



Zastosowanie inżynierii odwrotnej do modelowania wlotu silnika samolotu wielozadaniowego na potrzeby badań przepływowych

STANISŁAW KACHEL, ADAM KOZAKIEWICZ

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki i Lotnictwa, Instytut Techniki Lotniczej,
00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2, skachel@wat.edu.pl, adam.kozakiewicz@wat.edu.pl

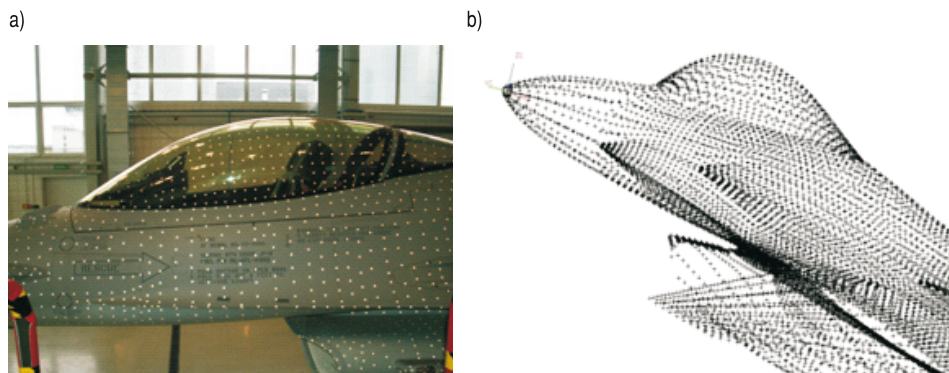
Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę rozwiązania zagadnienia modelowania geometrii fizycznych obiektów metodą inżynierii odwrotnej, która w dużej mierze wykorzystuje nowoczesne systemy projektowania oraz pomiarów współrzędnych punktów stanowiących bazę do opisu wirtualnego modelu. Zaprezentowano metodę parametrycznego opisu geometrii odtwarzanego obiektu, wykorzystując opracowane programy w języku GRIP (dla systemu CAD/CAM/CAE Unigraphics) na bazie teoretycznych rozważań. Zasygnalizowano problem analizy błędów pomiarowych punktów z precyzyjnych pomiarów współrzędnościowych, który może być rozwiązany poprzez zastosowanie analizy odchyłek wzorców-pomiar. Zaprezentowano metodę wyznaczenia funkcji opisujących bazowe krzywe modelowanych zespołów samolotu.

Słowa kluczowe: konstrukcje lotnicze, inżynieria odwrotna, parametryczne modelowanie bryły samolotu, kanały wlotowe lotniczych silników turbinowych

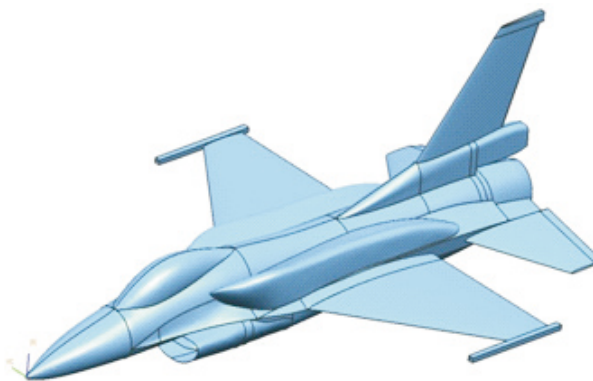
Wstęp

Problemy dobierania krzywych w procesie modelowania na bazie punktów z pomiarów współrzędnościowych (rys. 1) występują na różnych etapach opisu modelu, między innymi w procesie modelowania obiektu wirtualnego, produkcji. Pierwszym etapem w podejściu do opisu modelowanego obiektu jest utworzenie punktów definiujących wirtualny obiekt (rys. 2).

W przypadku rozpoznawania nowej konstrukcji obiekt określa się na drodze analizy jego walorów aerodynamicznych, osiągowych, niezawodnościowych w procesie eksploatacji. Aby odpowiedzieć na pytania dotyczące własności aerodynamicznych



Rys. 1. Etapy odtwarzania geometrii samolotu: a) obiekt rzeczywisty z markerami [8]; b) punkty pomiarowe



Rys. 2. Model geometryczny samolotu

i wytrzymałościowych, należy przeprowadzić proces matematycznego opisu powierzchni definiujących bryłę samolotu. Wymagana dokładność opisu krzywych lub powierzchni zależy od potrzeb zastosowania modelowanych obiektów, natomiast rozwiązanie wszystkich związanych z tym problemów zależy od metodologii budowania modelu, od aproksymacji lub interpolacji krzywych rozpiętych na bazie punktów z pomiarów współrzędnościowych. Z analitycznego punktu widzenia problemy interpolacji są łatwiejsze do rozwiązania, ale zastosowanie mechanizmu aproksymacji jest bliższe rzeczywistości. Kompromisem pomiędzy tymi dwiema metodami jest wybór zbioru punktów, który można określić poprzez selekcję, tworząc zbiór punktów definicyjnych.

Aby otrzymać zadowalające obrazy krzywych czy powierzchni, należy rozwiązać pewne problemy z geometrii analitycznej. Często zagadnieniem krytycznym jest wybór formy funkcji matematycznych użytych w doborze krzywych. W wiodących systemach projektowania i analizy obiektów zastosowanie znalazły funkcje przedziałami wielomianowe. W aproksymacjach należy również uwzględnić wybór

kryterium jakości aproksymacji. W większości systemów problem ten jest rozwiązany poprzez podanie odległości krzywej czy powierzchni od punktu. Problem doboru powierzchni lub krzywej zawsze wiąże się z pewnym kompromisem pomiędzy tym, co jest wymagane, a tym, co jest możliwe do wyznaczenia.

1. Budowanie krzywych za pomocą funkcji sklejanych

Ogólnie wyrażenie na funkcję przedziałami wielomianową zapisujemy w następującej postaci:

$$\begin{aligned} p(x) &= p_i(x); & x_i \leq x \leq x_{i+1}; & \quad i = 0, 1, \dots, k-1; \\ p_i^{(j)}(x_i) &= p_{i+1}^{(j)}(x_i); & j = 0, 1, \dots, r-1; & \quad i = 1, 2, \dots, k-1. \end{aligned} \quad (1)$$

Punkty x_1, \dots, x_{k-1} dzielące przedział $[a, b]$ na k przedziały są zwykle nazywane punktami załamania (*break points*). Punkty krzywej dla tych wartości x nazywa się zwykle węzłami. Często stosuje się zapis $x_0 = a$, $x_k = b$. Funkcje $p_i(x)$ są wielomianami stopnia m lub mniejszego. Ograniczenie nieciągłości w punktach załamania wyrażane jest przez drugi zbiór równań, gdzie $p_i^{(0)}(x)$ odpowiada $p_i(x)$, a $p_i^{(j)}$ ($j > 0$) odpowiada j -tej pochodnej $p(x)$. Często używa się $r = 0$ dla oznaczenia warunków brzegowych. Jeżeli $r = 1$, otrzymujemy funkcję ciągłą, ale bez warunków na jej pochodne, natomiast jeżeli $m = r + 1$, to mamy pojedynczy wielomian dla przedziału $[a, b]$, a z tego wynika $r = m$ i w takim przypadku uzyskujemy maksymalną liczbę warunków dających nietrywialną funkcję przedziałami wielomianową.

Funkcją sklejaną prostą nazywamy funkcję przedziałami wielomianową opisaną równaniem (6.1) dla $r = m$, gdzie odpowiednio $r = 1, 2$ i 3 określa funkcję sklejaną liniową, kwadratową i sześcienną. Ważnym problemem przy zastosowaniu funkcji sklejanych jest wybór liczby i położenia punktów załamania. Najprostszym sposobem stawiania warunków brzegowych dla funkcji sklejaney jest przyjęcie krotności punktów łączenia tzn. $x_i = x_{i+1}$, co oznacza, że liczba warunków automatycznie zmniejszy się o jeden. Gdy punkty łączenia zwielokrotnią się $r + 1$ razy, wówczas wszystkie warunki zostają wyeliminowane. Wprowadzenie krotności punktów łączenia w celu otrzymania funkcji sklejanych ma szerokie zastosowanie praktyczne w komputerowych systemach projektowania i wytwarzania (CAD/CAM).

Stosując zalecane uproszczenie warunków brzegowych, umożliwia się uproszczenie skomplikowanej analizy stosowania funkcji sklejanych. Alternatywna postać funkcji (1) daje następujące równanie

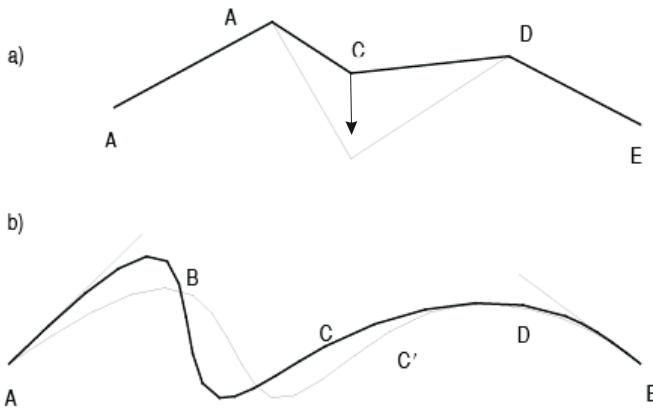
$$p(x) = p_1(x) + \sum_{i=1}^{k-1} q_i (x - x_i)_+^m, \quad (2)$$

gdzie funkcja $(x - x_i)_+^m$ odpowiada $(x - x_i)^m$, gdy $(x - x_i) > 0$ i 0, gdy $(x - x_i) \leq 0$. Zakładając, że funkcja $(x - x_i)^m$ i jej pierwsze $m - 1$ pochodne są zerowe dla $(x - x_i) = 0$, a więc funkcja $p(x)$ i jej pierwsze $m - 1$ pochodne są ciągłe we wszystkich punktach załamania. Czynniki q_i jest proporcjonalny do liczby nieciągłości m -tej pochodnej liczonych w punktach x_i i dlatego funkcja określona równaniem (2) ma te same własności co funkcja dana równaniem (1) dla $r = m$.

$$p_j(x) = p_1(x) + \sum_{i=1}^j q_i (x - x_i)_+^m. \quad (3)$$

Równanie (2) ma tylko $(m + 1) + (k - 1) = m + k$ parametrów niezależnych, czyli minimalną liczbę. Postać (2) ma strukturę wielomianu, co sprawia, że jest dogodny do stosowania w systemach komputerowych do opisu skomplikowanych kształtów współczesnych konstrukcji lotniczych.

Z równania (3) można wyciągnąć wniosek, że aby zmodyfikować funkcję w pewnym przedziale zmieniając wartość q_i w jego dowolnym końcu, należy zmienić reprezentację funkcji we wszystkich jego następnym podprzedziałach. W praktyce działa się inaczej, wykorzystując własności funkcji (1), decydując się na zachowanie położenia węzłów A i E (rys. 3) oraz stycznych w tych węzłach tak, by pozostała część funkcji sklejanej nie uległa zmianie.



Rys. 3. Miejskowy charakter funkcji sklejanych: a) dla $m = 1$ (zmiana w dwóch przyległych przedziałach); b) dla $m = 2$ (zmiany występują w czterech przedziałach)

Dużą wadą przedstawionych funkcji sklejanych (2) jest fakt, że powodują one numeryczną niestabilność dla pewnych zagadnień aproksymacji (mały promień krzywizny). Z tych powodów w wielu zastosowaniach praktycznych używa się innej formy opisu krzywej, a mianowicie funkcji zwanych B-funkcjami sklejany.

Zastosowanie funkcji sklejanych w systemach komputerowego projektowania dało możliwość wykorzystania parametrycznego podejścia do procesu modelowania wirtualnych obiektów.

B-funkcje sklepane mają wartość zerową we wszystkich podprzedziałach parametryzacji z wyjątkiem $m + 1$. Funkcje takie można zdefiniować rekurencyjnie w sposób następujący [1]:

$$N_{i,0}(x) = \begin{cases} 1 & x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{dla pozostałych } x. \end{cases} \quad (4)$$

B-funkcja sklejana stopnia m w przedziale $[x_i, x_{i+m+1}]$ jest zdefiniowana jako

$$N_{i,m}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+m} - x_i} N_{i,m-1}(x) + \frac{x_{i+m+1} - x}{x_{i+m+1} - x_{i+1}} N_{i+1,m-1}(x). \quad (5)$$

Uwzględniając równania (4) i (5), można znaleźć jawną postać B-funkcji sklepanej dowolnego stopnia bezpośrednio wykorzystywanych w algorytmach kreślenia krzywych w systemach CAD. Dla B-funkcji sklepanej liniowej

$$N_{i,1}(x) = \begin{cases} \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} & x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ \frac{x_{i+2} - x}{x_{i+2} - x_{i+1}} & x_{i+1} \leq x \leq x_{i+2}. \end{cases} \quad (6)$$

Dla B-funkcji sklepanej kwadratowej

$$N_{i,2}(x) = \frac{(x - x_i)^2}{(x_{i+2} - x_i)(x_{i+1} - x_i)} \quad \text{dla } x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad (7a)$$

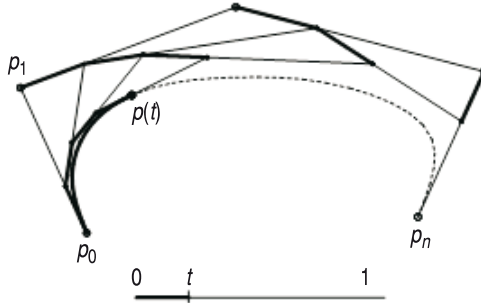
$$N_{i,2}(x) = \frac{(x - x_i)(x_{i+2} - x)}{(x_{i+2} - x_i)(x_{i+2} - x_{i+1})} + \frac{(x_{i+3} - x)(x - x_{i+1})}{(x_{i+3} - x_{i+1})(x_{i+2} - x_{i+1})} \quad (7b)$$

dla $x_{i+1} \leq x \leq x_{i+2}$,

$$N_{i,2} = \frac{(x_{i+3} - x)^2}{(x_{i+3} - x_{i+1})(x_{i+3} - x_{i+2})} \quad \text{dla } x_{i+2} \leq x \leq x_{i+3}. \quad (7c)$$

2. Zastosowanie algorytmu de Casteljau do procedury tworzenia krzywych w systemie CAD

Dla dowolnego ciągu $n + 1$ punktów pomiarowych p_0, \dots, p_n rozważamy łamaną, której kolejnymi wierzchołkami są wybrane punkty z przestrzeni pomiarowej. Dokonujemy podziału wszystkich n odcinków tej łamanej w pewny ustalony sposób w proporcji $(t : 1 - t)$. Dla tak przyjętego podziału odcinków otrzymujemy n punktów, które uznajemy za wierzchołki kolejnej łamanej złożonej z $n - 1$ odcinków. Proces ten powtarzamy, aż otrzymamy jeden punkt $p(t)$ (rys. 4). Dalszy proces tworzenia krzywej przez punkty pomiarowe odbywa się w kolejnych zmianach parametru t .



Rys. 4. Algorytm wyznaczania punktów $p(t)$ krzywej definicyjnej powierzchni samolotu na bazie punktów pomiarowych

Powyższy algorytm można zastosować w procedurach języka GRIP do generowania geometrii modelowanych obiektów w następujący sposób [7]:

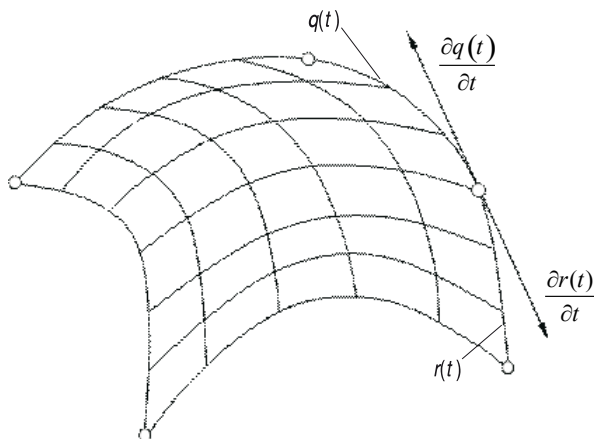
Zamieszczona procedura uwzględnia punkty kontrolne, sprowadzając łamane (rys. 4) do punktów $p(t)$ w proporcji podziału odcinków łamanej $(t : 1 - t)$. Konstrukcja krzywej uwzględnia fakt przekształceń punktów w przestrzeni, a tym samym obiektów z nimi związanych funkcjami konstruowania krzywych. Operacje przekształceń obiektów uwzględnione zostały w procedurze transform. Poniżej została przedstawiona procedura przesunięcia równoległego jako reprezentant przekształceń afinicznych.

```

§§ PRZEKSZTAŁCENIE AFINICZNE (TRANSLACJA o Z)
MAT2=MATRIX/TRANSL, 0, 0, Z
P1 (K) =TRANSF/MAT2, P (K) , MOVE

```

Opis geometrii obiektu o zróżnicowanym stopniu trudności odwzorowywanego obiektu wymaga uzupełnienia algorytmu tworzenia obiektu o procedurę łączenia segmentów krzywych utworzonych na punktach z pomiarów celem utworzenia ciągłej krzywej przekroju.



Rys. 5. Łączenie segmentów krzywych

Założenia konieczności stosowania algorytmu łączenia krzywych są następujące:

- dla wybranych punktów p_0, \dots, p_n z pomiarów można utworzyć krzywą p stopnia n . Wykorzystując algorytm de Casteljau, dokonujemy podziału krzywej na łuki $q(t)$ i $r(t)$ (rys. 5);
- edycja punktów q_0, \dots, q_{n-k-1} krzywej $q(t)$ oraz punktów r_{k+1}, \dots, r_n krzywej $r(t)$ nie powoduje zmiany pochodnych w punkcie łączenia. Jeżeli dwie krzywe $q(t)$ i $r(t)$ są połączone z warunkiem ciągłości C^k , to punkty pośrednie w algorytmie stanowiące dane dla ostatnich $k+1$ iteracji poszukiwania krzywej zdążającej do rozwiązania teoretycznego powinny być identyczne niezależnie od tego, czy odtwarzamy je na podstawie krzywej $q(t)$, czy $r(t)$. Proces ten prowadzi do powstania krzywej B -sklejanej stanowiącej rozwinięcie krzywej Beziera. Proces generowania krzywych uwzględniający warunek ciągłości C^k zamieszczono w procedurze styczny [7]:

```

...
SP (N) =SPLINE/P (NUM. . NUM+DELTA) , TANTO, SP (N-1)
SP (N) =SPLINE/P (NUM. . NUM+DELTA)
...

```

3. Dobieranie powierzchni i tworzenie jej obrazu

Tworzenie powierzchni obiektu trójwymiarowego jest ważnym zagadnieniem w algorytmach systemów graficznych, które mają umożliwić użytkownikowi wizualizację obiektów wirtualnych z różnych scen obserwacji.

Przy modelowaniu obiektu w postaci równań opisujących powierzchnie o skomplikowanych kształtach, proces ten jest realizowany aproksymacją wycinkową. Najprostszą aproksymacją wycinkową jest aproksymacja liniowa wielościanu z trójkątnymi ścianami. Tego typu aproksymacja wycinkowa-liniowa jest stosowana w generatorach siatek MES obiektów powierzchniowych i przestrzennych.

O ile stosowanie aproksymacji wycinkowej liniowej do określenia topologii MES jest słuszne, to w przypadku odwzorowania geometrii obiektu metoda ta jest nieskuteczna, ponieważ pojawia się problem utrzymania krzywizny odwzorowanego obiektu. Aby rozwiązać ten problem, należy zastosować inną metodę polegającą na zdefiniowaniu zbioru krzywych leżących na odwzorowywanej powierzchni i następnie zdefiniowanie interpolacyjnych wycinków powierzchniowych związanych z tymi krzywymi. Ważną rolę w wyborze matematycznej postaci reprezentacji powierzchni odgrywa potrzeba rozwiązywania niektórych problemów występujących w procesie tworzenia obiektów wirtualnych, takich jak np. poszukiwanie przecięcia dwóch powierzchni. Z punktu widzenia wykonania tej operacji naturalne byłoby zastosowanie do tego celu płaszczyzn, ale przy dużej liczbie wycinków powierzchniowych koszt ogólny obliczeń może być dominujący.

Ogólnie dowolną powierzchnię można opisać za pomocą równania w postaci:

$$\text{jawnej} \quad z = f(x, y), \quad (8a)$$

$$\text{uwikłanej} \quad F(x, y, z) = 0, \quad (8b)$$

$$\text{parametrycznej} \quad x = X(u, v), \quad y = Y(u, v), \quad z = Z(u, v). \quad (8c)$$

Najbardziej dogodna postać do opisu obiektów wirtualnych to postać parametryczna. Jednak często do zastosowań analitycznych obiektów wirtualnych użyteczna jest postać uwikłana. Służy ona do wyznaczania równania normalnej do powierzchni w danym punkcie. Ponieważ $F(x, y, z)$ jest stała, to jej różniczka zupełna będzie równa zeru

$$\frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \frac{\partial F}{\partial z} dz = 0, \quad (9)$$

gdzie dx, dy, dz — reprezentują składowe wektora stycznego do powierzchni, który może być wykorzystany do sterowania kształtem opisanej powierzchni. Równanie (9) należy interpretować jako iloczyn skalarny wektora, którego składowymi są pochodne cząstkowe i wektora stycznego do powierzchni.

Mechanizm tworzenia powierzchni rozpinanych bazuje na interpolacji liniowej pomiędzy krzywymi. Niech $P(0, v)$ i $P(1, v)$ będą równaniami dwóch krzywych przestrzennych. Dla tak sformułowanych założeń powierzchnię rozpinaną określimy jako:

$$S(u, v) = (1 - u) P(0, v) + uP(1, v). \quad (10)$$

Inaczej mówiąc, powierzchnia jest tworzona przez odcinek prostej przesuwaną się wzdłuż krzywych. Równanie to jest wykorzystywane do tworzenia algorytmów zapisu powierzchni w systemach komputerowych.

W systemie Unigraphics zapis powierzchni prostokątnej możemy określić procedurą języka GRIP (*Graphics Interactive Programming*) dla systemu CAD/CAM/CAE [7].

```

...
SPL(1)=SPLINE/PT(1..4)
MATX1=MATRIX/TRANSL,0,0,100
SPL(2)=TRANSF/MATX1,SPL(1)
MATX11=MATRIX/TRANSL,0,0,-100
SPL(3)=TRANSF/MATX11,SPL(1)
LRD(1)=RLDSRF/SPL(2),,SPL(3)
...

```

4. Powierzchnie Coonsa

Coons S.A. zaproponował określenie elementarnej powierzchni rozpiętej pomiędzy czterema krzywymi poprzez redukcję $P(u, v)$ do parametrycznej postaci krzywej przestrzennej dla stałego u lub v . Wycinek powierzchniowy jest tworzony przez złożenie krzywych krawędziowych $P(u, 0)$, $P(u, 1)$, $P(0, v)$, $P(1, v)$ w następujący sposób:

$$S(u, v) = P(u, 0)(1 - v) + P(u, 1)v + P(0, v)(1 - u) + P(1, v)u + \\ - P(0, 0)(1 - u)(1 - v) - P(0, 1)(1 - u)v - P(1, 0)u(1 - v) - P(1, 1)uv. \quad (11)$$

Cztery ostatnie składniki są konieczne, aby zapobiec dwukrotnemu liczeniu przecięć par czterech krzywych.

$$S(u, 0) = P(u, 0) + P(0, 0)(1 - u) + P(1, 0)u - P(0, 0)(1 - u) + \\ - P(1, 0)u = P(u, 0). \quad (12)$$

Podobna sytuacja zachodzi dla $S(u, 1)$, $S(0, v)$, $S(1, v)$. Równanie (11) wraz z (12) gwarantuje, że powierzchnia będzie ciągła, ale niekoniecznie gładka. Aby zapewnić gładkość powierzchni, należy przekształcić równanie (11) do postaci

$$\mathbf{P}_1(v) = \begin{bmatrix} P(0, v) \\ P(1, v) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_2(u) = \begin{bmatrix} P(u, 0) \\ P(u, 1) \end{bmatrix} \quad (13a)$$

oraz utworzyć macierz przedziału parametryzacji

$$\mathbf{b}(u) = \begin{bmatrix} 1-u \\ u \end{bmatrix}, \quad (13b)$$

wykorzystując (13), równanie (11) przyjmie postać

$$S(u, v) = \mathbf{b}^T(u) \mathbf{P}_1(v) + \mathbf{P}_2^T(u) \mathbf{b}(v) - \mathbf{b}^T(u) \mathbf{M} \mathbf{b}(v), \quad (14)$$

gdzie \mathbf{M} jest macierzą o elementach $M_{ij} = P(i, j)$.

Równanie (14) opisuje elementarny płatek powierzchni, wyprowadzony w oparciu o założenie funkcji liniowych definiujących krawędzie powierzchni. Powyższe równanie można uogólnić na dowolne funkcje definiujące krawędzie powierzchni poprzez modyfikację macierzy $\mathbf{b}(u)$ do postaci

$$\mathbf{b}(u) = \begin{bmatrix} b_0(u) \\ b_1(u) \end{bmatrix} \quad (15)$$

dla dowolnej funkcji $b_i(u)$ o następujących własnościach

$$b_i(u) = \delta_{iu}, \quad (16)$$

jeżeli funkcje w równaniu (15) będą przyjęte dowolnie na przykład w postaci:

$$\begin{aligned} b_0(u) &= \cos^2\left(\frac{\pi}{2}u\right) \\ b_1(u) &= \sin^2\left(\frac{\pi}{2}u\right), \end{aligned} \quad (17)$$

natomiast współrzędne punktów definiujących wierzchołki powierzchni będą mieć postaci

$$\mathbf{P}_1(0,0,0), \mathbf{P}_2(0,1,0), \mathbf{P}_3(1,0,0), \mathbf{P}_4(1,1,1). \quad (18)$$

Jeżeli krzywe ograniczające są liniami prostymi z przecięciami w punktach (18), to dla współrzędnych x, y, z otrzymujemy równanie

$$\begin{aligned} P(u, 0) &= uP_3, & P(u, 1) &= uP_4 + (1-u)P_2, \\ P(0, v) &= vP_2, & P(1, v) &= vP_4 + (1-v)P_3. \end{aligned} \quad (19)$$

Korzystając z równania (11) dla dowolnie przyjętych funkcji (17), otrzymujemy równanie powierzchni Coonsa zdefiniowane przez te punkty:

$$\begin{aligned}
S(u, v) = & \cos^2\left(\frac{\pi}{2}v\right)uP_3 + \sin^2\left(\frac{\pi}{2}v\right)[uP_4 + (1-u)P_2] + \cos^2\left(\frac{\pi}{2}u\right)vP_2 + \\
& + \sin^2\left(\frac{\pi}{2}u\right)[vP_4 + (1-v)P_3] - \cos^2\left(\frac{\pi}{2}u\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{2}v\right)P_2 + \\
& - \cos^2\left(\frac{\pi}{2}v\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{2}u\right)P_3 - \sin^2\left(\frac{\pi}{2}u\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{2}v\right)P_4 - 0.
\end{aligned} \quad (20)$$

Dla tak zdefiniowanej powierzchni (20) jej współrzędne otrzymujemy z następujących formuł (21):

$$\begin{aligned}
x(u, v) = u, \quad y(u, v) = v, \\
z(u, v) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}v\right)u + \sin^2\left(\frac{\pi}{2}u\right)v - \sin^2\left(\frac{\pi}{2}u\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{2}v\right).
\end{aligned} \quad (21)$$

Aby uzyskać powierzchnie gładkie, możemy interpolować względem krzywych $P(u, v)$ oraz względem ich pochodnych. Taką operację można wykonać, dodając dwa dodatkowe składniki do każdego z wektorów z równania (13). Składniki reprezentujące pochodne funkcji odpowiedzialne za ciągłość między poszczególnymi płatkami powierzchni oraz drugie pochodne funkcji odpowiedzialne za utrzymanie gładkości powierzchni opisane macierzami

$$\mathbf{P}_1(v) = \begin{bmatrix} P(0, v) \\ P(1, v) \\ P^u(0, v) \\ P^u(1, v) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_2(u) = \begin{bmatrix} P(0, u) \\ P(1, u) \\ P^v(0, u) \\ P^v(1, u) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}(u) = \begin{bmatrix} b_{00}(u) \\ b_{01}(u) \\ b_{10}(u) \\ b_{11}(u) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Zakładając, że

$$b_{ji}^k = \delta_{kj} \delta_{iu} \quad (23)$$

dla liczby całkowitej u , oraz $k = 0$, jeżeli nie jest uwzględniana pochodna i $k = 1$

$$b_{00}(0) = 1, \quad b_{01}(1) = b_{00}''(0) = b_{00}''(1) = 0, \quad (24)$$

gdzie $b_{0i}(u)$ jest funkcją dla krzywych, a $b_{1i}(u)$ jest funkcją nachyleń tych krzywych. Wartość $\delta_{kj} = 1$ w następujących przypadkach: $k = j = 0$, co odpowiada pierwszym dwóm składnikom wektora $\mathbf{b}(u)$ oraz $k = j = 1$, co odpowiada ostatnim dwóm składnikom wektora $\mathbf{b}(u)$. Przy tych założeniach macierz \mathbf{M} jest określona następująco:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} P(0,0) & P(0,1) & P^v(0,0) & P^v(0,1) \\ P(1,0) & P(1,1) & P^v(1,0) & P^v(1,1) \\ P^u(0,0) & P^u(0,1) & P^{uv}(0,0) & P^{uv}(0,1) \\ P^u(1,0) & P^u(1,1) & P^{uv}(1,0) & P^{uv}(1,1) \end{bmatrix}, \quad (25)$$

gdzie:

$$P^{uv} = (0, 0) = \frac{\partial^2 P(u, v)}{\partial u \partial v} \Big|_{\substack{u=0 \\ v=0}}$$

pozostałe wyrazy macierzy należy czytać analogicznie. Kontrolę krzywizny powierzchni realizujemy w oparciu o procedurę [7]:

```

...
PARAM/' POKAJ U, POKAJ V', ' PARAMETR U=' , U, $
'PARAMETR V=' , V, RSP
JUMP/L30:, L40:, , RSP
A=SNORF (SRF (1) , U, V)
B=SNORF (SRF (1) , U, V)
...

```

Podstawiając zależności (22) i (25) do (14), otrzymamy równanie elementarnego płata powierzchni Coonsa w zapisie macierzowym dla dowolnych funkcji przechodzących przez cztery punkty niewspółliniowe [7], które można wyznaczyć za pomocą poniższej formuły.

```

...
DO/A11:, I, 1, M
  SPL2 (I) =BCURVE/FIT, PTS1 (I, 1..N) , TOLER, 0.02
A11:
DO/A111:, J, 1, N
  SPL1 (J) =BCURVE/FIT, PTS1 (1..M, J) , TOLER, 0.02
A111:
SRF (1) =SSURF/PRIMA, SPL1 (1..N) , CROSS, SPL2 (1..M)
TERM:
...

```

Wizualizacja opisanych powierzchni bazuje na metodach, które korzystają z ogólnie przyjętych standardów graficznych. Obecnie stosowane modele wizualizacji powierzchni obiektu wirtualnego swoją genezę odnajdują w pierwszych algorytmach wizualizacji 3D, a więc w modelach: Flat, Phonga, fotografii [9]. Wykorzystanie algorytmów wizualizacji 3D daje możliwość precyzyjnej obserwacji modelowanego obiektu.

5. Idea parametrycznego modelowania struktur lotniczych

Koncepcja parametrycznego modelowania musi być powiązana z modułami optymalizacji programowej lub z możliwością wykonania zmian na etapie odtwarzania obiektu, uwzględniając poszczególne zespoły składowe statku powietrznego [1].

Parametryczne odtwarzanie struktur lotniczych ma wiele zalet, takich jak łatwość modyfikowania elementu składowego statku powietrznego poprzez zmianę podstawowego parametru modelowanego obiektu. Jednak najważniejszym elementem modelowania parametrycznego jest proces uzależnienia parametrów elementów składowych od warunków brzegowych innych zespołów składowych.

W związku z tym model musi być opisany jednoznacznie, a zastosowanie parametrów przy opisie bryły powinno umożliwić łatwe modyfikowanie geometrii statku powietrznego. Operacje modyfikacji wirtualnego obiektu ułatwia utworzenie tzw. „modelu głównego”.

Model główny (*Master Model*) stanowi element składowy struktury złożenia lub sam jest obiektem wyjściowym do dalszych analiz geometrycznych, wytrzymałościowych lub technologicznych [4].

Koncepcja modelowania z wykorzystaniem modelu głównego często prowadzi do wymuszenia zmian geometrycznych na etapie odtwarzania bryły z pomiarów. Wykorzystanie języka GRIP do kontroli wykonanych pomiarów w oparciu o utworzony wzorzec ułatwia proces korekcji geometrii.

Poniżej przedstawiono element programu w języku GRIP szukającego parametrów geometrycznych w oparciu o zadaną funkcję celu „czy obiekt spełnia oczekiwane wymagania”.

```

...
$$ WYSZUKIWANIE OPTYMALNYCH WARTOSCI DLA A3 I ALFA1
POPURZEZ ZMIANY WARTOŚCI TYCH ZMIENNYCH W TABELI
DANYCH MOŻE OKAZAĆ SIĘ BARDZO CZASOCHŁONNE.
$$ PO ODPOWIEDNIACH ZMIANACH ZADANIE MOŻE BYĆ
REALIZOWANE W RAMACH PĘTLI
$$ DO/A0: , A3, ....
$$ DO/A0: , ALFA1, ....
$$ .....
$$ A0:
$$ W PRZYPADKU ZBYT CZASOCHŁONNYCH PRZEBIEGÓW
PROGRAMU LUB WIĘKSZEJ LICZBIE ZMIENNYCH NALEŻY
ZASTOSOWAĆ KOMBINATORYCZNO-CYKLICZNA METODĘ
OPTYMALIZACJI [2]
...

```

Zastosowanie powyższego schematu przynosi podstawowe korzyści w procesie modelowania struktur lotniczych, który powoduje:

- zmniejszenie liczby zmiennych w procesie ustalania gabarytów samolotu,
- możliwość określenia reguł wnioskowania o zachowaniu pośrednich parametrów.

Ustalenie reguł modyfikacji pozwala na zmianę geometrii z zachowaniem parametrów niezmiennych narzuconych przez konstruktora.

6. Wielomianowe krzywe interpolacyjne w procesie odzworowania geometrii kanału wlotowego silnika samolotu F-16

Geometryczną konstrukcję krzywej określonej przez podanie pewnego zbioru punktów możemy prześledzić na przykładzie zadania interpolacyjnego. Załóżmy, że dany jest ciąg parami różnych liczb u_0, \dots, u_n , tzw. węzłów interpolacyjnych, i ciąg punktów p_0, \dots, p_n . Należy znaleźć krzywą wielomianową p stopnia nie większego niż n , taką że $p(u_i) = p_i$ dla każdego i . Zadanie to ma dokładnie jedno rozwiązanie

$$p(t) = \sum_{i=0}^n p_i \left(\prod_{\substack{j=0, \dots, n \\ j \neq i}} \frac{t - u_j}{u_i - u_j} \right). \quad (26)$$

Poniżej zamieszczono procedurę wyznaczania $p(t)$ zapisaną w języku GRIP [7].

```
ENTITY/PT (50)
NUMBER/LIJ (50, 50) , A1, A2, B1, B2, C1, C2, X, LI (50) , Y1 (50)
DELETE/ALL
FETCH/TXT, 1, 'image string'
RESET/1
L20:
READ/1, USING, '#@@@#@@@.@@#@@@.@@#@@@.@@#', IFEND, END: , $
  IND, P, Q, R
PT (IND) = POINT/P, Q, R
JUMP/L20:
END:
K=IND
PRINT/USING, 'K=#@@', K
```

```
$$ -----
$$ X- DOWOLNA LICZBA Z DZIEDZINY R
$$ MODYFIKUJAC PROGRAM WARTOSC X
$$ MOZEMY WPROWADZAC POPRZEZ OKNO DIALOGOWE
$$ LUB CZYTANE Z PLIKU *.TXT
$$ -----
X=5
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
$ WYLICZANIE SKLADNIKOW
$ LIJ(I, J) POSTACI
$ LIJ(I, J) = (X-XJ+1) / (XI-XJ+1)
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
PRINT/'-----'
PRINT/'WARTOSCI SKLADNIKOW LIJ(I, J)'
```

```
PRINT/USING, ' DLA WIELOMIANU #@ -GO STOPNIA', K-1
PRINT/' GDZIE LIJ(I, J) = (X-XJ+1) / (XI-XJ+1) '
```

```
PRINT/' -----'
```

```
DO/AA1: , I, 1, K
  OBTAIN/PT(I), A1, B1, C1
  DO/BB1: , J, 1, K
  OBTAIN/PT(J), A2, B2, C2
  IFTHEN/J==I, LIJ(I, J)=1.0
  PRINT/USING, ' LIJ(#, #)=#@.@', I, J, LIJ(I, J)
  ELSEIF/J>K, JUMP/OUT2:
  ELSEIF/J<>I, LIJ(I, J) = (X-A2) / (A1-A2)
  PRINT/USING, ' LIJ(#, #)=#@@@@.@@', I, J, LIJ(I, J)
  ENDIF
  OUT2:
  BB1:
AA1:
```

```
$$ =====
$$ NAPRZYKLAD
$$ LI(1)=LIJ(1,1)*LIJ(1,2)*LIJ(1,3)*...*LIJ(1,K)
$$ LI(2)=LIJ(2,1)*LIJ(2,2)*LIJ(2,3)*...*LIJ(2,K)
$$ ...
$$ LI(K)=LIJ(K,1)*LIJ(K,2)*LIJ(K,3)*...*LIJ(K,K)
```

```
PRINT/' -----'
-----'
```

```
PRINT/' WARTOSCI LI(I) BEDACYCH ILOCZYNEM SKLADNIKOW
LIJ(I, J) '
```

```
PRINT/' GDZIE
LI(I)=LIJ(I,1)*LIJ(I,2)*LIJ(I,3)*...*LIJ(I,K) '
```

```
PRINT/' -----'
-----'
```

```
DO/CC1: , I, 1, K
  LI(I)=1
  DO/DD1: , J, 1, K
  LI(I)=LI(I)*LIJ(I, J)
  DD1:
  PRINT/USING, ' LI(#)=#@@@@.@@', I, LI(I)
CC1:
```

```
$ $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
$ WYLICZANIE WSPOLCZYNNIKOW Y1(I)
$ GDZIE Y1(I)=Y(I)*L(I)
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
```

```

PRINT/' -----'
PRINT/' WYLICZANIE WARTOSCI Y1 (I)  \
PRINT/' GDZIE Y1 (I)=Y (I) *L (I)  \
PRINT/' -----'
DO/EE1:, I, 1, K
  OBTAIN/PT (I), A4, B4, C4
  Y1 (I)=B4*LI (I)
  PRINT/USING, ' Y1 (#)=#@@@@@.@@', I, Y1 (I)
EE1:
$$ =====

DO/FF1:, I, 1, K
  Y=Y+Y1 (I)
FF1:
PRINT/' -----'
PRINT/USING, 'WIELOMIAN LAGRANGEA ZBUDOWANY NA BAZIE
#@ PUNKTOW', K
PRINT/USING, 'ZGROMADZONYCH W PLIKU PKZ.TXT JEST #@
-GO STOPNIA', K-1
PRINT/' A WARTOSC TEGO WIELOMIANU'
PRINT/USING, 'DLA X= #@.@ WYNOSI Y= #@@.@@', X, Y
HALT

```

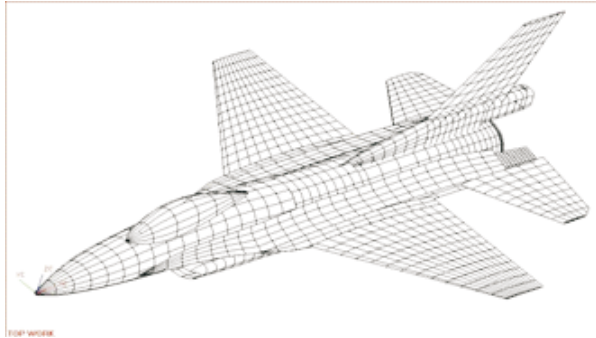
Procedura ta może być wykorzystana do poszukiwania funkcji opisujących krzywe definicyjne modelowanych obiektów.

Biorąc pod uwagę zadanie interpolacji i podany algorytm z jego rozwiązania, możemy zauważyć, że jeśli punkty p_i poddamy dowolnemu przekształceniu afinicznemu, to otrzymamy obraz w tym przekształceniu krzywej (lub jej punktu) interpolującej wyjściowe punkty p_i . Ta własność krzywych interpolacyjnych odpowiada

faktowi, że funkcje bazowe (wielomiany) $\prod_{\substack{j=0, \dots, n \\ j \neq i}} \frac{t - u_j}{u_i - u_j}$ nie zależą od punktów p_i i ich suma jest równa 1.

Do opisu geometrii zastosowano krzywe o niskim stopniu, ponieważ krzywa interpolacyjna jest bardzo wrażliwa na zaburzenia tych punktów. Wynika to stąd, że wielomiany wysokiego stopnia, które są funkcjami bazowymi, w przedziale zawierającym wszystkie węzły, mają wartości ekstremalne dużo większe niż 1. Krzywe wysokiego stopnia w procesie odwzorowania geometrii wykazują dużą wrażliwość, tj. drobna zmiana położenia pewnego punktu określającego krzywą może spowodować bardzo dużą zmianę fragmentów krzywej odległych od tego punktu i z tego powodu należy unikać krzywych wysokiego stopnia.

Bazując na tych własnościach, opisano geometrię samolotu F-16 (rys. 6) oraz dla potrzeb badawczych geometrię kanału wlotowego turbinowego silnika odrzutowego.



Rys. 6. Model powierzchniowy samolotu F-16 uzyskany metodą odtwarzania krzywych definicyjnych na bazie pomiarów współrzędnościowych

Do celów parametrycznego opisu kanału dolotowego opracowano program w języku GRIP (*Graphics Interactive Programming*) dla systemu Unigraphics, którego fragment przedstawiono poniżej [7].

```
(DEKLARACJE TABLIC NA WIELKOŚCI GEOMETRYCZNE I
LICZBOWE)
...
$ =====
===
$$ GEOMETRIA KANALU DOLOTOWEGO SILNIKA SAMOLOTU F-16

NT=LKW $$ LICZBA KRZYWYCH CROSS WLOTU
PZT=OPKW $$ ODLEGLOSC POMIEDZY KRZYWYMI CROSS WLOTU
ITP=NPKTW $$ NR PRZEKR.OD KTOREGO TWORZONY JEST KANAL
LT5:
...
CALL/'LAGR_ZXT',PZXT11,PXXT11,NT $$ DANE 'PATH'
CALL/'LAGR_ZYT',PZYT11,PYYT11,NT $$ DANE 'PATH' $
...
$$ SZKIELETOWA WLOTU SPLT
SPLT=SPLINE/PTU1(2..JT)
...
$$ ZEWNETRZNA KONSTRUKCJA KANALU DOLOTOWEGO
...
ANHT(IT)=POINT/PTU(IT),POLAR,$
SQRTF((PXT1(IT)**2+(PYT1(IT)**2)-$
((0.29)*SQRTF((PXT1(IT)**2+(PYT1(IT)**2))),35 $$
PKT WAGI KRZYWEJ STOZ.

ANHDT(IT)=POINT/PTU(IT),POLAR,$
```

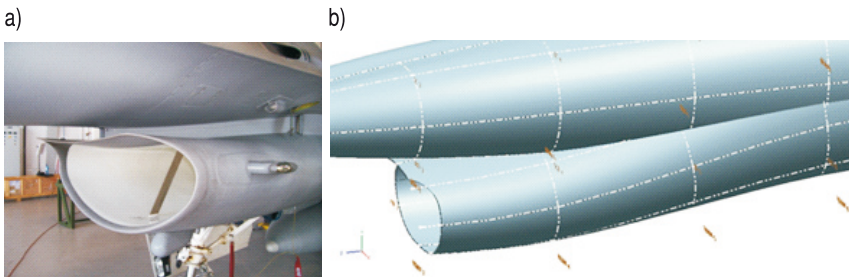
```

SQRTF( (PXT1 (IT) ) **2+ (PYT2 (IT) ) **2) - $
( (0.33) *SQRTF( (PXT1 (IT) ) **2+ (PYT2 (IT) ) **2) ) , 315 $$
PKT WAGI KRZ. STK. DOLNA

$$ TWORZENIE KRZYWYCH GORNEGO OBRYSU KADLUBA
GCT(IT)=SPLINE/PCXT(IT) , VECT, 0, 1, 0, ANHT(IT) , PCYT(IT) ,
VECT, -1, 0, 0
$$ TWORZENIE KRZYWYCH DOLNEGO OBRYSU KADLUBA
GCDT(IT)=SPLINE/PCXT(IT) , VECT, 0, -
1, 0, ANHDT(IT) , PCYDT(IT) , VECT, -1, 0, 0
...
SOLWLL=SOLEXT/LKWX, LKWY, FLW, LKWX1, LKWY1, HEIGHT,
1.2*PXX11 (ITP) , AXIS, 1, 0, 0
SOLWLP=SOLEXT/LKWX, LKWY, FLW, LKWX1, LKWY1, HEIGHT, 1.2*PX
X11 (ITP) , AXIS, -1, 0, 0
SOL_W1=UNITE/SOLWLL, WITH, SOLWLP
SOL_WT=SUBTRA/SOL_W, WITH, SOL_W1
&WCS=NCORD
ANLSIS/SOLID, SOL_WT, KGM, KA_WYN
PRINT/USING, ' PARAMETRY KANAŁU' =#@@@@@@.@@@@@@@
M^3' , KA_WYN(1..42)
...

```

Zamieszczony program poszukiwania linii szkieletowej profilu kanału wlotowego dwuprzepływowego turbinowego silnika odrzutowego o małym stopniu dwuprzepływowości wykorzystuje funkcję cyklometryczną, której własności w ogólnym opisie modelu wirtualnego przynoszą znaczne korzyści w modyfikacji badanego zespołu na potrzeby analiz przepływowych (rys. 7).



Rys. 7. Układ wlotowy silnika samolotu F-16: a) wlot rzeczywisty; b) model kanału wlotowego silnika uzyskany metodą odtwarzania krzywych definicyjnych na bazie pomiarów współrzędnościowych

Podsumowanie

Odtwarzanie struktur lotniczych oparte o metodę „modelu głównego” utworzonego na bazie punktów charakterystycznych często prowadzi do wymuszenia zmian sposobu podejścia do procesów „inżynierii odwrotnej” na etapie opisu modelu w systemie CAD. Proces eliminacji błędów pomiarowych wykorzystujący algorytm optymalizacji wyboru punktu [2] powoduje znaczne skrócenie czasu modelowania wirtualnego modelu przydatnego do analizy obiektu (powierzchnie gładkie). Podstawowe korzyści z przedstawionego algorytmu doboru krzywych i powierzchni do odtwarzania geometrii kanału wlotowego silnika z pomiarów współrzędnościowych to:

- eliminacja zbędnych pomiarów geometrii, które nie mają wpływu na opis modelu geometrycznego CAD,
- zmniejszenie liczby zmiennych w procesie ustalania charakterystycznych wielkości,
- możliwość określenia reguł wnioskowania o zachowaniu pośrednich parametrów.

Ustalenie reguł odtwarzania i modyfikacji pozwala na zmianę geometrii z zachowaniem parametrów niezmiennych narzuconych przez konstruktora. Elementy składowe modelu CAD stanowią podstawę tworzenia struktury obiektu (statku powietrznego) do analiz aerodynamicznych, wytrzymałościowych oraz technologicznych.

Bazując na przedstawionej metodyce, został opracowany i wykonany model do eksperymentalnych (rys. 8) i numerycznych badań zjawisk powstających podczas pracy układu wlotowego turbinowego silnika odrzutowego podczas prób naziemnych. Opracowany model posłuży do określenia podatności eksploatacyjnej na powstawanie wiru wlotowego i badań w zakresie zapobiegania temu niekorzystnemu zjawisku.



Rys. 8. Model układu wlotowego silnika i przedniej części samolotu F-16: a) widok z przodu modelu; b) widok z góry modelu

Artykuł wpłynął do redakcji 27.05.2011 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w październiku 2011 r.

LITERATURA

- [1] *Electronic Data Systems Corporation*, UNIGRAPHICS, Modelling, GRIP, Maryland, 2000.
- [2] S. ZIĘTARSKI, *AI-based optimization method for the analysis of co-ordinate measurements within integrated CAD/CAM/CAE systems*, ImechE, 2003.
- [3] P. KICIAK, *Podstawy modelowania krzywych i powierzchni*, WNT, Warszawa, 2000.
- [4] Z. KŁEPACKI, *Postać konstrukcyjna samolotu jako konsekwencja kryteriów wyboru i realizowanych zadań*, *Mechanika w Lotnictwie ML-IX*, Warszawa, 2004, 497-508.
- [5] S. KACHEL, *Numeryczne modelowanie złożonych struktur lotniczych na potrzeby analiz statycznych i drgań własnych statków powietrznych*, rozprawa doktorska, Warszawa, 1998.
- [6] Z. GORAJ, *Obliczenia sterowności, równowagi i stateczności samolotu w zakresie poddźwiękowym*, Politechnika Warszawska, Warszawa, 1984.
- [7] S. KACHEL, *Grafika inżynierska*, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2009.
- [8] A. OLEJNIK, *Opracowanie zbioru analiz wspomagających proces wdrażania do eksploatacji samolotu F-16 w Siłach Zbrojnych RP*, Grant 0T00B00427, Warszawa, 2006.
- [9] W. STAŁEWSKI, *Komputerowe modelowanie złożonych obiektów przestrzennych*, *Prace Instytutu Lotnictwa*, Warszawa, 1995, 9-32.

S. KACHEL, A. KOZAKIEWICZ

Application of reverse engineering method to model combat aircraft aeroengine's inlet for flow research purposes

Abstract. This paper is to present the solution method for the problem of modelling object's physical geometry using reverse engineering method, which in large measure relies on modern designing systems and points' coordinates measurement constituting the base for the virtual model description. Also, this is to present the reconstructed object's parametric geometry description method using software developed in the GRIP programming language (for the system CAD/CAM/CAE Unigraphics) on the basis of theoretical considerations. The paper signals the problem of incorrect measuring points' analysis based on precise coordination measurement which can be solved by the application of deviations' standard-measurement analysis. There is presented the method of defining functions describing the base curves of modeled plane units.

Keywords: air-constructions, reverse engineering, parametric modelling of the solid of the aircraft, intake-tubes of air-turbine engines