



# Modele matematyczne związków topologicznych między obiektami przestrzennymi, ich implementacja w relacyjnych bazach danych oraz wykorzystanie do analiz przestrzennych danych geodezyjnych

ELŻBIETA BIELECKA

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji,  
Zakład Systemów Informacji Geograficznej, 00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2

**Streszczenie.** W artykule przeanalizowano cztery systemy przeznaczone do zarządzania relacyjnymi bazami danych: Oracle 11g, PostgreSQL 8.3/PostGIS 1.3.3, SQL Server 2005 i 2008, MySQL, zwracając uwagę na zaimplementowane operatory topologiczne i ich zgodność ze specyfikacjami OGC. Nazwy i definicje stosowanych operatorów, poza bazą Oracle 11g, są zgodne ze standardami OGC i ISO. Jest to bardzo istotne ze względu na interoperacyjność relacyjnych baz danych, ponieważ gwarantuje poprawne i jednakowe rozumienie wyników relacji topologicznych uzyskanych za pomocą różnych narzędzi. Od kilkunastu lat wiele danych geodezyjnych jest udostępnianych użytkownikom tylko i wyłącznie w postaci cyfrowej. Zatem przekazanie klientowi zamówionych danych wymaga wyselekcjonowania z całego zbioru tylko tych, które spełniają wymagania określone w złożonym zapotrzebowaniu na dane. To z kolei nakłada na systemy bazodanowe zarządzające danymi geodezyjnymi pewne wymagania dotyczące wykonywania analiz przestrzennych, a mianowicie wspieranie minimum ośmiu operatorów topologicznych (*equals* — równość, *disjoint* — rozłączność, *intersects* — przecinanie, *touches* — styczność, *crosses* — krzyżowanie, *within* — zawieranie się w, *contains* — zawieranie i *overlaps* — nakładanie).

**Słowa kluczowe:** związki topologiczne, DI-9EM, analizy przestrzenne, dane geodezyjne, relacyjne bazy danych

**Symbole UKD:** 528

## 1. Wstęp

Analizy przestrzenne, bazujące na związkach topologicznych między obiektami przestrzennymi, można dziś wykonywać, korzystając nie tylko z oprogramowania

typu GIS, ale także z operatorów i funkcji udostępnianych przez systemy zarządzania relacyjnymi bazami danych. Analizy te obejmują wszelkiego rodzaju przekształcenia i obliczenia wykonane w oparciu o przyjęty algorytm, a ich celem jest odpowiednie przygotowanie informacji umożliwiających podjęcie decyzji naukowych bądź społeczno-gospodarczych. Zwykle, gdy przystępujemy do analiz przestrzennych, chodzi nam o odpowiedź na pytania dotyczące wyszukania miejsc spełniających określone warunki lokalizacyjne lub poszukiwanie zależności topologicznych między obiektami. Podejmowane w trakcie analiz działania mogą dotyczyć operacji wykonywanych tylko na geometrii obiektów, jak również powiązania geometrii z atrybutami opisowymi.

Duża różnorodność narzędzi wykorzystywanych do analiz przestrzennych nie może jednak mieć wpływu na końcowy wynik analiz, a zatem podstawą do oprogramowania konkretnych funkcji muszą być modele matematyczne związków topologicznych między obiektami przestrzennymi, a ściślej geometriami tych obiektów. Badania nad opracowaniem takich modeli zostały zainicjowane na początku lat dziewięćdziesiątych XX wieku przez M. J. Egenhofera [1, 2, 3], R. Franzosę [4] oraz E. Clementiniego i P. di Felice [5, 6, 7]. Badanie, w przestrzeni euklidesowej, związku topologicznego między dwoma obiektami geometrycznymi jedno- i dwuwymiarowymi poprzez testowanie przecięć między ich wnętrzami i granicami metodą par doprowadziło M. J. Egenhofera i R. Franzosę [1, 4] do zdefiniowania modelu czterech przecięć (ang. *four-intersection model*). Następnie poprzez uwzględnienie zewnątrz badanych obiektów model ten został rozszerzony przez M.J. Egenhofera i J. Herringa [8] do modelu dziewięciu przecięć (ang. *nine-intersection model*), a uwzględniając wymiar obiektów otrzymanych w wyniku przecięć rozbudowano go do rozszerzonego o wymiar modelu dziewięciu przecięć (ang. *dimensionally extended nine-intersection model*, DE-9IM) [5, 7]. Dzięki temu rozszerzeniu model DE-9IM umożliwia wyrażenie związków przestrzennych między obiektami 0-, 1- i 2-wymiarowymi (punktami, liniami i obszarami), w tym także obszarami zawierającymi enklawy oraz obiektami składającymi się z wielu linii i obszarów. Model ten stał się podstawą opracowania przez Open GeoSpatial Consortium specyfikacji abstrakcyjnej dotyczącej podstaw interoperacyjnego przetwarzania danych przestrzennych [9], a następnie międzynarodowej normy ISO 19 125-1 *Informacja geograficzna — Środki dostępu do obiektów prostych — Część 1: Wspólna architektura* [10]. W obu dokumentach, o bardzo zbliżonej treści, zostały podane i nazwane matematyczne modele związków topologicznych między obiektami przestrzennymi.

Implementacja relacji topologicznych w programach typu GIS była przedmiotem badań m.in. C. Riedemann [11, 12] i E. Bieleckiej [13, 14]. Prace Riedemann obejmowały analizę poprawności wykorzystania operatorów topologicznych w analizach danych przestrzennych, natomiast Bieleckiej zgodność implementacji w komercyjnych programach GIS operatorów przestrzennych z predykatami zdefiniowanymi w normie ISO 19 125-1. W odniesieniu do systemów zarządzania relacyjnymi bazami danych nie prowadzono szerszych badań dotyczących implementacji relacji topolo-

gicznych między obiektami przestrzennymi, a ściślej ich geometriami. Wprawdzie producenci relacyjnych SZBD podają, w podręcznikach użytkownika (m.in. do baz MySQL [15], ORACLE [16]), które operatory przestrzenne są wspierane przez ich systemy, brak jest jednak pogłębionych opracowań dotyczących tego zagadnienia. Z nielicznych prac naukowych wymienić można dwie publikacje J. i A. Gramackich [17, 18] dotyczące zapisu i analiz danych przestrzennych w bazie ORACLE.

Celem niniejszego artykułu jest omówienie modeli matematycznych topologicznych relacji przestrzennych, ich implementacji w relacyjnych bazach danych oraz wykorzystania do analiz przestrzennych danych geodezyjnych.

## 2. Modele matematyczne związków topologicznych między obiektami przestrzennymi

### 2.1. Podstawy teoretyczne

Rozważając relacje topologiczne między obiektami przestrzennymi, ograniczamy się tylko do analizy ich geometrii, abstrahując od charakterystyk opisowych, a zatem w dalszej części artykułu termin obiekt geometryczny jest traktowany jako tożsamy z terminem obiekt przestrzenny. Obiekty muszą być topologicznie zamknięte, a zatem mieć zdefiniowane wnętrze, granicę i zewnątrz. Zgodnie z teorią [9, 10] granicą obiektu geometrycznego jest zbiór obiektów geometrycznych o kolejnym niższym wymiarze. Wnętrze danego obiektu geometrycznego składa się z tych punktów, które pozostają po odjęciu punktów należących do jego granicy. Natomiast zewnątrz obiektu geometrycznego składa się z tych punktów, które nie leżą ani w jego wnętrzu, ani na jego granicy. W tabeli 1 zestawiono obiekty będące wnętrzem, granicą i zewnątrz różnych typów obiektów geometrycznych.

TABELA 1

Definicje wnętrza, granicy i zewnątrz obiektów geometrycznych

Typ obiektu geometrycznego	Wnętrze (I)	Granica (B)	Zewnątrz (E)
Punkt	Punkt	Zbiór pusty	Punkty niebędące wnętrzem
Kolekcja punktów	Punkty	Zbiór pusty	Punkty niebędące wnętrzem
Linia: łamana otwarta	Punkty łamanej z wyjątkiem punktu początkowego i końcowego	Punkt początkowy i końcowy	Punkty nienależące do wnętrza i do granicy

cd. tabeli 1

Linia: łamana zamknięta	Wszystkie punkty położone na linii	Zbiór pusty	Punkty nienależące do wnętrza i do granicy
Linia: kolekcja łamanych	Punkty łamanej z wyjątkiem punktu początkowego i końcowego	Punkt początkowy pierwszego elementu kolekcji i punkt końcowy ostatniego elementu kolekcji	Punkty nienależące do wnętrza i do granicy
Wielobok	Punkty wewnątrz powierzchni ograniczonej łamanymi zamkniętymi	Zbiór łamanych zamkniętych ograniczających wielobok	Punkty nienależące do wnętrza i do granicy
Kolekcja wieloboków	Punkty wewnątrz powierzchni ograniczonej łamanymi zamkniętymi	Zbiór łamanych zamkniętych ograniczających wieloboki	Punkty nienależące do wnętrza i do granicy

Analiza przecięć wewnątrz, granic i zewnątrz obiektów geometrycznych pozwala na określenie rodzaju relacji topologicznej (przestrzennej) zachodzącej pomiędzy badanymi obiektami oraz określenie, czy w wyniku relacji powstaje nowy obiekt geometryczny i jeśli tak, to określenie jego wymiaru. Wymiar nowo powstałego obiektu będzie zależał od wymiarów obiektów przecinających i rodzaju relacji topologicznej.

### Rozszerzony o wymiar model dziewięciu przecięć (DE-9IM)

Rozszerzony o wymiar model dziewięciu przecięć (DE-9IM) pozwala na określenie rodzaju przecięcia poprzez porównanie wartości przecięć par wewnątrz, granic i zewnątrz z macierzą wzorcową dla danego rodzaju relacji topologicznej. Ogólna postać macierzy modelu DE-9IM jest przedstawiona w tabeli 2. W tabeli tej, i we wszystkich zapisach relacji topologicznych, przyjęto następujące oznaczenia:

- $I(a)$ ,  $B(a)$ ,  $E(a)$  reprezentują odpowiednio wewnątrz, granicę i zewnątrz obiektu geometrycznego  $a$ ;
- $I(b)$ ,  $B(b)$ ,  $E(b)$  reprezentują odpowiednio wewnątrz, granicę i zewnątrz obiektu geometrycznego  $b$ ;
- $\dim(a)$  oznacza wymiar obiektu  $a$ ,
- $\dim(b)$  to wymiar obiektu  $b$ .

TABELA 2

Ogólna postać modelu DE-9IM

	Wnętrze	Granica	Zewnętrze
Wnętrze	$\dim(I(a) \cap I(b))$	$\dim(I(a) \cap B(b))$	$\dim(I(a) \cap E(b))$
Granica	$\dim(B(a) \cap I(b))$	$\dim(B(a) \cap B(b))$	$\dim(B(a) \cap E(b))$
Zewnętrze	$\dim(E(a) \cap I(b))$	$\dim(E(a) \cap B(b))$	$\dim(E(a) \cap E(b))$

Ponieważ granicą obiektu geometrycznego  $x$  może być zbiór pusty, punkt, linia lub wielobok,  $\dim(x)$  może przyjmować wartości  $(-1, 0, 1$  lub  $2)$ , z wartością liczbową  $-1$  dla  $\dim(\emptyset)$ .

Do obliczenia wymiaru zbiorów stanowiących przecięcia wnętrza, granic i zewnątrz dla topologicznie zamkniętych obiektów geometrycznych nie jest wymagane z góry formalne wyznaczenie reprezentacji tych zbiorów [9, 10].

Wykorzystując wzorcową macierz wartości reprezentującą zbiór akceptowalnych wartości w tabeli DE-9IM, można sformułować predykaty orzekające o rodzaju związku zachodzącego między dwoma obiektami geometrycznymi. Jeśli związek przestrzenny między dwoma obiektami geometrycznymi odpowiada wartościom pasującym do wzorcowej macierzy, wówczas predykat jest prawdziwy. Koncepcja predykatu relacyjnego opartego na wzorcowej macierzy ma tę zaletę, że umożliwia testowanie różnych związków topologicznych między dwoma obiektami przestrzennymi.

Macierz wzorcowa, reprezentowana w postaci tablicy lub listy dziewięciu znaków ułożonych w wierszu, składa się ze zbioru dziewięciu wartości, po jednej dla każdej komórki macierzy. Możliwe wzorcowe wartości należą do zbioru  $\{T, F, *, 0, 1, 2\}$ , a ich znaczenie w każdej komórce jest następujące:

$$p = T \Rightarrow \dim(x) \in \{0, 1, 2\}, \text{ tj. } x \neq \emptyset,$$

$$p = F \Rightarrow \dim(x) = -1, \text{ tj. } x = \emptyset,$$

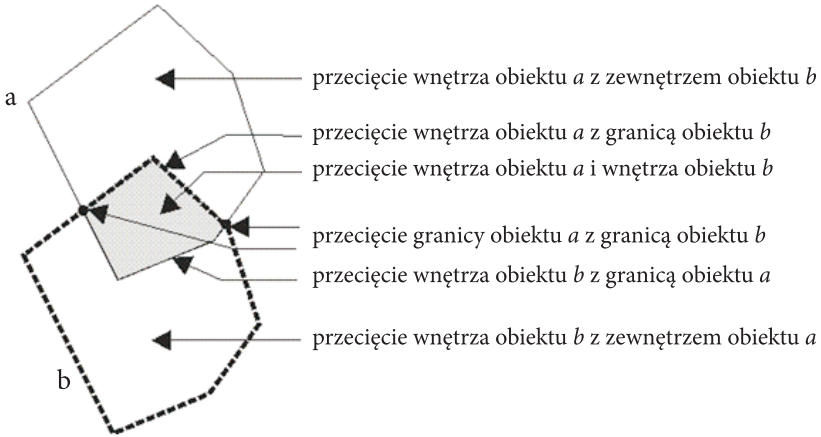
$$p = * \Rightarrow \dim(x) \in \{-1, 0, 1, 2\}, \text{ tj. nieistotne,}$$

$$p = 0 \Rightarrow \dim(x) = 0,$$

$$p = 1 \Rightarrow \dim(x) = 1,$$

$$p = 2 \Rightarrow \dim(x) = 2.$$

Sprawdzanie, czy między dwoma obiektami zachodzi relacja przestrzenna i określenie, jaka to relacja, odbywa się poprzez porównanie wyników analizy wnętrza, granic i zewnątrz obiektów przestrzennych z modelem wzorcowym, nazywanym rozszerzonym modelem dziewięciu przecięć (DE-9IM). Na rysunku 1 przedstawiono dwa obiekty przestrzenne, geometrycznie reprezentowane przez wieloboki  $a$  i  $b$ , pomiędzy którymi zachodzi relacja topologiczna, nakładanie, a w tabeli 3 zapisano wynik tej relacji w postaci modelu DE-9IM.



Rys. 1. Nakładanie się dwóch obiektów powierzchniowych

TABELA 3

Wzorcowa macierz DE-9IM relacji nakładania dwóch obiektów powierzchniowych

	Wnętrze obiektu $b$	Granica obiektu $b$	Zewnątrz obiektu $b$
Wnętrze obiektu $a$	2	1	2
Granica obiektu $a$	1	0	1
Zewnątrz obiektu $a$	2	1	2

Ponieważ wieloboki są obiektami powierzchniowymi topologicznie zamkniętymi, wynikiem nakładania nie może być zbiór pusty, a jeden z następujących obiektów przestrzennych:

- wielobok (wtedy gdy badamy wnętrza, wnętrze i zewnątrz lub zewnątrz obiektów),
- linia (wtedy gdy badamy relację pomiędzy granicą a wnętrzem obiektu lub granicą a zewnątrz obiektu) oraz
- punkt, jeśli analizujemy związek topologiczny tylko pomiędzy granicami obiektów.

## 2.2. Nazwane predykaty relacji topologicznych pomiędzy obiektami geometrycznymi

Bazując na modelu DE-9IM, można zdefiniować i nazwać dziesięć relacji topologicznych zachodzących między geometriami dwóch obiektów przestrzennych. Są to: równość (*equals*), rozłączność (*disjoint*), przecinanie (*intersects*), styczność

(*touches*), krzyżowanie (*crosses*), zawieranie się w (*within*), całkowite zawieranie się w (*completely within*), zawieranie (*contains*), całkowite zawieranie (*completely contains*) i nakładanie (*overlaps*). Osiem z nich opisano w normie PN-EN ISO 19 125-1 [10]. Wśród nich znajduje się pięć podstawowych relacji przestrzennych, do których należą: *disjoint*, *touches*, *crosses*, *within*, *overlaps*, zdefiniowanych i nazwanych wcześniej przez Clementiego i de Felicego [5]. Modele matematyczne dwu relacji, *completely within* i *completely contains*, wykorzystywanych powszechnie w programach narzędziowych typu GIS, zostały opracowane przez autorkę artykułu. Zestawienie predykatów relacji topologicznych i ich znaczenie opisane w normie ISO [10] i specyfikacji OGC [9] przedstawiono w tabeli 4.

TABELA 4

Predykaty relacji topologicznych wg OGC i ISO

Predykaty topologiczne	Znaczenie
Równość ( <i>Equals</i> )	Obiekty geometryczne są przestrzennie równe.
Rozłączność ( <i>Disjoint</i> )	Obiekty geometryczne nie mają punktów wspólnych.
Przecinanie ( <i>Intersects</i> )	Obiekty geometryczne mają co najmniej jeden punkt wspólny, odwrotność relacji rozłączności.
Styczność ( <i>Touches</i> )	Obiekty geometryczne mają wspólny co najmniej jeden punkt graniczny i ich wnętrza nie mają punktów wspólnych.
Krzyżowanie ( <i>Crosses</i> )	Obiekty geometryczne mają wspólne punkty wewnętrzne, ale nie wszystkie, i wymiar obiektu powstającego w wyniku krzyżowania jest niższy niż najwyższy wymiar krzyżowanych obiektów.
Nakładanie ( <i>Overlaps</i> )	Obiekty geometryczne mają wspólne punkty wewnętrzne, ale nie wszystkie, i obiekt powstający w wyniku nakładania ma ten sam wymiar co obiekty przecinane.
Zawieranie się w ( <i>Within</i> )	Obiekt przestrzenny <i>a</i> leży we wnętrzu obiektu przestrzennego <i>b</i> .
Zawieranie ( <i>Contains</i> )	Obiekt przestrzenny <i>b</i> leży we wnętrzu obiektu przestrzennego <i>a</i> (odwrotność zawierania się w).

Relacja **równości** (*equals*) może zachodzić tylko pomiędzy obiektami geometrycznymi tego samego typu i oznacza, że dany obiekt geometryczny ma dokładnie takie samo położenie jak inny obiekt geometryczny. Zatem wnętrza, granice i zewnętrzna tych obiektów są identyczne. Innymi słowy, *a* jest podzbiorem *b* i *b* jest podzbiorem *a*, co zapisujemy:

$$a.Equals(b) \Leftrightarrow a \subseteq b \wedge b \subseteq a.$$

W notacji DE-9IM przestrzenną równość dwu obiektów zapisujemy w następujący sposób:

$$a.Equals(b) \Leftrightarrow [(I(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \wedge (I(a) \cap B(b) = \emptyset) \wedge (I(a) \cap E(b) = \emptyset) \wedge (B(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge (B(a) \cap B(b) \neq \emptyset) \wedge (B(a) \cap E(b) = \emptyset) \wedge (E(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge (E(a) \cap B(b) = \emptyset) \wedge (E(a) \cap E(b) \neq \emptyset)] \Leftrightarrow a.Relate(b, \text{"TFFFTFFFT"}).$$

Dla przypomnienia warto zwrócić uwagę, że relacje topologiczne dotyczą tylko i wyłącznie geometrii, a zatem ten sam obiekt geometryczny może reprezentować różne obiekty, w tym należące do różnych klas obiekty bazodanowe. Na przykład linia będąca granicą działki i granicą konturu gruntowego z punktu widzenia geometrii będzie tożsama, natomiast w bazie danych będzie reprezentowała dwa różne obiekty: granicę działki i kontur użytku gruntowego.

**Rozłączność** (*disjoint*) obiektów geometrycznych oznacza, że nie mają one punktów wspólnych, co przy pomocy rachunku zbiorów możemy zapisać następująco:

$$a.Disjoint(b) \Leftrightarrow a \cap b = \emptyset.$$

W notacji DE-9IM rozłączność jest zapisywana w następujący sposób:

$$a.Disjoint(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge (I(a) \cap B(b) = \emptyset) \wedge (B(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge (B(a) \cap B(b) = \emptyset) \Leftrightarrow a.Relate(b, \text{"FF*FF**"}).$$

TABELA 5

Wzorcowa macierz DE-9IM relacji rozłączności (*disjoint*)

	Wnętrze obiektu $b$	Granica obiektu $b$	Zewnętrze obiektu $b$
Wnętrze obiektu $a$	F	F	*
Granica obiektu $a$	F	F	*
Zewnętrze obiektu $a$	*	*	*

Relacja *rozłączności* może zachodzić pomiędzy obiektami geometrycznymi wszystkich typów: punktowymi, liniowymi i powierzchniowymi oraz ich kombinacjami. Przeciwnościem *rozłączności* jest **przecinanie** (*intersects*), a zatem jeśli obiekty nie są rozłączne, to się przecinają.

$$a.Intersect(b) \Leftrightarrow ! a.Disjoint(b),$$

$$a.Intersect(b) \Leftrightarrow a \cap b \neq \emptyset.$$



W zależności od rodzaju przestrzennego przecięcia mówimy o relacjach: *styczności*, *krzyżowania*, *zawierania się w*, *całkowitego zawierania się w*, *zawierania*, *całkowitego zawierania* i *nakładania*. Dla każdej z tych relacji wzorcowa macierz DE-9IM jest inna.

Relacja **styczności** (*touches*) pomiędzy obiektami geometrycznymi *a* i *b* zachodzi wówczas, gdy obiekty „dotykają się przestrzennie”, czyli punkty wspólne obiektów *a* i *b* należą do granicy obiektu *a* i do granicy obiektu *b*. Ponieważ granicą obiektów punktowych jest zbiór pusty, relacja *styczności* nie może zachodzić pomiędzy dwoma obiektami punktowymi.

$$a.Touch(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge (a \cap b) \neq \emptyset.$$

W notacji DE-9IM ten rodzaj relacji jest zapisany następująco:

$$a.Touch(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) = \emptyset) \wedge ((B(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \vee (I(a) \cap B(b) \neq \emptyset) \vee (B(a) \cap B(b) \neq \emptyset)) \Leftrightarrow a.Relate(b, "FT*****") \vee a.Relate(b, "F**T*****") \vee a.Relate(b, "F***T****").$$

Przykłady ilustrujące relację przestrzennej *styczności* zostały pokazane na rysunku 2.

	punkt	linia	obszar
punkt	relacja nie zachodzi		
linia			
obszar			

Ryc. 2. Przykłady relacji *styczności* pomiędzy obiektami geometrycznymi [14]

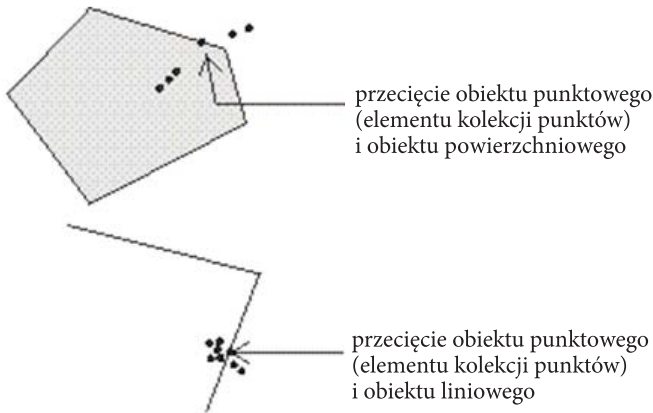
Relacja **krzyżowania się** (*crosses*) zachodzi wówczas, gdy obiekt powstały w wyniku krzyżowania się obiektów *a* i *b* jest różny zarówno od obiektu *a* jak i *b*, jego wymiar jest mniejszy od maksymalnego wymiaru obiektów krzyżujących się i zawiera punkty wewnętrzne obiektów *a* i *b*. Relację *krzyżowania się* dwu obiektów zapisujemy:

$$a.Cross(b) \Leftrightarrow (\dim(I(a) \cap I(b)) < \max(\dim(I(a)), \dim(I(b))) \wedge (a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b).$$

W notacji DE-9IM zapis relacji *krzyżowania się* jest różny w zależności od typu obiektów geometrycznych, pomiędzy którymi badany jest związek topologiczny. Zapis relacji pomiędzy obiektem punktowym (obiekt musi być elementem kolekcji punktów) i liniowym, punktowym należącym do kolekcji punktów i powierzchniowym oraz liniowym i powierzchniowym jest następujący:

$a \in P, b \in L$ , przypadek  $a \in P, b \in A$ , przypadek  $a \in L, b \in A$ :

$$a.Cross(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \wedge (I(a) \cap E(b) \neq \emptyset) \Leftrightarrow a.Relate(b, "T*T*****").$$



Rys. 3. Przykłady relacji *krzyżowania się* pomiędzy obiektami: powierzchniowym i kolekcją punktów oraz liniowym i kolekcją punktów

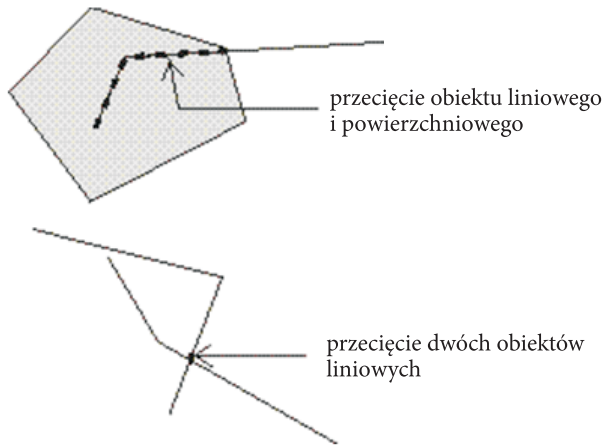
Natomiast dla dwóch obiektów liniowych, których część wspólna jest obiektem punktowym (0-wymiarowym), zapis ten przyjmuje postać:

$a \in L, b \in L$ :

$$a.Cross(b) \Leftrightarrow \dim(I(a) \cap I(b)) = 0 \Leftrightarrow a.Relate(b, "0*****").$$

Relacja **zawiera się w** (*within*) zachodzi wówczas, gdy jeden obiekt geometryczny jest zawarty w drugim obiekcie, co możemy zapisać następująco:

$$a.Within(b) \Leftrightarrow (a \cap b = a) \wedge (I(a) \cap E(b) = \emptyset).$$



Ryc. 4. Przykłady relacji *krzyżowania się* pomiędzy obiektami: powierzchniowym i liniowym oraz dwoma obiektami liniowymi

W notacji DE-9IM zapis ten wygląda następująco:

$$a.Within(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \wedge (I(a) \cap E(b) = \emptyset) \wedge (B(a) \cap E(b) = \emptyset) \Leftrightarrow a.Relate(b, "T*F**F***").$$

Przykłady relacji *zawiera się w* zostały przedstawione na rysunku 5, a wzorcowa macierz w DE-9IM w tabeli 6.

TABELA 6


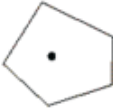



Wzorcowa macierz DE-9IM relacji *zawiera się w* (*within*)

	Wnętrze obiektu <i>b</i>	Granica obiektu <i>b</i>	Zewnątrz obiektu <i>b</i>
Wnętrze obiektu <i>a</i>	T	*	F
Granica obiektu <i>a</i>	*	*	F
Zewnątrz obiektu <i>a</i>	*	*	*

Przeciwnościem relacji *zawiera się w* jest relacja **zawiera** (*contains*) oznaczająca, że jeden obiekt geometryczny zawiera drugi obiekt.

$$b.Contains(a) \Leftrightarrow a.Within(b).$$

Jeśli obiekt geometryczny *a* zawiera przestrzennie obiekt geometryczny *b*, to wzorcowa macierz przyjmie postać podaną w tabeli 7.

	punkt	linia	obszar
punkt	relacja nie zachodzi		
linia	relacja nie zachodzi		
obszar	relacja nie zachodzi	relacja nie zachodzi	

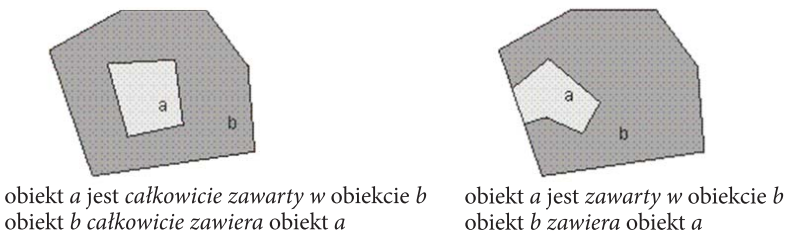
Ryc. 5. Przykłady relacji *zawiera się* w pomiędzy obiektami geometrycznymi różnych typów

TABELA 7

Wzorcowa macierz relacji *zawiera* (*contains*) zapisana w postaci DE-9IM

	Wnętrze obiektu <i>b</i>	Granica obiektu <i>b</i>	Zewnątrz obiektu <i>b</i>
Wnętrze obiektu <i>a</i>	T	*	*
Granica obiektu <i>a</i>	*	*	*
Zewnątrz obiektu <i>a</i>	F	F	*

Tak zdefiniowane relacje *zawierania* nie pozwalają na rozróżnienie, czy dany obiekt *zawiera* lub jest *zawarty całkowicie* w drugim obiekcie, czy też jest do niego wewnątrznie styczny, co zilustrowano na rysunku 6.



Ryc. 6. Przykłady relacji *zawiera się* i *zawiera się całkowicie*

Rozróżnienie to będzie możliwe po dodaniu warunku dotyczącego przecięć granic obiektów. W przypadku całkowitego *zawierania się* przecięcie granic obiektów geometrycznych *a* i *b* powinno być zbiorem pustym, a zatem wzorcowe

macierze modelu DE-9IM powinny zostać zmodyfikowane w następujący sposób (tab. 8 i 9).

TABELA 8

Wzorcowa macierz relacji DE-9IM *całkowicie zawiera* (*completely contains*)

	Wnętrze obiektu <i>a</i>	Granica obiektu <i>a</i>	Zewnętrze obiektu <i>a</i>
Wnętrze obiektu <i>b</i>	T	*	*
Granica obiektu <i>b</i>	*	T	*
Zewnętrze obiektu <i>b</i>	F	F	*

TABELA 9

Wzorcowa macierz relacji DE-9IM *całkowicie zawiera się w* (*completely within*)

	Wnętrze obiektu <i>a</i>	Granica obiektu <i>a</i>	Zewnętrze obiektu <i>a</i>
Wnętrze obiektu <i>b</i>	T	*	F
Granica obiektu <i>b</i>	*	T	F
Zewnętrze obiektu <i>b</i>	*	*	*

Jeśli jeden obiekt geometryczny „przestrzennie nachodzi” na inny obiekt geometryczny, tzn. obiekty mają część wspólną, to mówimy, że obiekty **nakładają się** (*overlaps*). Nakładające się obiekty muszą być tego samego wymiaru. Natomiast obiekt, który powstał w wyniku nakładania się, musi być tego samego wymiaru co obiekty składowe, ale nie może być równy żadnemu z nich (rys. 7).

$$a.Overlaps(b) \Leftrightarrow (\dim(I(a)) = \dim(I(b)) = \dim(I(a) \cap I(b))) \wedge (a \cap b \neq a) \wedge (a \cap b \neq b).$$

W notacji DE-9IM dla obiektów punktowych i powierzchniowych zapis ten wygląda następująco:

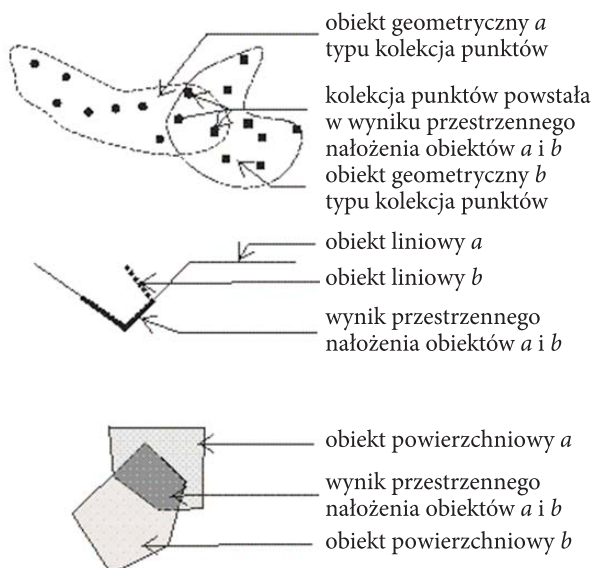
$a \in P, b \in P$  i przypadek  $a \in A, b \in A$ :

$$a.Overlaps(b) \Leftrightarrow (I(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \wedge (I(a) \cap E(b) \neq \emptyset) \wedge (E(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \Leftrightarrow a.Relate(b, "T^*T^{***}T^{***}").$$

Dla dwu obiektów liniowych:

$a \in L, b \in L$ :

$$a.Overlaps(b) \Leftrightarrow (\dim(I(a) \cap I(b)) = 1) \wedge (I(a) \cap E(b) \neq \emptyset) \wedge (E(a) \cap I(b) \neq \emptyset) \Leftrightarrow a.Relate(b, "1^*T^{***}T^{***}").$$



Ryc. 7. Przykłady relacji *nakładania się* pomiędzy obiektami geometrycznymi różnych typów

Przedstawiony zestaw relacji topologicznych jest wystarczający do opisanie wszystkich topologicznych związków przestrzennych zachodzących między dwoma obiektami geograficznymi. Co więcej tak zdefiniowane relacje topologiczne charakteryzują się tym, że dla każdej relacji  $r_i$  istnieje relacja odwrotna  $r_j$ , taka że  $r_i(a, b) = \bar{r}_j(b, a)$ , np.: jeśli obiekt *a* jest *rozłączny* z obiektem *b*, to obiekt *b* jest również *rozłączny* z obiektem *a*, lub jeśli obiekt *a* *zawiera* obiekt *b*, to obiekt *b* jest *zawarty w* obiekcie *a*.

### 3. Implementacja operatorów przestrzennych w relacyjnych bazach danych

W ostatnich latach producenci, w tym zarówno firmy komercyjne, jak i społeczności tworzące otwarte oprogramowanie systemów do zarządzania relacyjnymi bazami danych, oferują narzędzia do gromadzenia i analiz danych przestrzennych. Uzupełnili oni swoje produkty o rozwiązania umożliwiające przechowywanie i efektywny dostęp do danych o charakterze przestrzennym, w tym m.in. o specjalizowane obiektowe typy danych, indeksy ukierunkowane na efektywną obsługę danych przestrzennych, operatory topologiczne i funkcje do analiz przestrzennych. Zaletą wykorzystania relacyjnych baz danych do gromadzenia danych przestrzennych jest ogromny potencjał, jaki tkwi w możliwościach eksploracji danych przestrzennych. Oczywiście w relacyjnych bazach od dawna można gromadzić dane przestrzenne

w postaci alfanumerycznej, jednak jedynie przestrzenna postać danych, w postaci geometrycznych typów danych, daje możliwości efektywnego i prostego zadawania pytań o przestrzenne relacje między obiektami.

W artykule przeanalizowano cztery systemy do zarządzania relacyjnymi bazami danych: Oracle 11g, PostgreSQL 8.3/PostGIS 1.3.3, SQL Server 2008 i MySQL 5.1., zwracając uwagę na zaimplementowane operatory topologiczne i ich zgodność ze specyfikacjami OGC [9].

W bazach Oracle 11g zaimplementowano jedenaście operatorów topologicznych, w SQL Server 2008 — siedem, w PostgreSQL 8.3/PostGIS 1.3 — sześć i MySQL 5.1 — siedem operatorów, ale analizujących relacje tylko między minimalnymi prostokątami ograniczającymi (MBR — *Minimum Bounding Rectangle*) obiekt geometryczny. Ich nazwy, definicje oraz zgodność ze specyfikacją OGC zawiera tabela 10. Jak wynika z analizy tabeli 10 i specyfikacji OGC [9] ORACLE Inc. [16, 19] wdrożyła operatory przestrzennie, nie w pełni zgodnie z zaleceniami OGC i ISO. W bazie Oracle 11g [16, 19] operator *contains* oznacza zawieranie całkowite, podczas gdy wg OGC i ISO ten operator oznacza zawieranie, włączając w to również zawieranie całkowite. Zawieranie uwzględniające wewnętrzną styczność obiektów określa w Oracle operator *covers*. Według podobnej zasady zaimplementowano relację *within*, rozdzielając ją odpowiednio na dwa operatory *inside* i *covered by*. Inaczej nazwano również operator określający dowolne przecinanie się obiektów przestrzennych (*interact* zamiast jak

TABELA 10

Operatory przestrzenne dostępne w bazach ORACLE 11g, SQL Server 2008,  
PostgreSQL 8.3/PostGIS 1.3 i MySQL 5.1

OGC	Oracle 11g	SQL Server 2008	PostgreSQL 8.3/ PostGIS 1.3	MySQL 5.1
Disjoint	Disjoint	Disjoint	Disjoint	+
Touches	Touch	Touches	Touches	+
Overlaps	Overlapbdisjoint	Overlaps	Overlaps	
Crosses	Overlapbdisintersect	Crosses		
Equals	Equals	Equals	Equals	+
Contains	Contains Covers	Contains	Contains	+
Within	Inside Coveredby	Within	Within	+
Intersects	Anyinteract	Intersects	Intersects	+
	On			

w dokumentach normatywnych *intersect*). Dodatkowo udostępniono użytkownikom operator ON wykorzystywany do znalezienia tych obiektów liniowych, które jednocześnie są granicami obiektów powierzchniowych. Microsoft w SQL Server 2008 [20] zaimplementował dla typów geometrycznych wszystkie operatory relacyjne zgodnie ze standardem OGC. W najpopularniejszej bazie danych typu open source PostgreSQL 8.3 z rozszerzeniem przestrzennym PostGIS 1.3 [21] brak jest jedynie operatora *crosses*, pozostałe działają zgodnie ze specyfikacją OGC. Najmniejsze możliwości, z analizowanych baz, w zakresie analiz przestrzennych na baza MySQL. Wersja 5.1 [15] nie wspiera jeszcze relacji topologicznych między obiektami przestrzennymi, a jedynie między minimalnymi prostokątami ograniczającymi obiekty przestrzenne.

#### 4. Wykorzystanie operatorów topologicznych do analiz przestrzennych danych geodezyjnych

Trwająca od początku lat dziewięćdziesiątych XX w. zamiana formy gromadzenia danych geodezyjnych z analogowej na cyfrową dobiega końca. Wiele zasobów od dawna jest już gromadzonych i udostępnianych użytkownikom tylko i wyłącznie w postaci cyfrowej. Mimo dość dużego zróżnicowania zasobu geodezyjnego zarówno pod względem dokładności jak i tematyki na różnych poziomach administracji geodezyjnej minimalna funkcjonalność analityczna w zakresie analiz przestrzennych pozostaje niezmienna.

Najczęściej stosowanym kryterium wyszukiwania jest znalezienie danych znajdujących się wewnątrz obszaru zdefiniowanego przez klienta, np.: działek ewidencyjnych położonych w konkretnym obrębie geodezyjnym, punktów osnowy znajdujących się na danym obszarze, gmin należących do danego województwa, zdjęć lotniczych z obszaru konkretnej gminy, itd. Szybką odpowiedź na pytania tego typu uzyskamy, stosując operatory relacyjne *contains* lub *within* zaimplementowane w wielu relacyjnych SZBD.

Równie często stosowanym kryterium wyszukiwania danych dla klienta jest wybór obiektów graniczących z zadaniem obiektem lub obiektami (np. wybór działek graniczących z działką nr xx, wybór działek przylegających do drogi) wymagający użycia operatora *touches*. Operator *touches* podobnie jak *contains* i *within* jest zaimplementowany we wszystkich bazach danych z geometrycznymi typami danych.

Do wyszukania budynków położonych na więcej niż jednej działce ewidencyjnej możemy użyć operatora *overlaps*, a do znalezienia dróg przebiegających przez gminę operatora *crosses*. Oba operatory zostały wdrożone w trzech z analizowanych relacyjnych baz danych.

Z punktu widzenia kontroli spójności topologicznej danych gromadzonych w zasobie geodezyjnym bardzo przydatny jest operator *equals*, umożliwiający m.in.



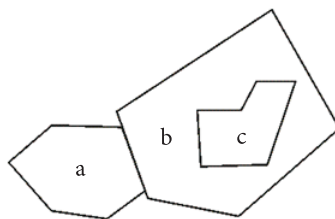
sprawdzenie, czy linia łamana będąca granicą województwa jest jednocześnie granicą powiatu, gminy i działki ewidencyjnej. Operator ten, podobnie jak wymienione powyżej, jest dostępny w komercyjnych SZBD z typami geometrycznymi.

## 5. Wnioski

Do określania relacji topologicznych między obiektami przestrzennymi służą operatory przestrzenne pozwalające ustalić, czy dwa obiekty są: równe, rozłączne, czy się przecinają, stykają, krzyżują, lub nakładają oraz czy jeden obiekt zawiera inny obiekt lub jest zawarty w innym obiekcie. Niestety zdefiniowane w specyfikacji OGC [9] relacje zawierania (*contains* i *within*) nie pozwalają na rozróżnienie, czy dany obiekt zawiera się całkowicie w drugim obiekcie, czy też jest do niego wewnętrznie styczny. Rozdzielenie tych relacji, tak jak to zostało zaimplementowane w niektórych z analizowanych relacyjnych bazach danych, pozwala na bardziej szczegółowe określenie związku przestrzennego między obiektami.

Znając relacje topologiczne pomiędzy obiektami *a* i *b* oraz obiektami *b* i *c*, możemy określić relację topologiczną między obiektami *a* i *c*, np.: jeśli obiekt *a* jest styczny do obiektu *b* i obiekt *b* zawiera całkowicie obiekt *c*, to obiekty *a* i *c* muszą być rozłączne (rys. 8). Tego typu zależności, określane przez M. J. Egenhøfera, E. Clementiniego i P. di Felicego [3] mianem algebry relacji topologicznych, pozwalają na wykonywanie złożonych analiz przestrzennych.

Większość zdefiniowanych w specyfikacji OGC [9] oraz normie ISO 19 125-1 [10] relacji przestrzennych została zaimplementowana nie tylko w programach narzę-



Rys. 8. Algebra relacji topologicznych

dziowych typu GIS, ale także w relacyjnych bazach danych wspierających typy geometryczne. Nazwy i definicje stosowanych operatorów, poza bazą Oracle 11g, są zgodne ze standardami OGC i ISO. Jest to bardzo istotne z punktu widzenia interoperacyjności relacyjnych baz danych, ponieważ gwarantuje poprawne i jednakowe rozumienie wyników relacji topologicznych uzyskanych za pomocą różnych narzędzi.

Osiem podstawowych relacji topologicznych: *równość* (*equals*), *rozłączność* (*disjoint*), *przecinanie* (*intersects*), *styczność* (*touches*), *krzyżowanie* (*crosses*), *zawiera-*

nie się w (*within*), zawieranie (*contains*) i nakładanie (*overlaps*) pomiędzy obiektami przestrzennymi wystarczy do sprawnego wydawania klientom danych geodezyjnych gromadzonych w państwowym zasobie geodezyjnym i kartograficznym, chociaż można przewidzieć przypadki, w których będzie konieczne rozróżnienie pomiędzy zawieraniem i całkowitym zawieraniem.

Artykuł wpłynął do redakcji 1.07.2009 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w sierpniu 2009 r.

#### LITERATURA

- [1] M. J. EGENHOFER, R. FRANZOSA, *Point Set Topological Spatial Relations*, International Journal of Geographical Information Systems, 5, 2, 1991, 161-174.
- [2] M. J. EGENHOFER, J. SHARMA, *Assessing the consistency of complete and incomplete topological information*, Geographical Systems, 1, 1993, 47-68.
- [3] M. J. EGENHOFER, E. CLEMENTINI, P. DI FELICE, *Topological relations between regions with holes*, International Journal of Geographical Information Systems, 8, 2, 1994, 129-142.
- [4] R. FRANZOSA, M. J. EGENHOFER, *Topological Spatial relations based on components and dimensions of set intersections*, International Society for Optical Engineering (SPIE), 1992, 236-246.
- [5] E. CLEMENTINI, P. DI FELICE, *A Comparison of Methods for Representing Topological Relationships*, Information Sciences, 80, 1994, 1-34.
- [6] E. CLEMENTINI, P. DI FELICE, G. CALIFANO, *Composite Regions in Topological Queries*, Information Systems, 20, 6, 1995, 33-48.
- [7] E. CLEMENTINI, P. DI FELICE, *A Model for Representing Topological Relationships Between Complex Geometric Features in Spatial Databases*, Information Sciences, 90, 1-4, 1996, 121-136.
- [8] M. J. EGENHOFER, J. HERRING, *Categorizing binary topological relationships between regions, lines and points in geographic databases*, Tech. Report 91-7, National Center for Geographic Information and Analysis, Santa Barbara, CA, 1991.
- [9] OGC, 2006, *OpenGIS® Implementation Specification for Geographic information — Simple feature access, Part 1: Common architecture*, OGC Project Document Number 06-103r3 V.: 1.2.0 dostępne on line <http://www.opengeospatial.org/standards/sfa> (marzec 2009 r.)
- [10] PN EN ISO 19125-1, *Informacja geograficzna — środki dostępu do obiektów prostych, Część 1: Wspólna architektura*, 2004.
- [11] C. RIEDEMANN, *Naming Topological Operators at GIS User Interfaces*, materiały "8th AGILE Conference on Geographic Information Science, 26-28 May 2005, Estoril, Portugal, On-line [http://plone.itc.nl/agile\\_old/Conference/estoril/papers/59\\_Catherina%20Riedemann.pdf](http://plone.itc.nl/agile_old/Conference/estoril/papers/59_Catherina%20Riedemann.pdf)
- [12] C. RIEDEMANN, *Towards Usable Topological Operators at GIS User Interfaces*, [in:] F. Toppen, P. Prastacos (eds), 7th Conference on Geographic Information Science, Crete, Greece (AGILE '04), Crete University Press: 669-674, 2004, dostępne on-line [http://plone.itc.nl/agile\\_old/Conference/greece2004/papers/8-1-3\\_Riedemann.pdf](http://plone.itc.nl/agile_old/Conference/greece2004/papers/8-1-3_Riedemann.pdf)
- [13] E. BIELECKA, *Środki dostępu do obiektów prostych wg ISO i OGC*, Modelowanie informacji geograficznej, 2, Warszawa, 2007, 7-16.
- [14] E. BIELECKA, *Relacje przestrzenne — podstawy teoretyczne i implementacja*, [w:] Główne problemy współczesnej kartografii, Analizy przestrzenne w kartografii, red. W. Żyszkowska, W. Spallek, Wrocław, 2008, 22-34.

- [15] MySQL, *MySQL 5.1 Reference Manual*, Chapter 18, Spatial Extensions in MySQL, <http://dev.mysql.com/doc/refman/5.1/en/index.html>
- [16] Oracle Spatial, *Oracle Locator*, Extensions for Oracle Database, <http://www.oracle.com/technology/products/spatial/>
- [17] J. GRAMACKI, A. GRAMACKI, *Dane przestrzenne w bazach relacyjnych*, Wykorzystanie danych przestrzennych, systemy zarządzania danymi przestrzennymi, *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, nr 6, wyd. spec., Zielona Góra, 2006, 88-90.
- [18] J. GRAMACKI, A. GRAMACKI, *Dane przestrzenne w bazach relacyjnych*, Model danych, zapytania przestrzenne, *Pomiary, Automatyka, Kontrola*, nr 6, wyd. spec., Zielona Góra, 2006, 91-93.
- [19] Oracle Spatial, [http://download.oracle.com/docs/cd/B19306\\_01/appdev.102/b14255/sdo\\_operat.htm#BGEJHDGD](http://download.oracle.com/docs/cd/B19306_01/appdev.102/b14255/sdo_operat.htm#BGEJHDGD)
- [20] SQL Server 2008: Spatial Data, Part 5 (<http://jasonfollas.com/blog/archive/2008/04/07/sql-server-2008-spatial-data-part-5.aspx>)
- [21] Open Source GIS, <http://www.opensourcegis.org/>

## E. BIELECKA

### **Mathematical model of topological relations between spatial objects, theirs implementation within relational data bases as well as usage for spatial analyses of geodetic data**

**Abstract.** Recently, developers of data base management system implement tools for spatial data analyses within a relational data base. The advantage of usage of a relational data base system for storing spatial data have a great potential, especially in data mining. The article presents the results of analysis of the implemented spatial operators and their conformance with ISO and OGC standards in four relational DBMS: Oracle 11g, PostgreSQL 8.3 /PostGIS 1.3.3, SQL Server 2005 and 2008, MySQL. The names and definitions of implemented topological operators, except Oracle 11g data base, are in conformity with standards. This is of utmost importance for interoperability, because it assures correct and identical understanding of the results obtained using different tools.

For several years, a lot of geodetic data have been delivered to users in digital form. Therefore data transfer from a data base to a client requires selection from an entire data base to a set corresponding to user requirements. This puts on SDMS some additional conditions such as supporting eight topological relationships (equals, disjoint, intersects, touches, crosses, within, contains and overlaps) between spatial data.

**Keywords:** topological relations, spatial analyses, DE-9IM, geodetic data, relational data base

**Universal Decimal Classification:** 528

