

Wyznaczanie wnikliwości diagnostycznej struktur opiniowania diagnostycznego

Roman KULESZA

Zakład Automatyki, Instytut Teleinformatyki i Automatyki WAT,
ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

Zbigniew ZIELIŃSKI

Zakład Teleinformatyki, Instytut Teleinformatyki i Automatyki WAT,
ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

STRESZCZENIE: Przedstawiono sposób wyznaczania wzorca opinii diagnostycznych dla struktury opiniowania diagnostycznego, przy stosowaniu symetrycznej reguły opiniowania (reguły PMC), oraz sposób przekształcania tego wzorca do wzorca alternatywnych stanów niezdatności struktury odzwierciedlającego jej wnikliwość diagnostyczną.

SŁOWA KLUCZOWE: diagnostyka systemowa, diagnozowalność, wnikliwość diagnostyczna, status niezawodnościowy

1. Wprowadzenie

Strukturę opiniowania diagnostycznego systemu (sieci komputerowej) będziemy przedstawiać w postaci spójnego digrafu (unigrafu zorientowanego) $G = \langle E, U \rangle$ bez pętli ($\langle e', e' \rangle \notin U, e' \in E$), w którym łuk $\langle e', e'' \rangle$ oznacza, że element e' systemu (komputer) wyraża opinię (na podstawie wyniku testowania) o stanie niezawodnościowym elementu e'' .

Niech $n_i = 0$ oraz $n_i = 1$ ($i \in \{1, \dots, |E|\}$) oznacza odpowiednio stan

zdatności oraz stan niezdatności elementu e_i , a $n = (n_1, \dots, n_{|E|})$ oraz $n_0 = (\ddot{0})_{|E|}$ - (odpowiednio) stan niezawodnościowy systemu oraz stan zdatności systemu (symbol $(\ddot{0})_{|E|}$ oznacza $|E|$ -wymiarowy wektor zer). Niech N^m oznacza zbiór takich stanów niezawodnościowych systemu, że $n_1 + \dots + n_{|E|} \leq m$, a E^0 oraz E^1 odpowiednio zbiór zdatnych oraz niezdatnych elementów systemu.

Jeżeli element e_i jest w stanie zdatności, to jego opinia $d(\langle e_i, e_j \rangle, n_i, n_j)$ o stanie niezawodnościowym elementu e_j jest poprawna (zgodna z rzeczywistym stanem niezawodnościowym elementu e_j) natomiast w przypadku przeciwnym opinia jest przypadkowa, to jest $d(\langle e_i, e_j \rangle, 0, n_j) = n_j$ oraz $d(\langle e_i, e_j \rangle, 1, n_j) = x$, ($x \in \{0, 1\}$).

Powyższa reguła opiniowania diagnostycznego, obowiązująca w niniejszym artykule, jest nazywana *regułą symetryczną* i jest właściwa dla modelu nazywanego *modelem PMC* [12].

Zauważmy, że inną znaną regułą opiniowania, nazywaną *regułą asymetryczną*, jest taka reguła $d^*(\langle e_i, e_j \rangle, n_i, n_j)$, że: $d^*(\langle e_i, e_j \rangle, 0, n_j) = n_j$; $d^*(\langle e_i, e_j \rangle, 1, 1) = 1$ oraz $d^*(\langle e_i, e_j \rangle, 1, 0) = x$, która jest właściwa dla modelu nazywanego *modelem BGM* [2].

Numerując łuki grafu G i znając stany niezawodnościowe elementów, które są początkiem oraz końcem łuku (o określonym numerze) w stanie niezawodnościowym n , wyznaczamy parę,

$$\langle d(n), n \rangle \quad (d(n) = (d_1(n), \dots, d_{|U|}(n)), \quad d_i(n) \in \{0, 1, x\}, \quad i \in \{1, \dots, |U|\}),$$

nazywaną *wzorcem opinii diagnostycznych* struktury G dla stanu niezawodnościowego n .

Wektor $d = (d_1, \dots, d_{|U|})$, $d_i \in \{0, 1\}$, $i \in \{1, \dots, |U|\}$, przedstawiający wszystkie możliwe opinie, wyrażone przez elementy systemu, nazywamy *opinią globalną*. Inaczej mówiąc, opinia globalna jest grafem opisanym $\langle G; \{d(u) : u \in U\} \rangle$.

Opinia globalna jest *syndromem* stanu niezawodnościowego systemu - stanowi podstawę do wnioskowania o rozpoznawanym stanie niezawodnościowym systemu.

Zauważmy, że zbiór $D(m, G)$ możliwych opinii globalnych nie musi być zbiorem wszystkich możliwych ciągów binarnych o długości $|U|$, to jest

$|D(m, G)| \leq 2^{|U|}$. Zaobserwowanie opinii globalnej, która nie jest elementem zbioru $D(m, G)$, świadczy o naruszeniu zasad przyjętych przy diagnozowaniu systemu. Taką opinię globalną, że $d = (\ddot{0})_{|U|}$ zapisujemy jako d_0 .

Znajomość zbioru $\{\langle d(n), n \rangle : n \in N^m\}$ pozwala określić dla zaobserwowanej opinii globalnej d , zbiór $N^*(d) = \{n \in N^m : d \otimes d(n) \neq \emptyset\}$ alternatywnych stanów niezawodnościowych systemu (zbiór, którego elementem jest rozpoznawany stan niezawodnościowy systemu) pod warunkiem, że liczba niezdatnych elementów systemu nie jest większa niż m , przy czym symbol \otimes oznacza taką operację złożenia wektorów d i $d(n)$, że $[d \otimes d(n) = \emptyset] \Leftrightarrow [\exists i \in \{1, \dots, |U|\} : (d_i(n) \neq x) \wedge (d_i = \bar{d}_i(n))]$
 $([(d \otimes d(n) \neq \emptyset)] \Rightarrow [d \otimes d(n) = d])$.

Mówimy, że struktura G jest strukturą m -detekcyjną (ma zdolność do detekcji stanu niezdatności systemu), jeżeli $N^*(d_0) = n_0$ oraz $(d \neq d_0) \Rightarrow (N^*(d) \subseteq N^m \setminus n_0)$. Struktura G ma zdolność do detekcji stanu niezdatności systemu wtedy i tylko wtedy, gdy ma taką składową silnej spójności $\langle E' \rangle_G$ ($|E'| \geq m+1$), że $\Gamma^{-1}E' = \emptyset$ oraz $\Gamma^{-1}e \neq \emptyset$ ($e \in E$), co wynika stąd, że tylko wówczas $\forall n' \in N^m \setminus n_0 \exists i \in \{1, \dots, |U|\} : d_i(n') = 1$.

Dalej będziemy rozpatrywać struktury, które mają zdolność do detekcji stanu niezdatności.

Zbiór $N(d)$ ($d \in D(m, G) \setminus d_0$) alternatywnych stanów niezdatności będziemy nazywać wnikliwością diagnostyczną struktury G dla opinii globalnej d .

Ocena własności diagnostycznych struktury G wymaga, z reguły, znajomości zbioru $\tilde{N}(m, G) = \{N(d) : d \in D(m, G) \setminus d_0\}$ możliwych alternatywnych stanów niezdatności systemu oraz rozkładu prawdopodobieństwa $\Pr\{N(d) = N'\}$, gdzie $N' \in \tilde{N}(m, G)$. Pożądana jest również znajomość zbioru $D(m, G) \setminus d_0$ oraz rozkładu prawdopodobieństwa $\Pr\{d = d'\}$, gdzie $d' \in D(m, G) \setminus d_0$.

Niech $E^\alpha(d)$ ($\alpha \in \{0, 1\}$) oznacza zbiór tych elementów systemu, które w każdym z alternatywnych stanów niezdatności (dla opinii globalnej d) mają jednakowy stan niezawodnościowy α

$$([e_i \in E^\alpha(d) (i \in \{1, \dots, |E|\})] \Leftrightarrow [\forall n \in N(d) : n_i = \alpha]).$$

Opinia globalna d określa *status niezawodnościowy* elementów zbioru $E^1(d) \cup E^0(d)$. Elementy zbioru $\tilde{E}(d)$ ($\tilde{E}(d) = E \setminus \{E^1(d) \cup E^0(d)\}$) nie mają określonego statusu.

Wektor $n(d) = (n_1(d), \dots, n_{|E|}(d)), n_i(d) \in \{0, 1, x\}$, taki że $(e_i \in E^\alpha(d)) \Rightarrow (n_i(d) = \alpha)$ oraz $(e_i \in \tilde{E}(d)) \Rightarrow (n_i(d) = x)$ nazywamy *bezpośrednią wnikliwością rozpoznania* stanu niezdatności systemu przez opinię globalną d .

Znając $n(d)$, a więc znając zbiór elementów systemu o określonym statusie można (w wielu przypadkach) wyznaczyć tak zwaną *pogłębioną wnikliwość rozpoznania* stanu niezawodnościowego systemu $n^*(d) = (n_1^*(d), \dots, n_{|E|}^*(d)), n_i^*(d) \in \{0, 1, x\}$, bowiem zdalny poprzednik elementu, który nie ma określonego statusu, określa nowy status tego elementu, to jest

$$[(n_j(d) = x) \wedge (\exists \langle e_i, e_j \rangle \in U : n_i(d) = 0)] \Rightarrow [n_j^*(d) = d(\langle e_i, e_j \rangle)].$$

Modele opiniowania diagnostycznego, które służą określeniu wektora $n(d)$ oraz wektora $n^*(d)$, nazywa się odpowiednio *modelem prostym* oraz *modelem typu MM** [11].

2. Klasy struktur opiniowania diagnostycznego

Jeżeli $\forall d \in D(m, G) \setminus d_0 : |N(d)| = 1$, to mówimy, że struktura G jest strukturą (*jednokrokowo*) m -diagnostowalną natomiast, jeżeli struktura G nie jest strukturą (*jednokrokowo*) m -diagnostowalną ($m > 1$), ale $\forall d \in D(m, G) \setminus d_0 : E^1(d) \neq \emptyset$, to mówimy, że jest strukturą *sekwencyjnie* m -diagnostowalną. Strukturę G nazywa się strukturą sekwencyjnie (m, k) -diagnostowalną ($m > k > 1$), jeżeli $(|N(d)| > 1) \Rightarrow (|E^1(d)| \geq k)$.

Dla struktury (*jednokrokowo*) m -diagnostowalnej każda (możliwa) opinia globalna określa status każdego elementu systemu (identyfikuje stan niezawodnościowy systemu), a dla struktury sekwencyjnie m -diagnostowalnej nie identyfikuje każdego stanu niezdatności systemu, lecz określa status co najmniej jednego niezdatnego elementu systemu.

Struktura G jest strukturą (*jednokrokowo*) m -diagnostowalną wtedy i tylko wtedy, gdy $\forall n', n'' \in N^m : d(n') \otimes d(n'') = \emptyset$, bowiem tylko wówczas

$\forall d \in D(m) : |N(d)| = 1$, a więc wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\forall n', n'' \in N^m \exists e' \in E^0(n', n'') : \{\Gamma e'\} \cap \tilde{E}(n', n'') \neq \emptyset, \quad (1)$$

gdzie $E^0(n', n'')$ oraz $\tilde{E}(n', n'')$ oznaczają odpowiednio zbiory tych elementów, które są zdatne zarówno w stanie n' jak i n'' oraz tych, które jeśli były zdatne w stanie n' , to są niezdatne w stanie n'' .

Warunkiem koniecznym [12] istnienia struktury (jednokrokowo) m -diagnostozwalnej jest, aby

$$|E| \geq 2m + 1 \text{ oraz } |\Gamma^{-1}e| \geq m (e \in E), \quad (2)$$

a warunkiem wystarczającym [6] jest aby

$$(\forall 0 \leq p \leq m - 1 \forall E' \subset E : |E'| = |E| - 2m + p) : |\Gamma E'| > p. \quad (3)$$

Z definicji wynika, że struktura G jest strukturą sekwencyjnie m -diagnostozwalną wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\exists n', n'' \in N^m \setminus n_0 : (d(n') \otimes d(n'') \neq \emptyset) \wedge (n' \odot n'' \neq (\ddot{0})_{|E|}), \quad (4)$$

gdzie symbol \odot oznacza iloczyn logiczny wektorów binarnych.

Struktura sekwencyjnie m -diagnostozwalna jest (na mocy definicji) strukturą (jednokrokowo) 1-diagnostozwalną, bowiem $(n', n'' \in N^1 \setminus n_0) \Rightarrow (n' \odot n'' = (\ddot{0})_{|E|})$.

3. Wyznaczanie wnikliwości diagnostycznej struktury OD

Rozpatrzmy wyznaczanie wnikliwości diagnostycznej struktury OD na podstawie wzorca opinii diagnostycznych $W^m(G) = \{\langle d(n), n \rangle : n \in N^m \setminus n_0\}$ struktury.

Jeżeli $|E^1(n)| = 1$, to wzorzec $\langle d(n), n \rangle$ wynika (bezpośrednio) z przyległości węzłów struktury G oraz przyjętej reguły symetrycznego opiniowania, bowiem:

$$\begin{aligned} [(|E^1(n)| = 1) \wedge (e' \in E^1(n))] \Rightarrow [(\forall e'' \in \Gamma e' : d(\langle e', e'' \rangle, n) = x) \wedge \\ \wedge (\forall e''' \in \Gamma^{-1}e' : d(\langle e''', e' \rangle, n) = 1)]; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \forall u''' \in U \setminus \{ \{u' \in U : d(u', n) = x\} \cup \{u'' \in U : d(u'', n) = 1\} \} \\ & : d(u''', n) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Jeżeli $|E^1(n)| > 1$ oraz $E^1(n) = E^1(n') \cup E^1(n'')$ ($n', n'' \in N^m \setminus n_0$), to wzorec $\langle d(n), n \rangle$ można wyznaczyć z wzorców $\langle d(n'), n' \rangle$ i $\langle d(n''), n'' \rangle$, bowiem:

$$\begin{aligned} & (d(\langle e', e'' \rangle, n) = x) \Leftrightarrow (d(\langle e', e'' \rangle, n') = x) \vee (d(\langle e', e'' \rangle, n'') = x); \\ & (d(\langle e', e'' \rangle, n) = 1) \Leftrightarrow (d(\langle e', e'' \rangle, n') = 1) \vee (d(\langle e', e'' \rangle, n'') = 1); \\ & (d(\langle e', e'' \rangle, n) = 0) \Leftrightarrow (d(\langle e', e'' \rangle, n') = 0) \wedge (d(\langle e', e'' \rangle, n'') = 0), \end{aligned}$$

a więc

$$(n = n' \oplus n'') \Rightarrow (d(n) = d(n') \bar{\otimes} d(n'')), \quad (7)$$

gdzie \oplus oznacza sumę logiczną wektorów binarnych, a $\bar{\otimes}$ - taką operację złożenia wektorów $d(n')$ i $d(n'')$, że $(d_i(n') \vee d_i(n'') = x) \Rightarrow (d_i(n) = x)$ oraz $(d_i(n') \neq x) \wedge (d_i(n'') \neq x) \Rightarrow (d_i(n) = d_i(n') \oplus d_i(n''))$ ($i \in \{1, \dots, |E|\}$).

Jeżeli $m > 1$, to $\forall n \in N^m \setminus \{N^1, n_0\} \exists n', n'' \in N^m \setminus n_0 : n = n' \oplus n''$, a więc znając zbiór $\{\langle d(n'), n' \rangle : n' \in N^1 \setminus n_0\}$ i korzystając z zależności (7) można wyznaczyć zbiór $W^m(G)$.

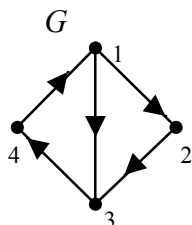
Dla przykładu (rys. 1), z zależności (5) i (6) otrzymujemy $d((1000)) = (x001x)$ oraz $d((0010)) = (01x01)$, a z zależności (7) - $d((1010)) = d((1000)) \bar{\otimes} d((0010)) = (x1x1x)$.

Wektor $d(n)$ ($n \in N^m$) jest podsześcianem $r(d(n))$ - wymiarowym $|U|$ - wymiarowego sześcianu binarnego $H^{|U|}$, gdzie $r(d(n)) = |\{i \in \{1, \dots, |U|\} : d_i(n) = x\}|$.

Podsześciany $d(n')$ i $d(n'')$ wzorca $W^m(G)$ są rozłączne ($d(n') \otimes d(n'') = \emptyset$) wtedy i tylko wtedy, gdy struktura G jest strukturą (jednokrokowo) m -diagnozowalną.

Dla przykładu, struktura G (rys. 1) nie jest strukturą (jednokrokowo) 2-diagnozowalną ($|E| < 2m + 1$), ale jest strukturą (jednokrokowo) 1-diagnozowalną (spełnia warunki (2) i (3)), a więc $\forall n', n'' \in N^1 \setminus n_0 : d(n') \otimes d(n'') = \emptyset$ oraz $d((1000)) \otimes d((1100)) \neq \emptyset$.

Struktura ta, zgodnie z zależnością (4), nie jest też strukturą sekwencyjnie 2-diagnozowalną, bowiem $d((1100)) \otimes d((0011)) \neq \emptyset$.



Tab. 1. Wzorzec $W^2(G)$

| $d(\langle e', e'' \rangle, n)$ | | | | | n | |
|---------------------------------|---|---|---|---|-------|--------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | | e' |
| 2 | 3 | 4 | 1 | 3 | e'' | |
| x | 0 | 0 | 1 | x | | (1000) |
| 1 | x | 0 | 0 | 0 | | (0100) |
| 0 | 1 | x | 0 | 1 | | (0010) |
| 0 | 0 | 1 | x | 0 | | (0001) |
| x | x | 0 | 1 | x | | (1100) |
| x | 1 | x | 1 | x | | (1010) |
| x | 0 | 1 | x | x | | (1001) |
| 1 | x | x | 0 | 1 | | (0110) |
| 1 | x | 1 | x | 0 | | (0101) |
| 0 | 1 | x | x | 1 | | (0011) |

Rys. 1. Struktura G oraz wzorzec $W^2(G)$ opinii diagnostycznych tej struktury

Wzorzec $W^m(G)$ nie pozwala, z wyjątkiem struktur (jednokroково) m -diagnozowalnych, określić (w sposób bezpośredni) wnikliwość diagnostyczną struktury.

Przedstawmy wzorzec $W^m(G)$ w postaci $\Phi^m(G) = \{(\varphi, N(\varphi)) : \varphi \in \Phi(m, G)\}$, gdzie $\Phi(m, G)$ jest takim zbiorem rozłącznych podsześcianów sześcianu $H^{|U|}$, że $\{d(n) : n \in N^m \setminus n_0\} \doteq \Phi(m, G)$ (symbol \doteq oznacza równość zbiorów w sensie podsześcianów 0-wymiarowych) oraz $[N(\varphi) = N' (N' \subseteq N^m \setminus n_0)] \Leftrightarrow [\forall n^* \in N' : d(n^*) \otimes \varphi \neq \emptyset]$.

Zbiór $\Phi^m(G)$ nazywa się wzorcem alternatywnych stanów niezdatności struktury G .

Wzorce $W^m(G)$ i $\Phi^m(G)$ mają taką samą postać wtedy i tylko wtedy, gdy struktura G jest strukturą (jednokroково) m -diagnozowalną.

Aby przekształcić wzorzec $W^m(G)$ do postaci $\Phi^m(G)$ wystarczy (konsekwentnie w każdym wzorcu pośrednim) dowolną parę takich podsześcianów s' i s'' , że $s' \otimes s'' \neq \emptyset$ zastąpić składowymi $s' \setminus s^*$, $s'' \setminus s^*$

i $s^* (s^* = s' \otimes s'')$ przyjmując, że $N(s' \setminus s^*) = N(s')$, $N(s'' \setminus s^*) = N(s'')$ i $N(s^*) = N(s') \cup N(s'')$.

Zauważmy, że we wzorcu $\Phi^m(G)$ mogą wystąpić takie podsześciany φ' i φ'' , że $N(\varphi') = N(\varphi'')$ oraz, że wśród wielu możliwych przekształceń $W^m(G) \rightarrow \Phi^m(G)$ poszukuje się (z reguły) takiego, że liczebność zbioru $\Phi(G)$ jest minimalna.

Zauważmy również, że składową $s' \setminus s^*$ można przedstawić w postaci $r(s') - r(s^*)$ rozłącznych podsześcianów

$$s' \setminus s^* = \{(s'_1, \dots, s'_{i-1}, \bar{s}_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_{|U|}^*) : i \in I(s', s^*)\}, \quad (8)$$

gdzie

$$I(s', s^*) = \{i \in \{1, \dots, |U|\} : (s'_i = x) \wedge (s_i^* \neq x)\} \quad (|I(s', s^*)| = r(s') - r(s^*)).$$

Dla przykładu: $(1x10xx) \setminus (1010x1) = \{(1110x1), (1x10x0)\}$, bowiem $I((1x10xx), (1010x1)) = \{2, 6\}$.

Zauważmy, że warunki rozłączności podsześcianów $d(n')$ i $d(n'')$ można określić bezpośrednio z postaci graficznej struktury G .

Oznaczmy

$$U^-(E^1(n)) = \{u \in U : (e^p(u) \notin E^1(n)) \wedge (e^k(u) \in E^1(n))\} \quad (n \in N^m \setminus n_0),$$

gdzie $e^p(u)$ oraz $e^k(u)$ oznaczają odpowiednio początkowy oraz końcowy węzeł łuku u .

Ponieważ (zgodnie z przyjętą regułą opiniowania diagnostycznego)

$$[u \in U^-(E^1(n))] \Rightarrow [d(u, n) = 1] \text{ oraz}$$

$$[\{e^p(u), e^k(u)\} \cap E^1(n) = \emptyset] \Rightarrow [d(u, n) = 0], \text{ to}$$

$$[d(n') \otimes d(n'') = \emptyset] \Leftrightarrow [(\exists u' \in U^-(E^1(n')) : \{e^p(u'), e^k(u')\} \cap E^1(n'') = \emptyset) \vee (\exists u'' \in U^-(E^1(n'')) : \{e^p(u''), e^k(u'')\} \cap E^1(n') = \emptyset)]. \quad (9)$$

Dla przykładu, z zależności (9) i postaci graficznej struktury G (rys. 1) wynika, że $d((1000)) \otimes d((1010)) = \emptyset$, bowiem $\langle e_2, e_3 \rangle \in U^-(E^1((1010)))$ i $\{e_2, e_3\} \cap E^1((1000)) = \emptyset$.

Tab. 2 przedstawia wzorzec $\Phi^2(G)$ struktury z rys. 1, wyznaczony z wzorca $W^2(G)$ (tab. 1) za pomocą zależności (8). W tablicy tej określono

również status niezawodnościowy $n(\varphi)$ systemu, odpowiadający każdej opinii globalnej, należącej do podsześcianu φ .

Tab. 2. Wzorzec $\Phi^2(G)$ struktury G z rys. 1

| φ | | | | | $N(\varphi)$ | $n(\varphi)$ |
|-----------|---|---|---|---|--------------------|--------------|
| 1 | x | 0 | 0 | 0 | (0100) | |
| x | 0 | 0 | 1 | x | (1000)(1100) | (1x00) |
| 0 | 1 | x | 0 | 1 | (0010)(0011) | (001x) |
| 0 | 0 | 1 | x | 0 | (0001)(1001) | (x001) |
| 1 | 0 | 1 | x | 0 | (1001)(0101) | (xx01) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | (1010)(0101) | (xxxx) |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | (1010) | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | (1010) | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | (0101) | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | (0110)(1001) | (xxxx) |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | (0110) | |
| 1 | 1 | x | 0 | 1 | (0110) | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | (1001) | |
| x | 0 | 1 | 1 | 1 | (1001) | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | (1100)(1010)(0011) | (xxxx) |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | (1100)(1010) | (1xx0) |
| 1 | 1 | 0 | 1 | x | (1100)(1010) | (1xx0) |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | (0011)(1010) | (x01x) |

Wzorzec $\Phi^m(G)$ umożliwia określenie wielu ważnych parametrów diagnostycznych struktury OD, bowiem:

$$\tilde{N}(m, G) = \{N(\varphi) : \varphi \in \Phi(m, G)\}; \quad (10)$$

$$|D(m, G)| = 1 + \sum_{\varphi \in \Phi(m, G)} 2^{r(\varphi)}, \quad (11)$$

gdzie: $r(\varphi)$ - wymiar podsześcianu φ .

Zbiór $D^*(m, G)$, $|U|$ -wymiarowych wektorów binarnych, które nie są dopuszczalnymi (zgodnie z założeniem) opiniami globalnymi, można wyznaczyć zarówno na podstawie wzorca $W^m(G)$ jak i wzorca $\Phi^m(G)$, bowiem

$$\begin{aligned} D^*(m, G) &= \{H^{|U|} \setminus \{(\ddot{0})_{|U|}\}\} \setminus \{(d \otimes d(n)) : n \in N^m \setminus n_0\} = \\ &= \{H^{|U|} \setminus \{(\ddot{0})_{|U|}\}\} \setminus \Phi(m, G), \end{aligned} \quad (12)$$

natomiast wzorzec $\Phi^m(G)$ daje możliwość łatwego wyznaczenia liczebności

tego zbioru, bowiem

$$|D^*(m, G)| = 2^{|U|} - |D(m, G)|. \quad (13)$$

Dla przykładu, dla struktury G (rys. 1) z wzorca $\Phi^2(G)$ (tab. 2) otrzymujemy $\sum_{\varphi \in \Phi} 2^{r(\varphi)} = 28$, a więc (zgodnie z zależnościami (11) i (13))

$$|D^*(m, G)| = 3.$$

Posługując się (zgodnie z zależnością (12)) wzorcem $W^2(G)$ (tab. 1), otrzymujemy $D^*(2, G) = \{(00001), (01000), (01100)\}$.

Jedną z miar własności diagnostycznych struktury G , która nie jest strukturą (jednokrokowo) m -diagnozowalną, może być wektor

$$\beta(m, G) = (\beta_1(m, G), \beta_2(m, G), \beta_3(m, G)), \quad (14)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \beta_1(m, G) &= (|D(m, G)| - 1)^{-1} \sum_{\varphi \in \Phi: n(\varphi) \in N^m \setminus n_0} 2^{r(\varphi)}; \\ \beta_2(m, G) &= (|D(m, G)| - 1)^{-1} \sum_{\varphi \in \Phi: n(\varphi) \in H_{x1}^{|E(G)|}} 2^{r(\varphi)}; \\ \beta_3(m, G) &= (|D(m, G)| - 1)^{-1} \sum_{\varphi \in \Phi: n(\varphi) = (\ddot{x})_{|E(G)|}} 2^{r(\varphi)}, \end{aligned}$$

przy czym $H_{x1}^{|E|}$ oznacza zbiór takich $|E|$ -wymiarowych podsześcianów, które zawierają składową równą x i składową równą 1. Dla przykładu, z tablicy 2 wynika, że dla struktury przedstawionej na rys. 1

$$\beta(2, G) = (11/28, 14/28, 3/28).$$

4. Podsumowanie

Tylko (jednokrokowo) m -diagnozowalne struktury OD gwarantują identyfikowanie stanu niezdatności systemu, to jest określenie statusu niezawodnościowego każdego elementu systemu. Struktury takie są celowo projektowane i dosyć kosztowne, bowiem wymagają znacznej liczby połączeń (testujących) między elementami systemu, a w wielu przypadkach nie są możliwe (ze względów technicznych) do zorganizowania.

Szczególnym rodzajem struktur OD, które nie są strukturami (jednokrokowo) m -diagnostycznymi, są struktury sekwencyjnie m -diagnostyczne, to jest takie, które jeśli nie identyfikują stanu niezdatności systemu, to wskazują, co najmniej, jeden niezdatny element (komputer, procesor) systemu. Struktury takie są starannie dobierane lub mają charakter regularny (na przykład, struktury typu hipersześcianu).

Często eksploatuje się systemy, których struktury OD nie są ani strukturami jednokrokowo, ani też sekwencyjnie m -diagnostycznymi, to jest, mogą (zależnie od wyników globalnego testowania) identyfikować stan niezdatności systemu tylko jego niezdatny element lub nie są w stanie określić statusu niezawodnościowego systemu. Strategia najkorzystniejszego eksploataowania takiego systemu, a więc reguł jego diagnostowania, wymiany niezdatnych elementów oraz (ewentualnej) modyfikacji struktury OD wymaga znajomości wnikliwości diagnostycznej struktury OD systemu.

W artykule przedstawiono sposób wyznaczania wzorca opinii diagnostycznych dla struktury opiniowania diagnostycznego przy stosowaniu symetrycznej reguły opiniowania (reguły PMC) oraz sposób przekształcania tego wzorca do wzorca alternatywnych stanów niezdatności struktury odzwierciedlającego jej wnikliwość diagnostyczną.

Literatura

- [1] Araki T., Shibata Y.: *(t, k) - Diagnosable System: A Generalization of the PMC Models*, IEEE Trans. on Computers, vol. 52, no. 7, pp. 971-975, July 2003.
- [2] Barsi F., Grandoni F., Maestrini P.: *A Theory of Diagnosability of Digital Systems*, IEEE Transactions on Computers, 6, 1976.
- [3] Caruso A., Chessa S., Maestrini P., Santi P.: *Diagnosability of Regular Systems*, J. Algorithms, vol. 1, no. 1, pp. 1-12, 2002.
- [4] Chang G.Y., Chen G.H., Chang G.J.: *(t, k)-Diagnosis for Matching Composition Networks*, IEEE Trans. on Computers, vol. 55, no. 1, pp. 88-92, Jan. 2006.
- [5] Chang C.P., Lai P.L., Tan J.J.M., Hsu L.H.: *Diagnosability of t-Connected Networks and Product Networks under the Comparison Diagnosis Model*, IEEE Trans. on Computers, vol. 53, pp. 1582-1590, 2004.
- [6] Hakimi S.L., Amin A.T.: *Characterization of Connection Assignment of Diagnosable Systems*, IEEE Trans. on Computers, vol. 23, no. 1, pp. 86-88, Jan. 1974.
- [7] Khanna S., Fuchs W.K.: *A Graph Partitioning Approach to Sequential Diagnosis*, IEEE Trans. Computers, vol. 46, no. 1, pp. 39-47, Jan. 1997.

- [8] Kulesza R.: *Struktury samodiagnozowalne w systemach cyfrowych*, Diag'2003: V Krajowa Konferencja Techniczna Urządzeń i Systemów Ustroń, 13-17.10.2003.
- [9] Kulesza R., Zieliński Z., Chudzikiewicz J.: *Reconfiguration of the Ring Structure in a Hypercube Computer Network with Faulty Links*, 9th IMEKO TC-10, International Conference on Technical Diagnostics, 22-24 September, Wrocław, 1999, pp. 159-164.
- [10] Lai P.L., Tan J.J.M., Chang C.P., Hsu L.H.: *Conditional Diagnosability Measures for Large Multiprocessor Systems*, IEEE Trans. Computers, vol. 54, no. 2, pp. 165-175, Feb. 2005.
- [11] Maeng J., M. Malek M.: *A Comparison Connection Assignment for Self-Diagnosis of Multiprocessor Systems*, Digest Int'l Symp.FTC, pp. 173-175, 1981.
- [12] Preparata F.P., Metze G., Chien R.T.: *On the Connection Assignment Problem of Diagnosable Systems*, IEEE Transactions on Computers, vol. 6, 1967.

Determination of a diagnostic resolution of diagnostic opinion structures

ABSTRACT: The paper presents a method used for determination of the pattern of diagnostic opinions for the type PMC diagnostic structure and its disjointed cover. It provides assignment of the system alternative sets of reliability states and the diagnostic resolution of the diagnostic structure.

KEYWORDS: system level diagnosis, diagnosability, diagnostics resolution, reliability status

Recenzent: prof. dr hab. inż. Lesław Będkowski

Praca wpłynęła do redakcji: 26.10.2007 r.