



Wyznaczanie liczb Love'a i Shida z wyników obserwacji laserowych niskich satelitów STARLETTE i STELLA

MARCIN JAGODA¹, MIŁOŚŁAWA RUTKOWSKA^{1,2}

¹Politechnika Koszalińska, Wydział Inżynierii Lądowej, Środowiska i Geodezji,
75-453 Koszalin, ul. Śniadeckich 2, marcin.jagoda@wbiis.tu.koszalin.pl

²Centrum Badań Kosmicznych PAN,
00-716 Warszawa, ul. Bartycka 18a, milena@cbk.waw.pl

Streszczenie. W pracy przedstawiono analizę parametrów sprężystości Ziemi (liczb Love'a i Shida: h_2 , l_2 , k_2 , k_3) wyznaczonych z satelitarnych obserwacji laserowych (SLR) wykonanych w okresie 01.01.2005-01.01.2007 roku do satelitów niskich: STELLA ($H = 800$ km) i STARLETTE ($H = 810$ km).

Wszystkie obliczenia związane z określeniem wartości liczb Love'a i Shida wykonano przy pomocy programu orbitalnego GEODYN II NASA GSFC. Uzyskane wartości parametrów sprężystości wyniosły:

$$h_{2(\text{STELLA})} = 0,6161 \pm 0,0037, l_{2(\text{STELLA})} = 0,0164 \pm 0,0019, k_{2(\text{STELLA})} = 0,3008 \pm 0,0002,$$

$$k_{3(\text{STELLA})} = 0,0883 \pm 0,0069;$$

$$h_{2(\text{STARLETTE})} = 0,6049 \pm 0,0026, l_{2(\text{STARLETTE})} = 0,1148 \pm 0,0012, k_{2(\text{STARLETTE})} = 0,3004 \pm 0,0001,$$

$$k_{3(\text{STARLETTE})} = 0,0699 \pm 0,0064.$$

Parametry sprężystości zostały przeanalizowane pod względem dokładności, stabilności i zbieżności wyznaczenia oraz porównane z wynikami otrzymanymi przez autorów niniejszego opracowania z obserwacji do satelitów LAGEOS-1 ($H = 5860$ km) i LAGEOS-2 ($H = 5620$ km).

Słowa kluczowe: geodezja i kartografia, geodezja satelitarna, parametry sprężystości Ziemi, liczby Love'a i Shida, pomiary SLR

1. Wprowadzenie

Głównym celem niniejszego artykułu jest wyznaczenie i analiza globalnych wartości liczb Love'a i Shida (h_2 , l_2 , k_2 , k_3) w oparciu o obserwacje laserowe wykonane do satelitów niskich: STELLA i STARLETTE w dwuletnim interwale czasowym od epoki początkowej 01.01.2005 roku.

Celem pośrednim jest oszacowanie minimalnego interwału czasu pozwalającego uzyskać stabilność i zbieżność prowadzonych wyznaczeń. Ponadto zostanie przeprowadzona ocena zgodności wartości parametrów sprężystości wyznaczonych z obserwacji satelitów STELLA i STARLETTE oraz LAGEOS-1 i LAGEOS-2 [3, 11].

Niniejsze opracowanie stanowi kontynuację naszych badań przeprowadzonych na podstawie obserwacji laserowych wykonanych do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2, opublikowanych w [4, 11, 12]. Podstawy teoretyczne dotyczące zjawiska sprężystości Ziemi i opisujących go parametrów sprężystości zostały szczegółowo przedstawione przez autorów niniejszego opracowania w [3, 4] oraz [11] i zostaną tu pominięte.

Wyznaczając parametry sprężystości z obserwacji satelitów niskich, przyjęto obserwacje z tego samego interwału czasu oraz zastosowano te same modele sił opisujących ruch satelitów jak we wcześniejszych opracowaniach dla satelitów LAGEOS (z wyjątkiem oporu atmosfery ziemskiej, który uwzględniono tylko dla satelitów niskich oraz stopnia i rzędu rozwinięcia współczynników geopotencjału w modelu pola grawitacyjnego — dla STELLA i STARLETTE przyjęto rozwinięcie do stopnia i rzędu 70×70).

2. Metoda analizy

Proces wyznaczenia parametrów sprężystości Ziemi został przeprowadzony w kilku etapach. Pierwszym było pozyskanie ze światowych baz danych CDDIS i EDC obserwacji laserowych w postaci punktów normalnych wykonanych do satelitów STELLA i STARLETTE w przyjętym przez autorów dwuletnim interwale czasowym: od 01.01.2005 roku do 01.01.2007 roku. Kolejnym etapem było chronologiczne uporządkowanie (według narastającego czasu), a także usunięcie obserwacji zawierających błędy grube. W sumie do obliczeń wykorzystano: 48916 punktów normalnych satelity STELLA oraz 95819 punktów normalnych satelity STARLETTE. Liczba punktów normalnych policzonych w poszczególnych stacjach obserwacyjnych została przedstawiona w tabeli 1. W obliczeniach przeprowadzonych w niniejszej analizie wykorzystano obserwacje wykonane z 18 stacji SLR sieci globalnej. Wybrano stacje, które mają wyznaczone współrzędne z precyzją 1 mm w każdej składowej w układzie ITRF2005 oraz dostarczają obserwacji najwyższej jakości. Ponadto starano się je dobrać w taki sposób, aby były możliwie równomiernie rozmieszczone na całym globie ziemskim.

TABELA 1
Liczba punktów normalnych dla satelitów STELLA i STARLETTE uzyskanych w poszczególnych stacjach obserwacyjnych w okresie 01.01.2005-01.01.2007 roku

Lp.	Nazwa stacji	Numer ID stacji	Liczba punktów normalnych	
			STELLA	STARLETTE
1	Herstmonceux	78403501	2793	6596
2	Yarragadee	70900513	12959	21603
3	Simosato	78383602	2112	3092
4	McDonald	70802419	454	1165
5	Greenbelt	71050725	2088	3988
6	Wettzell	88341001	5445	9541
7	Monument Peak	71100412	3499	6519
8	Hartebeesthoek	75010602	1103	2178
9	Grasse	78353102	125	289
10	Ryga	18844401	89	753
11	Borowiec	78113802	86	1112
12	Changchun	72371901	1666	2091
13	Graz Lustbuehel	78393402	6474	11176
14	Shanghai	78372805	119	194
15	Solar Village	78325501	3340	5797
16	Mount Stromlo	78259001	3434	11394
17	Beijing	72496101	1585	4779
18	Potsdam	78418701	1545	3552

Kolejnym krokiem było utworzenie tygodniowych łuków orbitalnych (zgodnie z [18]). Po podzieleniu obserwacji na łuki orbitalne przystąpiono do wyznaczenia orbit satelitów STELLA i STARLETTE metodą całkowania numerycznego Cowella 11. rzędu [6]. Wstępne, przybliżone wartości elementów orbit (wektory położenia i prędkości) pozyskano z bazy danych NASA. Jako dokładność wyznaczenia orbity została przyjęta końcowa wartość średnich błędów kwadratowych (RMS) residuów ($\rho_i^{Obs} - \rho_i^{Obl}$), czyli różnic pomiędzy odległościami obserwowanymi a obliczonymi z orbity modelowej na momenty obserwacji [11]:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\rho_i^{Obs} - \rho_i^{Obl})^2}{n-1}}, \quad (1)$$

gdzie $i = 1, 2, \dots, n$ — kolejny punkt normalny.

Proces iteracyjny poprawiania orbity kończono, gdy został spełniony następujący warunek:

$$\{\text{RMS}(m) - \text{RMS}(m-1)\} < 0,01 \text{ cm}, \quad (2)$$

gdzie m jest numerem iteracji.

W niniejszej analizie uzyskano następujące wartości RMS residuów dla satelitów STELLA i STARLETTE (dla 104 łuków orbitalnych w ostatniej iteracji): $\text{RMS}(\text{STELLA}) = 3,15 \text{ cm}$, $\text{RMS}(\text{STARLETTE}) = 2,43 \text{ cm}$.

Po uzyskaniu zbieżności procesu iteracyjnego poprawiania orbit zgodnie ze wzorem (2) przystąpiono do wyznaczenia parametrów sprężystości Ziemi. W tym celu zostało utworzone równanie obserwacyjne (3), a następnie rozwiązano je metodą najmniejszych kwadratów Bayesa. Wszystkie niewiadome występujące w równaniu obserwacyjnym zostały wyznaczone we wspólnym wyrównaniu.

$$(\rho_i^{Obs.} - \rho_i^{Obl.}) = - \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \rho_i^{Obl.}}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon + \frac{\partial \rho_i^{Obl.}}{\partial h_2} \Delta h_2 + \frac{\partial \rho_i^{Obl.}}{\partial l_2} \Delta l_2 + \frac{\partial \rho_i^{Obl.}}{\partial k_2} \Delta k_2 + \frac{\partial \rho_i^{Obl.}}{\partial k_3} \Delta k_3 \right\} + d\rho_i^{Obs.}, \quad (3)$$

gdzie:

- $(\rho_i^{Obs.} - \rho_i^{Obl.})$ — residua obserwacji;
- i — numer obserwacji;
- $\Delta \varepsilon$ — poprawki do orbity satelity (n niewiadomych związanych z łukiem orbitalnym, w tym sześciu niewiadomych określających pozycję satelity na epokę początkową łuku);
- Δh_2 — poprawka do liczby Love'a h_2 ;
- Δl_2 — poprawka do liczby Shida l_2 ;
- Δk_2 — poprawka do liczby Love'a k_2 ;
- Δk_3 — poprawka do liczby Love'a k_3 ;
- $d\rho_i^{Obs.}$ — błąd, z jakim została wykonana i -ta obserwacja (uwzględnia wszystkie zakłócenia obserwacji oraz niedokładności stosowanych modeli).

Proces wyznaczenia liczb Love'a i Shida został przeprowadzony z wykorzystaniem metody sekwencyjnej. W fazie pierwszej parametry sprężystości były obliczane oddzielnie dla każdego łuku orbitalnego. Kolejne kroki polegały na dodawaniu łuków jeden po drugim. Za każdym razem parametry sprężystości były na nowo wyznaczone. Ich wartości *a priori* ($h_2 = 0,6078$, $l_2 = 0,0847$, $k_2 = 0,3019$, $k_3 = 0,093$ — tzw. nominalne wartości parametrów sprężystości) zostały przyjęte z *IERS Technical Note No. 36* [9].

Wszystkie obliczenia związane z wyznaczaniem orbit satelitów i parametrów sprężystości Ziemi wykonano z wykorzystaniem systemu programów GEODYN II NASA/GSFC [7]. Zastosowane modele sił zaburzających ruch satelitów zostały zestawione w tabeli 2. Wyznaczając parametry sprężystości, przetestowano kilka modeli pola grawitacyjnego Ziemi: JGM 3, GRIM5-C1, EIGEN-CG01C, EIGEN-GRACE02S, EGM 2008, CSR TEG 4. Zastosowanie różnych modeli nie miało istotnego wpływu na uzyskiwane wartości parametrów sprężystości.

TABELA 2

Modele sił zastosowane w obliczeniach dla satelitów STELLA i STARLETTE

Rodzaje sił	Zastosowane modele
Pole grawitacyjne Ziemi	CSR TEG 4 (7070) [17]
Opór atmosfery ziemskiej	MSIS-86 [2]
Pływy ziemskie i oceaniczne	EGM96 NASA/NIMA [7]
Refrakcja troposferyczna	Marini-Murray [5]
Oddziaływanie grawitacyjne Księżyca i Słońca	Efemeryda DE200 [15, 16]
Oddziaływanie grawitacyjne planet (od Merkury'ego do Neptuna)	Efemeryda DE200 [15, 16]
Ruch płyt tektonicznych	Prędkości roczne stacji przyjęte z ITRF2005 [1]
Precesja, nutacja	IAU2000 [9]
Ciśnienie promieniowania słonecznego	<i>a priori</i> 1,14 [7]

Wyznaczone w pracy liczby Love'a i Shida zostały przeanalizowane pod względem stabilności i zbieżności wyznaczenia. Jako kryterium stabilności przyjęto powtarzalność uzyskiwanych wartości h_2 , l_2 , k_2 , k_3 dla kolejnych łuków orbitalnych będącą na poziomie wielkości błędu średniego wyznaczanego parametru sprężystości.

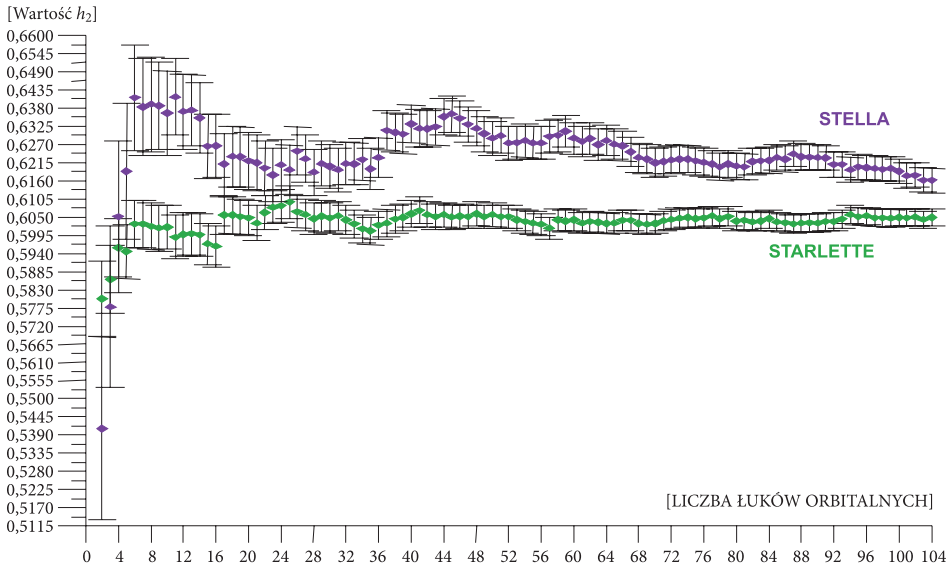
Natomiast jako kryterium zbieżności wyników uzyskanych dla dwu niezależnych satelitów przyjęto założenie, że nie powinny się one różnić o więcej niż 10% wartości danego parametru. Wynika to z analizy dostępnej literatury, np. [8, 10, 13, 14], gdzie maksymalne różnice w uzyskiwanych wartościach parametrów sprężystości są na poziomie 20%. Podobnie przyjęto dopuszczalną różnicę (10%) pomiędzy wyznaczonymi w niniejszej pracy parametrami sprężystości a ich wartościami nominalnymi (*IERS Technical Note No. 36*).

3. Wyniki analizy

1) Liczba Love'a h_2

Zgodnie z rysunkiem 1 globalna wartość liczby Love'a h_2 wyznaczona z obserwacji wykonanych do satelity STELLA wyniosła $0,6161 \pm 0,0037$, natomiast z obserwacji do satelity STARLETTE: $0,6049 \pm 0,0026$. Otrzymane wielkości różnią się od nominalnej wartości parametru h_2 odpowiednio o około 1,4% i 0,5%. Widoczna jest zbieżność

wyników uzyskanych dla obu satelitów — różnica w finalnych wartościach h_2 wynosi 0,0112, czyli około 2%. W odniesieniu do rysunku 1 można przyjąć, że stabilność wyznaczenia parametru h_2 będąca na poziomie jego błędu średniego wyznaczenia nastąpiła po okresie 68 tygodni z przyjętego interwału czasowego dla satelity STELLA oraz 56 tygodni dla satelity STARLETTE.



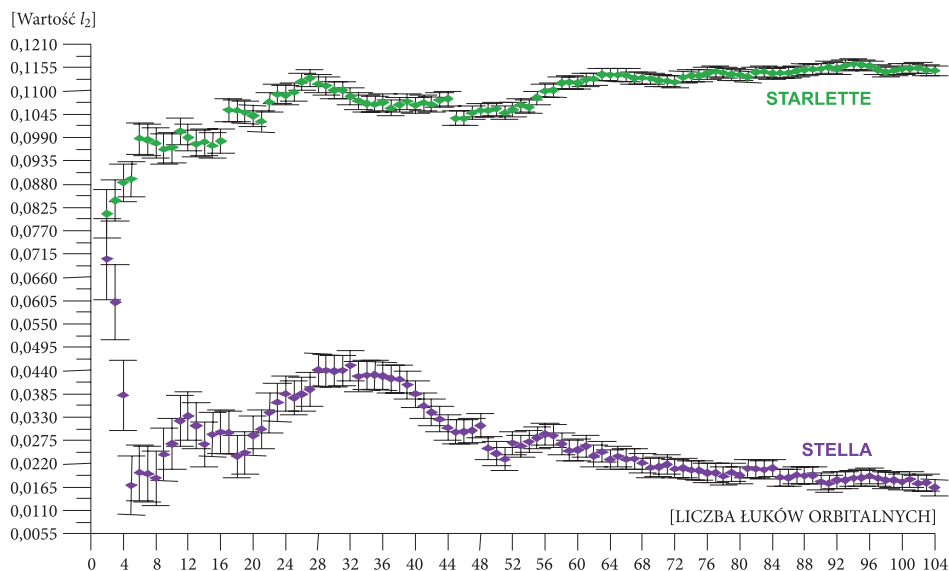
Rys. 1. Zmiana wartości liczby Love'a h_2 (obliczonej z pomiarów SLR do satelitów STELLA i STARLETTE od epoki początkowej 01.01.2005 r.) w zależności od liczby tygodniowych łuków orbitalnych przyjętych w rozwiązaniu

2) Liczba Shida l_2

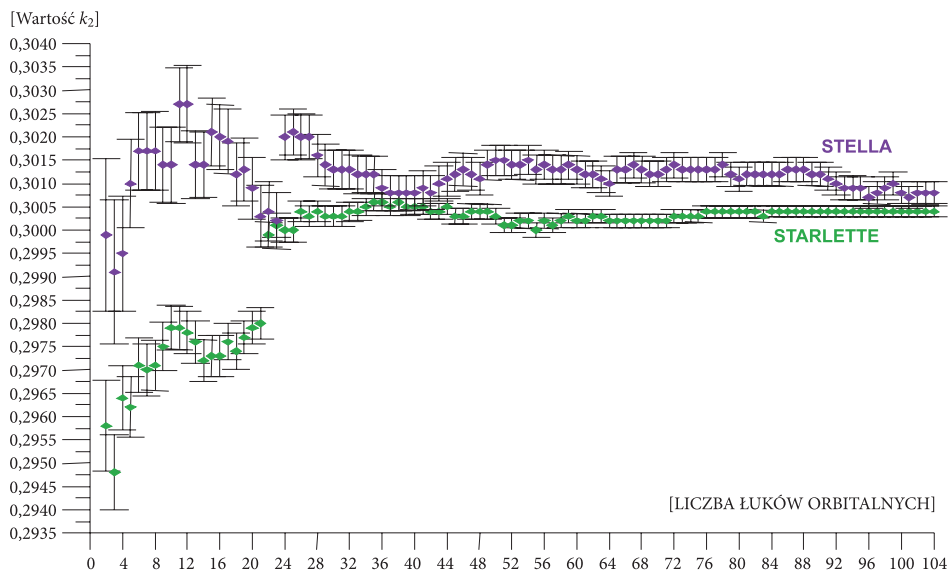
Wyznaczona ze 104 łuków orbitalnych satelitów STELLA i STARLETTE globalna wartość parametru sprężystości l_2 wyniosła odpowiednio: **0,0164±0,0019** i **0,1148±0,0012**. Na powyższych wykresach (rys. 2) widać brak zbieżności wyników dla obu niezależnych satelitów. Różnica pomiędzy otrzymanymi wielkościami a nominalną wartością l_2 wynosi 80% dla STELLA i 36% dla STARLETTE. Z powodu tak dużej rozbieżności nie można przyjąć uzyskanych wyników za wiarygodne i należy wysnuć wnioski o braku możliwości wyznaczenia parametru l_2 z obserwacji wykonanych do tych satelitów w przyjętym interwale czasowym.

3) Liczba Love'a k_2

Wyznaczona z obserwacji do satelity STELLA globalna wartość liczby Love'a k_2 wyniosła: **0,3008±0,0002** i odbiega od jej nominalnej wartości o około 0,4%. Analizując rysunek 3, zauważa się dużą stabilność wyznaczenia parametru k_2 , która nastąpiła już po upływie 24 tygodni z przyjętego dwuletniego interwału.



Rys. 2. Zmiana wartości liczby Shida l_2 (obliczonej z pomiarów SLR do satelitów STELLA i STARLETTE od epoki początkowej 01.01.2005 r.) w zależności od liczby tygodniowych łuków orbitalnych przyjętych w rozwiązaniu



Rys. 3. Zmiana wartości liczby Love'a k_2 (obliczonej z pomiarów SLR do satelitów STELLA i STARLETTE od epoki początkowej 01.01.2005 r.) w zależności od liczby tygodniowych łuków orbitalnych przyjętych w rozwiązaniu

Z kolei uzyskana z obserwacji do satelity STARLETTE wartość parametru k_2 jest równa: **0,3004±0,0001**. Wielkość ta odbiega od nominalnej wartości k_2 o około 0,5%. Również dla satelity STARLETTE widoczna jest bardzo duża stabilność wyznaczenia — począwszy od 84 tygodni z przyjętego interwału wartość k_2 po dodawaniu do obliczeń kolejnych łuków orbitalnych nie ulega już zmianie.

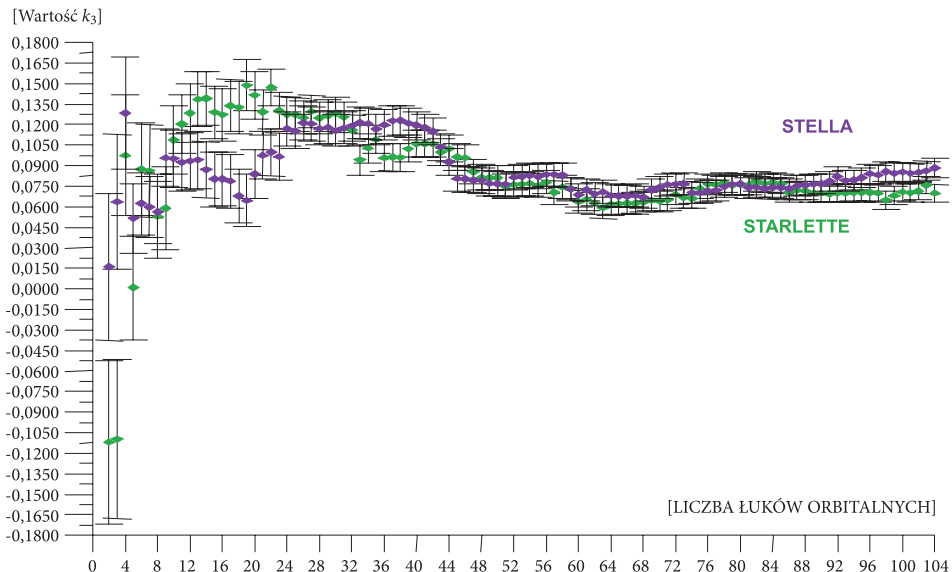
Jak widać na rysunku 3, występuje bardzo duża zbieżność wyników jakie uzyskano dla obu satelitów — ostateczna różnica w finalnych wartościach k_2 wynosi 0,0004, czyli około 0,1%.

4) Liczba Love'a k_3

Globalna wartość liczby Love'a k_3 wyznaczona z obserwacji dla satelitów STELLA i STARLETTE wyniosła odpowiednio: **0,0883±0,0069** i **0,0699±0,0064**. Wielkości te różnią się od jej wartości nominalnej o około 5% dla STELLA i 25% dla STARLETTE.

Zgodnie z rysunkiem 4 można przyjąć, że stabilność wyznaczenia parametru k_3 z obserwacji do satelity STELLA widoczna jest po upływie 72 tygodni z przyjętego interwału.

Zgodnie z założeniem przyjętym w punkcie 2 („METODA ANALIZY”) niniejszego opracowania, duża różnica (25%) pomiędzy nominalną wartością k_3 a tą obliczoną z pomiarów do satelity STARLETTE nie pozwala przyjąć uzyskanej



Rys. 4. Zmiana wartości liczby Love'a k_3 (obliczonej z pomiarów SLR do satelitów STELLA i STARLETTE od epoki początkowej 01.01.2005 r.) w zależności od liczby tygodniowych łuków orbitalnych przyjętych w rozwiązaniu

wielkości k_3 (STARLETTE) za poprawną i świadczy o braku możliwości jej wyznaczenia z obserwacji do tego satelity w przyjętym w opracowaniu interwale czasowym.

Porównując zestawione w tabeli 3 wartości liczb Love'a i Shida: h_2 , l_2 , k_2 , k_3 uzyskane z obserwacji do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 [3, 11] z prezentowanymi w niniejszym opracowaniu wartościami tych liczb obliczonymi z obserwacji do satelitów niskich: STELLA i STARLETTE, widać, że największą zbieżność wyznaczenia otrzymano dla parametru k_2 (najmniejsza różnica w uzyskanych wartościach dla obu grup satelitów występuje dla STELLA i LAGEOS-2 — wynosi ona około 0,07%) i tylko nieco mniejszą dla h_2 (najmniejsza różnica w uzyskanych wartościach dla obu grup satelitów występuje dla STELLA i LAGEOS-1 — wynosi ona około 0,16%). Największą zgodność wyznaczenia parametru k_3 dla obu grup satelitów obserwuje się dla STELLA i LAGEOS-2, dla których różnica w uzyskanych wartościach tego parametru wynosi około 8%. Z kolei bardzo duże różnice otrzymano dla liczby Shida l_2 ; jak już napisano w punkcie 2) „WYNIKÓW ANALIZY” spowodowane jest to brakiem możliwości wyznaczenia tego parametru z obserwacji wykonanych do satelitów STELLA i STARLETTE w przyjętym w opracowaniu interwale czasowym.

TABELA 3

Finalne wartości parametrów sprężystości Ziemi uzyskane z obserwacji laserowych dla satelitów STELLA, STARLETTE, LAGEOS-1 i LAGEOS-2 wykonanych w dwuletnim interwale czasowym od epoki początkowej 01.01.2005 roku

Parametr sprężystości	STELLA	STARLETTE	LAGEOS-1	LAGEOS-2
h_2	0,6161±0,0037	0,6049±0,0026	0,6151±0,0009	0,6154±0,0009
l_2	0,0164±0,0019 (wartość nieakceptowalna)	0,1148±0,0012 (wartość nieakceptowalna)	0,0889±0,0003	0,0876±0,0003
k_2	0,3008±0,0002	0,3004±0,0001	0,3016±0,0001	0,3006±0,0001
k_3	0,0883±0,0069	0,0699±0,0064 (wartość nieakceptowalna)	0,0989±0,0051	0,0810±0,0051

Ponadto zauważa się, że większą zgodność wyników w odniesieniu do nominalnych parametrów sprężystości (*IERS Technical Note No. 36*) otrzymano dla satelitów niskich w przypadku h_2 i k_3 (h_2 dla STARLETTE, k_3 dla STELLA), natomiast w przypadku parametru k_2 dla satelity LAGEOS-1. Prawidłową wielkość parametru l_2 uzyskano tylko z obserwacji satelitów LAGEOS.

Porównując błędy średnie, z jakimi wyznaczono liczby Love'a i Shida z obserwacji do satelitów STELLA i STARLETTE oraz LAGEOS-1 i LAGEOS-2, zauważa się, że mniejsze wartości uzyskano dla satelitów LAGEOS: około 4-krotnie dla h_2 ,

5-krotnie dla l_2 i około 1,5-krotnie dla k_3 . Jedynie parametr k_2 ma taki sam błąd średni wyznaczenia dla obu grup satelitów (z wyjątkiem STELLA). Zarówno dla satelitów LAGEOS jak i dla STELLA i STARLETTE największym błędem średnim obarczony jest parametr k_3 , natomiast najmniejszym parametr k_2 .

Mniejsza dokładność wyznaczenia parametrów sprężystości z obserwacji do satelitów niskich spowodowana jest zapewne wyznaczeniem ich orbit z większymi błędami.

3. Wnioski

1. Globalne wartości parametrów sprężystości Ziemi i ich błędy średnie wyznaczeń uzyskane z obserwacji do satelity STELLA wynoszą: $h_{2(\text{STELLA})} = 0,6161 \pm 0,0037$, $l_{2(\text{STELLA})} = 0,0164 \pm 0,0019$, $k_{2(\text{STELLA})} = 0,3008 \pm 0,0002$, $k_{3(\text{STELLA})} = 0,0883 \pm 0,0069$.
2. Globalne wartości parametrów sprężystości Ziemi i ich błędy średnie wyznaczeń uzyskane z obserwacji do satelity STARLETTE wynoszą: $h_{2(\text{STARLETTE})} = 0,6049 \pm 0,0026$, $l_{2(\text{STARLETTE})} = 0,1148 \pm 0,0012$, $k_{2(\text{STARLETTE})} = 0,3004 \pm 0,0001$, $k_{3(\text{STARLETTE})} = 0,0699 \pm 0,0064$.
3. Obserwuje się brak możliwości wyznaczenia liczby Shida l_2 z obserwacji do satelitów STELLA i STARLETTE w przyjętym interwale czasowym. Otrzymane wartości różnią się od nominalnej wielkości l_2 (przyjętej z *IERS Technical Note No. 36*) odpowiednio o około 80% i 36%.
Zauważa się także brak możliwości wyznaczenia liczby Love'a k_3 w przyjętym interwale czasowym z obserwacji do satelity STARLETTE. Uzyskana wartość różni się od nominalnej wielkości k_3 (przyjętej z *IERS Technical Note No. 36*) o około 25%.
4. Mniejszymi błędami średnimi charakteryzują się parametry sprężystości wyznaczone z obserwacji do satelity STARLETTE. Ma to związek z większą liczbą punktów normalnych tego satelity wykorzystanych w wyznaczeniu.
5. Najszybciej stabilność wyznaczenia uzyskano dla parametru k_2 , jest ona zauważalna już po upływie 24 tygodni dla STELLA i 52 tygodni dla STARLETTE z przyjętego dwuletniego interwału czasowego. Począwszy od 84 tygodni wartość $k_{2(\text{STARLETTE})}$ po dodawaniu do obliczeń kolejnych łuków orbitalnych nie ulega już zmianie.
Stabilność wyznaczenia parametrów h_2 i k_3 jest widoczna po upływie odpowiednio: 68 tygodni ($h_{2(\text{STELLA})}$), 56 tygodni ($h_{2(\text{STARLETTE})}$) oraz 72 tygodni ($k_{3(\text{STELLA})}$) z przyjętego interwału czasowego.
6. Obserwuje się dużą zgodność wyników uzyskanych z obserwacji do satelitów STELLA i STARLETTE oraz LAGEOS-1 i LAGEOS-2 dla parametrów k_2 i h_2 . Mniejsza zgodność występuje dla parametru k_3 .

7. Parametry sprężystości wyznaczone z obserwacji wykonanych do satelitów STELLA i STARLETTE charakteryzują się większymi błędami średnimi wyznaczenia niż parametry uzyskane z obserwacji do satelitów LAGEOS-1 i LAGEOS-2 (z wyjątkiem parametru k_2 , dla którego błąd ten ma taką samą wartość dla STARLETTE, LAGEOS-1 i LAGEOS-2). Dlatego też zagadnienia związane ze sprężystością Ziemi należy badać w oparciu o obserwacje do satelitów LAGEOS, a satelity niskie mogą być pewnym uzupełnieniem materiału obserwacyjnego.
8. Przyjęty w opracowaniu dwuletni interwał czasowy jest wystarczający do zapewnienia stabilności rozwiązania. Może być on dowolnie wydłużany, co jednak nie wpływa już w znaczący sposób na zmianę uzyskanych wartości liczb Love'a i Shida oraz ich błędów średnich, co zostało pokazane w pracy [11].

Praca finansowana ze środków na naukę w ramach projektu badawczego własnego numer: NN 526 152137.

Artykuł wpłynął do redakcji 23.01.2012 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w marcu 2012 r.

LITERATURA

- [1] Z. ALTAMIMI, X. COLLILIEUX, J. LEGRAND, B. GARAYT, C. BOUCHER, *ITRF2005: A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters*, J. Geophys. Res., 112, B09401, DOI: 10.1029/2007JB004949, 2007.
- [2] A.E. HEDIN, *MSIS-86 Thermospheric Model*, Journal of Geophysical Research, 92, Washington, 1987.
- [3] M. JAGODA, *Modelowanie parametrów sprężystych Ziemi na podstawie satelitarnych pomiarów laserowych*, rozprawa doktorska, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, Wydział Geodezji i Gospodarki Przestrzennej, Olsztyn, 2011.
- [4] M. JAGODA, M. RUTKOWSKA, *Badanie parametrów sprężystości Ziemi na podstawie satelitarnych pomiarów laserowych*, Biul. WAT, 60, 3(663), Warszawa, 2011.
- [5] J.M. MARINI, C.W. MURRAY, *Correction of laser range tracking data for atmospheric refraction at elevation above 10 degrees*, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, Preprint X-591-73-351, 1973.
- [6] J.L. MAURY, G.D. BRODSKY, *Cowell type numerical integration as applied to satellite orbit computations*, Goddard Space Flight Center X-533-69-46, Greenbelt, USA, 1969.
- [7] J.J. MCCARTHY, S. ROWTON, D. MOORE, D.E. PAVLIS, S.B. LUTHCKE, L.S. TSAOUSSI, *GEODYN II system operation manual*, 1-5, STX System Corp. Lanham MD 20706, USA, 1993.
- [8] J.X. MITROVICA, J.L. DAVIS, P.M. MATHEWS, I.I. SHAPIRO, *Determination of tidal h Love number parameters in the diurnal band using an extensive VLBI data set*, Geophys. Res. Lett., 21 (8), 1994.
- [9] G. PETIT, B. LUZUM, *IERS Conventions (2010), IERS Technical Note No. 36*, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, 2010.
- [10] R.D. RAY, S. BETTADPUR, R.J. EANES, E.J.O. SCHRAMA, *Geometrical determination of the Love number at four tidal frequencies*, Geophys. Res. Lett., 22 (16), 1995.

- [11] M. RUTKOWSKA, M. JAGODA, *Estimation of the elastic Earth parameters (h_2, l_2) using SLR data*, Advances In Space Research, 46, 2010a.
- [12] M. RUTKOWSKA, M. JAGODA, *Estimation of the elastic Earth parameters using the SLR LAGEOS-1 and LAGEOS-2 data*, Acta Geophysica, 58, 4, Versita, 2010b.
- [13] H. SCHUH, R. HAAS, *Earth Tides in VLBI observations*, Proceedings of the Thirteenth International Symposium on Earth Tides, Brussels, 1998.
- [14] H. SPICAKOVA, J. BOHM, www.hg.tuwien.ac.at/Archiv/Posters/2008_ETS_Spicakowa_etal.pdf, 2008.
- [15] E.M. STANDISH, *Orientation of the JPL Ephemerides, DE200/LE200 to the dynamical equinox of J2000*, Astronomy & Astrophysics, 114, 1982.
- [16] E.M. STANDISH, *The observational basis for JPL's DE200, the Planetary Ephemerides of the Astronomical Almanac*, Astronomy & Astrophysics, 233, 1990.
- [17] B.D. TAPLEY, D.P. CHAMBERS, M.K. CHENG, *The TEG-4 Earth Gravity Field Model*, paper presented at the XXV General Assembly of the European Geophysical Society, Nice, 27 April, 2002.
- [18] M.H. TORRENCE, S.M. KLOSKO, D.C. CHRISTODOULIDIS, *The Construction and Testing of Normal Points at Goddard Space Flight Center*, 5th International Workshop on Laser ranging Instrumentation, Herstmonceux, UK, published by Geodetic Institute, Univ. Bonn, 1984.

M. JAGODA, M. RUTKOWSKA

Determination of Love and Shida numbers using SLR data for the low satellites STARLETTE and STELLA

Abstract. In this paper, an analysis of the elastic Earth parameters (Love and Shida numbers: h_2, l_2, k_2, k_3) derived from the Satellite Laser Ranging (SLR) data for the low satellites: STELLA ($H = 800$ km) and STARLETTE ($H = 810$ km) has been presented. SLR data for the two satellites STELLA and STARLETTE collected over a period of two years from January 1, 2005 to January 1, 2007. All calculations have been made with the use of GEODYN II NASA GSFC software. The adjusted final values of the elastic Earth parameters are the following:

$$h_{2(\text{STELLA})} = 0.6161 \pm 0.0037, l_{2(\text{STELLA})} = 0.0164 \pm 0.0019, k_{2(\text{STELLA})} = 0.3008 \pm 0.0002,$$

$$k_{3(\text{STELLA})} = 0.0883 \pm 0.0069;$$

$$h_{2(\text{STARLETTE})} = 0.6049 \pm 0.0026, l_{2(\text{STARLETTE})} = 0.1148 \pm 0.0012, k_{2(\text{STARLETTE})} = 0.3004 \pm 0.0001,$$

$$k_{3(\text{STARLETTE})} = 0.0699 \pm 0.0064.$$

The obtained values of elastic parameters have been analyzed with regard to accuracy and determination convergence and stability. The adjusted final values h_2, l_2, k_2, k_3 for STARLETTE and STELLA are compared to the estimates we previously published based on the data for satellites LAGEOS-1 ($H = 5860$ km) and LAGEOS-2 ($H = 5620$ km).

Keywords: Geodesy and Cartography, Satellite Geodesy, elastic Earth parameters, Love and Shida numbers, SLR data