obciążona dużym błędem, gdy próbka do badań ma zbyt dużą grubość (duże rozmycie) oraz

gdy dobrano zbyt dużą moc wymuszenia cieplnego (wpływ efektów brzegowych). Wady tej częściowo pozbawiona jest współczynnikowa metoda odwrotna, która do wyznaczenia poszukiwanych parametrów termofizycznych wykorzystuje cały zapisany przebieg temperatury w danym punkcie pomiarowym. Z tego powodu technika ta wykazuje małą wrażliwość na zaszumienie sygnału.

Artykuł wpłynął do redakcji 1.03.2011 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w maju 2011 r.

#### LITERATURA

- [1] V. BOHÁČ, P. DIEŠKA, L. KUBIČÁR, *The progress in development of new models for pulse transient method*, Proc. Thermophysics 2007, Oct. 11-12, Kočovce, Slovakia, 24-33.
- [2] V. BOHÁČ, L. KUBIČÁR, V. VRETENÁR, *Methodology of the testing of model for contact pulse transient method and influence of the disturbance effects on evaluating thermophysical parameters of the PMMA*, Measurement Science Review, 5, 3, 2005, 98-103.
- [3] Z. LEI, S. ZHU, N. PAN, *Determination of sample size for step-wise transient thermal tests*, Polymer Testing, 28, 2009, 307-314.
- [4] V. BOHÁČ, V. VRETENÁR, L. KUBIČÁR, *Optimisation methodology for the pulse transient method and its application at the measurement of thermophysical properties of materials*, Proc. Thermophysics 2005, Oct. 12-13, Kočovce, Slovakia, 57-71.
- [5] S. WIŚNIEWSKI, *Wymiana ciepła*, PWN, Warszawa, 1979.
- [6] J. ZMYWACZYK, *Estymacja parametrów termofizycznych ciał stałych z wykorzystaniem wybranych metod optymalizacji*, monografia WAT, Warszawa, 2006.
- [7] M.N. OZISIK, H.R.B. ORLANDE, *Inverse heat transfer — fundamentals and applications*, Taylor&Francis, 2000.
- [8] J. ZMYWACZYK, P. KONIORCZYK, J. GAJ, *Określanie parametrów termofizycznych polimetakrylanu metylu polistyrenu oraz stali stopowej 1H18N9T metodą chwilowego źródła ciepła*, Biul. WAT, 56, 3, 2007, 243-256.
- [9] J. ZMYWACZYK, M. WIELGOSZ, P. KONIORCZYK, M. GAPSKI, *Identification of some thermophysical and boundary parameters of black foamglas by an inverse method*, Proc. Thermophysics 2009, Oct. 29-30, Valitce, Czech Republic, 2009, 235-251.
- [10] J. ZMYWACZYK, M. GAPSKI, *Estimation of thermophysical parameters of stainless steel 1H18N9T by an inverse method*, Proc. Thermophysics 2010, Nov. 3-5, Valitce, Czech Republic, 2010, 253-260.
- [11] M.J. ASSAEL, S. BOTSIOS, K. GALOU, I.N. METAXA, *Thermal Conductivity of Polymethyl Methacrylate (PMMA) and Borosilicate Crown Glass BK7*, International Journal of Thermophysics, 26, 5, Sep. 2005, 1595-1605. Thermophysics (1999-2010)  
Internet: <http://www.fch.vutbr.cz/lectures/thermophysics/2010/index8.php>

M. GAPSKI, J. ZMYWACZYK

#### Identification of thermophysical parameters of solids by a modified heat pulse method and a coefficient inverse method

**Abstract.** A modified heat pulse method and an inverse coefficient technique is presented for simultaneous estimation of: the thermal diffusivity  $a$ , the thermal conductivity  $\lambda$  and the specific heat  $c_p$

of solids for a known thermal response in the distance  $H$  from the heat source. The work also presents both techniques' sensitivity for a change of the sample thickness  $H$ , the heat transfer coefficient  $h$ , the partition  $\eta$  of the heat flux density and the amplitude of temperature's surplus disturbance at the back face of the sample. The paper presents the measurement results of  $\lambda$  and  $c_p$  for polymethyl methacrylate (PMMA) and stainless steel 1H18N9T obtained for both methods experimentally.

**Keywords:** thermodynamics, transient heat transfer, thermophysical parameters, inverse techniques