BIULETYN WAT Vol. LIX, Nr 4, 2010



# Modelowanie i symulacja numeryczna drgań młota udarowego RG-1

# MARIAN KLASZTORNY, TADEUSZ NIEZGODA, ROMAN GIELETA, PAWEŁ TALAREK

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechaniczny, Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, 00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2

**Streszczenie.** Przedmiotem modelowania i symulacji jest oryginalny młot udarowy sprężynowy o nazwie RG-1, zaprojektowany i wykonany w Katedrze Mechaniki i Informatyki Stosowanej Wydziału Mechanicznego Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie [1]. Opracowano nieliniowy dyskretny model dynamiczny układu młot–badany element energochłonny–wibroizolacja–fundament–podłoże i wyznaczono wartości parametrów tego modelu. Sformułowano nieliniowe równania ruchu układu w niejawnej postaci i opracowano algorytm numerycznego całkowania tych równań. Opracowano program komputerowy KESHA v2 do symulacji numerycznej drgań układu. Przeprowadzono wstępne badania numeryczne energochłonności elementów kompozytowych cylindrycznych. W celu redukcji drgań wywołanych pracą młota, urządzenie posadowiono na żelbetowym fundamencie blokowym za pośrednictwem wibroizolacji GERB, którą stanowi układ czterech wibroizolatorów sprężynowych z tłumikami wiskotycznymi, typu KV-452-247 03. Badany młot udarowy należy do klasy młotów o średnich prędkościach uderzenia i średniej energii uderzenia ( $v_u = 2,5-11$  m/s;  $E_u = 0,1-6,0$  kJ). **Słowa kluczowe:** dynamika maszyn, młot udarowy, elementy energochłonne, wibroizolacja, modelowanie, symulacja numeryczna **Symbole UKD:** 531.8

# 1. Wstęp

Przedmiotem badań teoretycznych jest młot udarowy sprężynowy RG-1 o oryginalnej konstrukcji. Młot został zaprojektowany, wykonany i posadowiony w Laboratorium Wytrzymałości Materiałów Katedry Mechaniki i Informatyki Stosowanej Wydziału Mechanicznego WAT. Młot posadowiono na blokowym fundamencie żelbetowym z zastosowaniem wibroizolatorów sprężynowych [2, 3]. Modelowanie dynamiczne młota przeprowadzono zgodnie z ogólną teorią układów dyskretnych [4], z uwzględnieniem dokumentacji geologicznej [5]. Obliczenia statyczne i projekt techniczny młota metalowo-kompozytowego wykonał R. Gieleta [6]. Weryfikację obliczeń statycznych i projektu technicznego młota, obliczenia dynamiczne wstępne młota, projekt wstępny wibroizolacji i fundamentu żelbetowego wykonał M. Klasztorny [7]. Wibroizolatory zostały dobrane przez firmę GERB Schwingungsisolierungen GmbH & Co KG [8, 9]. Projekt techniczny żelbetowego fundamentu blokowego wykonało Biuro Projektowe CONSTRUCTA M. Susek z Poznania [10]. Podstawowe parametry młota RG-1 zestawiono w tabeli 1.

TABELA 1

Parametry podstawowe młota RG-1 [6-10]			
Masa młota udarowego	2676-2748 kg		
Masa fundamentu żelbetowego	6160 kg		
Wibroizolacja	4 wibroizolatory KV-452-247 03		
Masa trawersy ruchomej	41-113 kg		
Zakres prędkości uderzenia bijaka w próbkę	2,5-11 m/s		
Zakres energii uderzenia	0,1-6,0 kJ		
Średnia częstotliwość uderzeń	4 uderzenia/h		
Zastosowanie	badania energochłonności		

Cele pracy są następujące:

- 1. opracowanie nieliniowego dyskretnego modelu dynamicznego układu MPWFP (młot-próbka-wibroizolacja-fundament-podłoże) i wyznaczenie wartości parametrów tego modelu;
- 2. opracowanie modelu dynamicznego niszczenia progresywnego próbek, tj. pryzmatycznych kompozytowych elementów energochłonnych (KEE);
- 3. sformułowanie nieliniowych równań ruchu układu MPWFP i opracowanie algorytmu numerycznego całkowania tych równań;
- 4. opracowanie algorytmów obliczeniowych, preprocesora, modułu obliczeniowego i postprocesora programu KESHA v2 (*stroKE Spring HAmmer*) w języku PASCAL;
- badania numeryczne wstępne energochłonności KEE w kształcie powłok cylindrycznych (ocena efektywności młota w badaniach energochłonności, ocena skuteczności wibroizolacji).

Przy opracowaniu modelu dynamicznego niszczenia progresywnego kompozytowych elementów energochłonnych w kształcie powłok cylindrycznych wykorzystano wyniki badań statycznych tych elementów, przeprowadzonych przez P. Gotowickiego [11]. Przy opracowaniu nieliniowego modelu dyskretnego układu MPWFP uwzględniono wyniki inżynierskich obliczeń statycznych i wstępnych obliczeń dynamicznych układu oraz wyniki i wnioski z próbnych testów energochłonności na młocie ułożonym wstępnie na warstwie gumy porowatej i podłodze betonowej przemysłowej [6, 7].

# 2. Opis techniczny młota udarowego [6, 7, 10]

Schemat konstrukcyjny młota udarowego łącznie z fundamentem i wibroizolacją pokazano na rysunku 1. Wyróżniono 18 podzespołów wymienionych w opisie rysunku 1. Po wstępnym napięciu statycznym sprężyn głównych za pomocą siłownika hydraulicznego 150 kN następuje zwolnienie zaczepu trawersy ruchomej za pomocą siłownika hydraulicznego 15 kN. W fazie rozprężania sprężyn głównych, trawersie ruchomej nadawana jest prędkość pionowa zależna od skrócenia wstępnego sprężyn oraz liczby obciążników. Dyskretyzacja masy sprężyn na ich długości powoduje, że prędkość pionowa trawersy ruchomej jest symulowana zgodnie z eksperymentem.

Po oderwaniu się trawersy ruchomej od sprężyn głównych rozpoczyna się spadek swobodny trawersy ruchomej i jednocześnie pojawiają się drgania swobodne pozostałej części układu. Prześwity konstrukcyjne  $h_c$ ,  $h_r$  są tak dobrane, aby zapewnić uderzenie bijaka i niszczenie progresywne kompozytowej próbki powłokowej cylindrycznej, symulowane zgodnie z opracowanym zmodyfikowanym modelem sprężysto-plastycznym (rys. 2).

Bijak trawersy ruchomej może zniszczyć progresywnie próbkę maksymalnie na długości  $h_0 = 15$  mm. Dystans 15 mm jest potrzebny na składowanie materiału zniszczonej części próbki. Jeśli wystąpi zniszczenie próbki na ww. odcinku, to nastąpi uderzenie kompozytowej belki trawersy ruchomej w podkładki elastomerowe na wspornikach i rozpoczną się drgania swobodne układu, z możliwością odrywania się belki od podkładek elastomerowych.

Sprężyny główne ze stali 50CrV4 wykonało przedsiębiorstwo HSW Stalowa Wola. Średnica pręta wynosi 42 mm, średnica zewnętrzna sprężyny 348 mm, liczba zwoi 8, długość swobodna sprężyny — 800 mm.

Belkę kompozytową epoksydowo-węglową trawersy ruchomej wykonano w Katedrze Mechaniki i Informatyki Stosowanej WAT. Belka jest złożona z dwóch ceowników 120 o środnikach pionowych, odpowiednio ze sobą połączonych. Półki o grubości 16 mm i szerokości 60 mm wzmocnione są tkaniną ECC 442 wykonaną z rovingu TENAX HTA 5131 oraz pasmami rovingu węglowego Fortafil 511 4380 tex 80k. Matrycę stanowi żywica epoksydowa EP-53. Środnik o grubości 10 mm wzmocniony jest tkaniną węglową ±45°.

Podkładki elastomerowe TA 80-32 firmy ACE Stoβdämpfer GmbH charakteryzują następujące parametry: maksymalne skrócenie 38 mm, właściwości quasi-liniowe lepkosprężyste przy skróceniu do 5 mm, maksymalna pojemność energetyczna dwóch podkładek 1680 J/cykl.



Rys. 1. Schemat konstrukcyjny młota udarowego (położenie "zerowe" odpowiadające zaczepieniu trawersy ruchomej i sprężynom nienapiętym): 1 — żelbetowy fundament blokowy (5200 kg); 2 — podbeton (800 kg); 3 — mata tłumiąca REGUPOL 6010 PL; 4 — stalowa płyta dolna 1300 × 1000 × 160 mm (1650 kg); 5 — wibroizolatory KV-452-247 03 (4 × 40 kg); 6 — stolik pomiarowy (12 kg); 7 — wspornik (2 × 30 kg); 8 — podkładka elastomerowa (2 × 0,2 kg); 9 — bijak (8 kg); 10 — kompozytowa belka trawersy ruchomej (15 kg); 11 — prowadnica trawersy ruchomej (2 × 4 kg); 12 — dystans (2 × 5 kg); 13 — obciążniki (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 × 12 kg); 14 — siłownik hydrauliczny 15 kN oraz mechanizm zaczepu (36 kg); 15 — sprężyna główna z mocowaniem (2 × 120 kg); 16 — trawersa stała (320 kg); 17 — kolumna prowadząca (2 × 67 kg); 18 — siłownik hydrauliczny 150 kN (188 kg)

W celu redukcji drgań wywołanych działaniem młota, urządzenie posadowiono na żelbetowym fundamencie blokowym za pośrednictwem wibroizolacji GERB, którą stanowi układ czterech wibroizolatorów sprężynowych, zespolonych z tłumikami wiskotycznymi typu KV-452-247 03. Dobór typu wibroizolacji, sposób montażu oraz mocowania wibroizolatorów wykonała firma GERB Schwingungsisolierungen GmbH & Co KG. Parametry 4 wibroizolatorów KV-452-247 03 są następujące: obciążenie dopuszczalne statyczne  $4 \times 8,6$  kN = 34,4 kN przy ciężarze młota (bez fundamentu) 27,0 kN, sztywność pionowa  $4 \times 0,32$  kN/mm = 1,28 MN/m, wysokość konstrukcyjna przed obciążeniem 247 mm i po obciążeniu statycznym 226 mm. Wibroizolatory są połączone za pomocą śrub ze stalową płytą dolną młota oraz za pomocą maty klejonej z fundamentem żelbetowym.

Sztywność wibroizolatorów dobrano tak, aby podstawowa częstotliwość własna  $f_1 \in [2; 6]$  Hz była zgodna z normą [2]. Częstotliwość ta wynosi  $f_1 = 3,4$  Hz. Fundament blokowy o wymiarach 2,00 × 1,80 × 0,60 m wykonano z betonu klasy B25, zbrojonego prętami Ø16 mm ze stali A-IIIN (siatka o oczkach 15 × 15 cm). Fundament spełnia warunek braku obrotu i poślizgu. Podbeton o grubości 10 cm wykonano z betonu klasy B10. Osiadanie całkowite fundamentu wynosi 0,2 mm. Odległości fundamentu od ścian wynoszą odpowiednio 0,90 m oraz 1,45 m.

# 3. Modelowanie fizyczne i matematyczne układu MPWFP

### 3.1. Założenia i model dynamiczny układu

Przyjęto następujące założenia:

- 1. Układ ma dwie pionowe płaszczyzny symetrii i jest idealnie wycentrowany.
- Model układu jest płaski i służy do symulacji drgań pionowych układu MPWFP oraz dynamicznego niszczenia progresywnego kompozytowych elementów energochłonnych w kształcie powłok cylindrycznych (rurek).
- 3. Stalowo-kompozytowa trawersa ruchoma jest modelowana jako ciało sztywne. Uwzględnia się wszystkie potencjalne fazy ruchu trawersy: wstępne napięcie sprężyn, zwolnienie zaczepu, rozprężenie sprężyn i oderwanie trawersy od sprężyn, uderzenie bijaka trawersy w próbkę i niszczenie progresywne próbki, uderzenie kompozytowej belki bijaka w podkładki elastomerowe, drgania swobodne układu. Uwzględnia się energię potencjalną pola grawitacyjnego dla trawersy ruchomej.
- 4. Pozostała część układu MPWFP jest modelowana jako liniowy układ dyskretny o 8 stopniach swobody. Trawersa stała, wsporniki, płyta dolna i blok fundamentowy modelowane są jako ciała sztywne. Dokonano granulacji masy sprężyn napinających, przy założeniu podziału długości sprężyn na 4 równe odcinki (po dwa zwoje). Pozostałe elementy układu są liniowo

lepkosprężyste: zwoje sprężyn (1 lub 2), kolumny prowadzące, wibroizolatory GERB, podłoże gruntowe.

- 5. Pomija się bardzo małe tarcie półcylindrycznych podkładek teflonowych prowadnic trawersy ruchomej względem wypolerowanych walcowych kolumn prowadzących.
- 6. Przyjęto techniczny model Sawinowa lepkosprężystego podłoża gruntowego fundamentu [3].

Model dynamiczny układu MPWFP pokazano na rysunku 2, a wartości parametrów fizycznych układu, obliczone zgodnie z zasadami modelowania układów dyskretnych [4] i z wykorzystaniem materiałów [2-11], zestawiono w tabeli 2. Opis szczegółowy rysunku 2 zawarto w punkcie 3.2.



Rys. 2. Model dynamiczny układu MPWFP

Parametry	modelu	MPWFP
-----------	--------	-------

Lp.	Opis		Jednostka	Wartość
1	Masa trawersy stałej, siłowników hydraulicznych, mechanizmu zaczepu i odcinka 2000 mm kolumn prowadzących		kg	633
2	Masa odcinka 200 mm sprężyn głównych	m <sub>s</sub>	kg	60
3	Masa trawersy ruchomej (bijak, belka kompozytowa, prowadnice, obciążniki <i>n</i> = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)	m <sub>r</sub>	kg	41 + 12 <i>n</i>
4	Masa wsporników i odcinka 900 mm kolumn prowadzących	m <sub>c</sub>	kg	100
5	Masa płyty dolnej i stolika pomiarowego	m <sub>p</sub>	kg	1662
6	Masa fundamentu żelbetowego, podbetonu wibroizolatorów GERB	m <sub>f</sub>	kg	6160
7	Sztywność odcinka 100 mm sprężyn głównych	k <sub>s1</sub>	MN/m	2,48
8	Współczynnik tłumienia odcinka 100 mm sprężyn głównych (tłumienie lokalne $\gamma_{s1} = 0,4\%$ )		Ns/m	49
9	Sztywność odcinka 200 mm sprężyn głównych		MN/m	1,24
10	Współczynnik tłumienia odcinka 200 mm sprężyn głównych (tłumienie lokalne $\gamma_{s2} = 0,4\%$ )		Ns/m	35
11	Sztywność odcinka dolnego180 mm kolumn prowadzących	k <sub>c1</sub>	MN/m	6470
12	Współczynnik tłumienia odcinka dolnego 180 mm kolumn prowadzących (tłumienie lokalne $\gamma_{s2} = 0,4\%$ ) $c_{c1}$		Ns/m	3220
13	Sztywność odcinka górnego 1540 mm kolumn prowa- dzących	<i>k</i> <sub>c2</sub>	MN/m	756
14	Współczynnik tłumienia odcinka górnego 1540 mm kolumn prowadzących (tłumienie lokalne $\gamma_{s2} = 0,4\%$ )	<i>c</i> <sub>c2</sub>	Ns/m	2770
15	Zastępcza sztywność podkładek elastomerowych TA 80-32 przy założeniu skrócenia podkładek do 5 mm	k <sub>e</sub>	MN/m	4,00
16	Zastępczy współczynnik tłumienia wiskotycznego podkładek elastomerowych TA 80-32 firmy ACE Stopdampfer GmbH, przy założeniu skrócenia podkładek do 5 mm (tłumienie lokalne) $\gamma_e = 11\%$	C <sub>e</sub>	Ns/m	$c_e = \gamma_e \sqrt{k_e m_r}$
17	Sztywność czterech wibroizolatorów KV-452-247 03	k <sub>v</sub>	MN/m	1,28
18	Współczynnik tłumienia czterech wibroizolatorów KV-452-247 03 (tłumiki VES 2,5)	C <sub>v</sub>	Ns/m	50 000
19	Sztywność podłoża gruntowego według modelu Sawinowa	k <sub>s</sub>	MN/m	270

TABELA 2

cd. tabeli 2

20	Zastępczy współczynnik tłumienia wiskotycznego podłoża (tłumienie lokalne $\gamma_s = 20\%$ )	C <sub>s</sub>	Ns/m	260 000
21	Prześwit pionowy między trawersą ruchomą a podkładkami elastomerowymi	h <sub>c</sub>	mm	375
22	Prześwit pionowy między trawersą ruchomą a stolikiem pomiarowym	h <sub>r</sub>	mm	390
23	<ul> <li>Długość początkowa kompozytowego elementu</li> <li>energochłonnego w kształcie powłoki cylindrycznej</li> <li>lub innego elementu pryzmatycznego</li> </ul>		mm	≥ 60
24	Skrócenie sprężyn głównych	s	mm	0-325

# 3.2. Elementy KEE objęte symulacją oraz model dynamicznego niszczenia progresywnego tych elementów

Wstępną symulacją numeryczną niszczenia progresywnego objęto pryzmatyczne kompozytowe elementy energochłonne (KEE) o następującej charakterystyce [11]:

- typ elementów: rurki cylindryczne epoksydowo-węglowe,
- matryca: żywica epoksydowa EP-53,
- wzmocnienie: tkanina węglowa TENAX HTA 5131, roving węglowy TENAX HTS 5631,
- struktura:  $\left[ \left[ (0/90)_F \right]_n \right] / 0_n / \left[ \left[ (0/90)_F \right]_n \right], n = 1,4,$
- wysokość próbek:  $h_0 = 60$  mm,
- moduł sprężystości wzdłużnej przy ściskaniu w kierunku osi próbki po wystąpieniu mikropęknięć quasi-równomiernie rozłożonych w objętości próbki: *E* = 55 GPa,
- przekrój poprzeczny próbki ściskanej:  $A = \frac{\pi}{4} (d_z^2 d_w^2)$ , gdzie  $d_w$ ,  $d_z$  średnica wewnętrzna i zewnętrzna powłoki,
- sztywność próbki ściskanej przed rozpoczęciem niszczenia progresywnego:  $k_0 = EA/h_0$ .

Parametry badanych elementów energochłonnych zestawiono w tabeli 3, gdzie:

- $n_w$  liczba warstw podstruktury laminatu,
- $R_0-$ średnia wartość ści<br/>skającej siły niszczenia progresywnego.

TABELA 3

Parametry elementów	v KEE objętych	wstępną symulacj	ą numeryczną [11]
---------------------	----------------	------------------	-------------------

Kod KEE	n <sub>w</sub>	<i>d</i> <sub><i>w</i></sub> [mm]	$d_z [\mathrm{mm}]$	$R_o$ [kN]
CE-1	1	40,00	41,75	10
CE-4	4	40,00	47,00	60

W trakcie próby udarowej na młocie sprężynowym może wystąpić wielokrotne oderwanie bijaka od kompozytowego elementu energochłonnego (KEE), wywołane drganiami układu MPWFP. Niszczenie progresywne KEE jest wówczas wieloetapowe. Na rysunku 3 przedstawiono przybliżony wykres u - R, odwzorowujący wieloetapowe niszczenie progresywne pryzmatycznego elementu KEE. Na podstawie statycznych prób badania energochłonności KEE [11], przyjęto sprężysto-plastyczny model KEE z inicjatorem niszczenia, z uwzględnieniem zmiany długości elementu po każdym etapie niszczenia.

Model sprężysto-plastyczny opisują następujące wielkości i wzory (i = 0, 1, 12,...):

*u* — skrócenie sprężysto-plastyczne KEE,

EA — sztywność osiowa KEE,

 $h_0$  — długość początkowa KEE (przed pierwszym uderzeniem),

 $k_0 = EA/h_0$  — sztywność osiowa początkowa KEE,

 $u_0 = R_0/k_0$  — początkowe maksymalne skrócenie sprężyste KEE,

 $\Delta u_{i+1}$  — długość odcinka niszczenia progresywnego KEE na etapie (*i* + 1),  $h_{i+1} = h_i - \Delta u_{i+1}$  — długość częściowo zniszczonego KEE po etapie (*i* + 1),  $k_{i+1} = EA/h_{i+1}$  — sztywność osiowa KEE po etapie (i + 1),

 $u_{i+1} = R_0/k_{i+1}$  — maksymalne skrócenie sprężyste KEE po etapie (*i* + 1).



Rys. 3. Model spreżysto-plastyczny dynamicznego niszczenia progresywnego elementów KEE

Przedstawiony model niszczenia progresywnego może być uogólniony na inne typy próbek (stożki, półczasze kuliste i in.).

#### 3.3. Sformułowanie równań ruchu układu MPWFP i warunków początkowych

Układ drgający MPWFP podzielono na dwa podukłady:

podukład 1 – trawersa ruchoma,

 podukład 2 — trawersa stała, siłowniki, sprężyny główne, kolumny prowadzące, wsporniki, płyta dolna, wibroizolacja GERB, fundament blokowy, podłoże.

Aby dokonać syntezy równań ruchu, uwzględniającej wszystkie fazy pracy młota, konieczne jest sformułowanie równań ruchu w niejawnej postaci oraz zastosowanie algorytmu numerycznego całkowania tych równań typu rekurencyjno-iteracyjnego.

#### Podukład 1

Trawersa ruchoma o masie  $m_r$ , poruszająca się pionowo, może być modelowana jako ciało sztywne w porównaniu z ciałami, z którymi może być w kontakcie, tj. ze sprężynami głównymi, badanym elementem KEE i podkładkami elastomerowymi (rys. 2). Stosując zasadę d'Alemberta, otrzymuje się równanie równowagi dynamicznej trawersy ruchomej w postaci

$$m_r \ddot{q}_r = F_r, \quad F_r = R_s - R_e - R_p + G_r,$$
 (1)

gdzie:  $q_r(t)$  — przemieszczenie pionowe bloku trawersy;

 $F_r$  — siła uogólniona;

 $G_r = m_r g$  — siła ciężkości trawersy ruchomej (uwzględnienie pola grawitacyjnego);

 $R_s$  — siła interakcji między sprężynami głównymi a belką trawersy;

 $R_e$  — siła interakcji między podkładkami elastomerowymi a belką trawersy;

 $R_p$  — siła interakcji między próbką KEE a bijakiem trawersy,

uwzględniająca niszczenie progresywne.

#### Podukład 2

Podukład 2 został zamodelowany jako układ 8 ciał sztywnych. Górną część urządzenia zamodelowano jako ciało sztywne o masie  $m_t$ , obejmującej masę trawersy stałej, siłowników hydraulicznych, mechanizmu zaczepu i odcinka 2000 mm kolumn prowadzących. Ciału o masie  $m_t$  odpowiada przemieszczenie pionowe  $q_1(t)$ .

Sprężyny główne w stanie nienapiętym podzielono myślowo na 4 odcinki po 200 mm (rys. 2) i dokonano granulacji masy zgodnie z teorią układów dyskretnych [4]. W wyniku otrzymuje się 4 ciała sztywne o masie  $m_s$  odpowiadającej 200 mm odcinkowi sprężyn głównych oraz więzy pionowe sprężysto-tłumiące odpowiednio o parametrach  $k_{s1}$ ,  $c_{s1}$ ,  $k_{s2}$ ,  $c_{s2}$ , opisanych w tabeli 2. Wymienionym ciałom odpowiadają współrzędne uogólnione  $q_i(t)$ , i = 2, 3, 4, 5.

Kolejna współrzędna  $q_6(t)$  odpowiada ciału sztywnemu o masie  $m_c$ , odwzorowującemu wsporniki pod podkładki elastomerowe (rys. 2). Odcinki kolumn prowadzących między trawersą stałą a wspornikami oraz między wspornikami a płytą dolną zamodelowano jako więzy liniowo lepkosprężyste, zgodnie z zasadami modelowania układów wielu ciał sztywnych [4], otrzymując odpowiednio więzy o parametrach  $k_{c1}$ ,  $c_{c1}$ ,  $k_{c2}$ ,  $c_{c2}$ , opisanych szczegółowo w tabeli 2. Współrzędna  $q_7(t)$  odpowiada stalowej płycie dolnej o masie  $m_p$ , traktowanej jako ciało sztywne. Ostatnia współrzędna  $q_8(t)$  odpowiada żelbetowemu fundamentowi blokowemu o masie  $m_f$ , traktowanemu jako ciało sztywne. Więz lepkosprężysty o parametrach  $k_v$ ,  $c_v$  modeluje 4 wibroizolatory GERB, natomiast więz lepkosprężysty o parametrach  $k_s$ ,  $c_s$  modeluje podłoże gruntowe zgodnie z modelem Sawinowa (rys. 2, tab. 2) [3].

Podukład 2 jest układem wielu ciał sztywnych o 8 stopniach swobody. Równania ruchu tego podukładu można wyprowadzić na podstawie równań Lagrange'a II rodzaju, przy czym przy obliczaniu pracy przygotowanej sił interakcji należy wstawić te siły w niejawnej postaci [4].

Energia kinetyczna podukładu 2 wynosi [4]

$$E_k = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}}, \qquad (2)$$

gdzie

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, ..., q_8]^{\mathrm{T}}, 
\mathbf{B} = \operatorname{diag}(m_t, m_s, m_s, m_s, m_s, m_c, m_p, m_f)$$
(3)

oznaczają odpowiednio wektor współrzędnych Lagrange'a i macierz bezwładności podukładu 2.

Transformacja współrzędnych uogólnionych na lokalne dla więzów odkształcalnych ma postać [4]

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{q},\tag{4}$$

gdzie

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1, u_2, \dots, u_8 \end{bmatrix}^{\Gamma}$$
(5)

jest wektorem wydłużeń pionowych więzów sprężystych, natomiast **A**, dim $\mathbf{A} = 8 \times 8$ , jest macierzą transformacji o następujących niezerowych elementach:

$$A_{ij} = 1, \quad ij = 11, 22, 33, 44, 51, 66, 77, 88$$
  

$$A_{ij} = -1, \quad ij = 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78.$$
(6)

Energia sprężysta więzów odkształcalnych wynosi [4]

$$E_p = \frac{1}{2} \mathbf{u}^{\mathrm{T}} \{ \mathbf{k} \} \mathbf{u} = \frac{1}{2} \mathbf{q}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \mathbf{q},$$
(7)

gdzie

$$\{\mathbf{k}\} = \operatorname{diag}(k_{s1}, k_{s2}, k_{s2}, k_{s2}, k_{c2}, k_{c1}, k_{v}, k_{s}),$$
  
$$\mathbf{K} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\{\mathbf{k}\}\mathbf{A}$$
(8)

to odpowiednio macierz sztywności więzów pionowych oraz macierz sztywności podukładu 2.

Moc tłumienia podukładu 2 wynosi [4]

$$\Phi = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^{\mathrm{T}} \{ \mathbf{c} \} \dot{\mathbf{u}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}, \qquad (9)$$

gdzie

$$\{\mathbf{c}\} = \text{diag}(c_{s1}, c_{s2}, c_{s2}, c_{s2}, c_{c2}, c_{c1}, c_{v}, c_{s}),$$
  

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\{\mathbf{c}\}\mathbf{A},$$
(10)

to odpowiednio macierz tłumienia więzów pionowych i macierz tłumienia podukładu 2.

Praca przygotowana obciążenia zewnętrznego podukładu 2 może być obliczona przy pominięciu wpływu pola grawitacyjnego, ze względu na małe drgania pionowe mas układu. Praca ta w niejawnej postaci wynosi (rys. 2)

$$L = -R_s q_5 + R_e q_6 + R_p q_7 = \mathbf{q}^{\mathrm{T}} \mathbf{F}, \qquad (11)$$

gdzie

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0, 0, 0, 0, -R_s, R_e, R_p, 0 \end{bmatrix}^T.$$
 (12)

Po wstawieniu form (2, 7, 9, 11) do równań Lagrange'a II rodzaju

$$\frac{d}{dt}\operatorname{grad} E_{k}(\dot{\mathbf{q}}) + \operatorname{grad} \Phi(\dot{\mathbf{q}}) + \operatorname{grad} E_{p}(\mathbf{q}) = \operatorname{grad} L(\mathbf{q})$$
(13)

otrzymuje się macierzowe równanie ruchu podukładu 2 w postaci

$$\mathbf{B}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}.$$
 (14)

Siły interakcji, ukryte w wektorze uogólnionych obciążeń F, są przedziałami liniowymi i zostały opisane wzorami

$$R_{s} = \begin{cases} u_{s} > 0 : k_{s1}u_{s} + c_{s1}\dot{u}_{s} \\ u_{s} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{e} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = \begin{cases} u_{e} > 0 : k_{e}u_{e} + c_{e}\dot{u}_{e} \\ u_{e} \le 0 : 0 \end{cases}$$

$$R_{p} = k_{e} (u_{e} - u_{e}) \\ u_{e} = k_{e} - u_{e} \end{cases}$$

$$R_{p} = k_{e} (u_{e} - u_{e}) \\ u_{e} = k_{e} - u_{e} - u_{e} \end{cases}$$

$$R_{p} = k_{e} - u_{e} - u_{e$$

gdzie (rys. 3)

$$u_{s} = q_{5} - q_{r}$$

$$u_{e} = q_{r} - h_{c} - q_{6}$$

$$u_{r} = q_{r} - h_{r} + h_{0} - q_{7}, \quad u_{b} = 0, \quad u_{t} = u_{0}.$$
(16)

Wartości  $u_b$ ,  $u_t$  podane we wzorach (16) są wartościami początkowymi (przed rozpoczęciem niszczenia progresywnego próbki KEE). Symbolem  $\coloneqq$  we wzorach (15) oznaczono operację podstawiania (aktualizacji). Wzory (15, 16) uwzględniają:

- odrywanie się trawersy ruchomej od sprężyn głównych (jednokrotne),
- uderzenie trawersy ruchomej w element KEE (wielokrotne),
- odrywanie się trawersy ruchomej od KEE (wielokrotne),
- uderzenie trawersy ruchomej w podkładki elastomerowe (wielokrotne),
- odrywanie się trawersy ruchomej od podkładek elastomerowych (wielokrotne).

#### Warunki początkowe

Symbolem *s* oznaczono skrócenie wstępne sprężyn głównych. Chwila początkowa t = 0 odpowiada zwolnieniu zaczepu bijaka trawersy ruchomej. Wartości początkowe w odniesieniu do przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń uogólnionych, sił interakcji oraz wektora obciążeń uogólnionych są określone wzorami wynikającymi z liniowości więzów sprężystych i postaci równań ruchu (1, 14):

$$q_{r,0} = -s, \quad \dot{q}_{r,0} = 0$$

$$\mathbf{q}_{0} = \begin{bmatrix} 0, -\frac{s}{8}, -\frac{3s}{8}, -\frac{5s}{8}, -\frac{7s}{8}, 0, 0, 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \dot{\mathbf{q}}_{0} = 0$$

$$R_{s,0} = \frac{k_{s2}s}{8}, \quad R_{e,0} = 0, \quad R_{p,0} = 0$$

$$\ddot{q}_{r,0} = \frac{R_{s,0} + G_{r}}{m_{r}}$$

$$\mathbf{F}_{0} = \begin{bmatrix} 0, 0, 0, 0, -R_{s,0}, 0, 0, 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \ddot{\mathbf{q}}_{0} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{F}_{0} - \mathbf{K}\mathbf{q}_{0}).$$
(17)

#### 3.4. Algorytmy obliczeniowe i program komputerowy KESHA v2

Model matematyczny układu MPWFP jest przedziałami liniowo lepkosprężysty, z wyjątkiem elementu KEE, którego model jest odcinkami liniowy (sprężysto-plastyczny). Do numerycznego całkowania równań ruchu (1, 14) zastosowano metodę Newmarka z parametrami  $\beta_N = 1/4$ ,  $\gamma_N = 1/2$  [4]. Jest to metoda bezwarunkowo stabilna w przypadku równań jawnych. Błąd amplitudowy jest równy zeru, a błąd okresu jest zbliżony do błędu okresu metody różnic centralnych. Wpływ błędu okresu można ograniczyć, przyjmując odpowiednio mały krok całkowania.

Algorytm numerycznego całkowania równań (1, 14) jest niejawny, czyli rekurencyjno-iteracyjny. Dynamiczna odpowiedź układu jest wyznaczana w równoodległych punktach czasowych w przedziale  $[0, T_p]$ , tj.

$$t_{j+1} = (j+1)h, \quad j = 0, 1, ..., N_p - 1,$$
 (18)

gdzie  $T_p$ jest rzeczywistym czasem obserwacji procesu dynamicznego,  $h=\Delta t$ jest krokiem czasowym,  $N_p=T_p/h$ jest liczbą kroków całkowania.

Wprowadzamy wartości dyskretne:

$$\begin{aligned}
q_{r,j} &= q_r(t_j), \quad \dot{q}_{r,j} = \dot{q}_r(t_j), \quad \ddot{q}_{r,j} = \ddot{q}_r(t_j), \quad F_{r,j+1} = F_r(t_{j+1}) \\
\mathbf{q}_j &= \mathbf{q}(t_j), \quad \dot{\mathbf{q}}_j = \dot{\mathbf{q}}(t_j), \quad , \ddot{\mathbf{q}}_j = \ddot{\mathbf{q}}(t_j), \quad \mathbf{F}_{j+1} = \mathbf{F}(t_{j+1}).
\end{aligned} \tag{19}$$

Formuły rekurencyjne metody Newmarka ( $\beta_N = 1/4$ ,  $\gamma_N = 1/2$ ) w odniesieniu do równań (1, 14) mają postać [3]

$$\begin{cases} q_{r,j+1} = q_{r,j} + h\dot{q}_{r,j} + \frac{1}{4}h^{2}(\ddot{q}_{r,j} + \ddot{q}_{r,j+1}) \\ \dot{q}_{r,j+1} = \dot{q}_{r,j} + \frac{1}{2}(\ddot{q}_{r,j} + \ddot{q}_{r,j+1}) \\ \begin{cases} \mathbf{q}_{j+1} = \mathbf{q}_{j} + h\dot{\mathbf{q}}_{j} + \frac{1}{4}h^{2}(\ddot{\mathbf{q}}_{j} + \ddot{\mathbf{q}}_{j+1}) \\ \dot{\mathbf{q}}_{j+1} = \dot{\mathbf{q}}_{j} + \frac{1}{2}(\ddot{\mathbf{q}}_{j} + \ddot{\mathbf{q}}_{j+1}). \end{cases} \end{cases}$$

$$(20)$$

Wektor przyspieszeń na końcu kroku całkowania wyznacza się z warunku kolokacji, co prowadzi do układu algebraicznych równań liniowych:

$$\ddot{q}_{r,j+1} = \frac{F_{r,j+1}}{m_r}$$

$$\mathbf{D}\ddot{\mathbf{q}}_{j+1} = \mathbf{V}_{j+1} \Longrightarrow \ddot{\mathbf{q}}_{j+1} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{V}_{j+1},$$
(21)

gdzie

$$\mathbf{D} = \mathbf{B} + \frac{1}{2}h\mathbf{C} + \frac{1}{4}h^{2}\mathbf{K},$$

$$\mathbf{V}_{j+1} = \mathbf{F}_{j+1} - \mathbf{C}(\dot{\mathbf{q}}_{j} + \frac{1}{2}h\ddot{\mathbf{q}}_{j}) - \mathbf{K}(\mathbf{q}_{j} + h\dot{\mathbf{q}}_{j} + \frac{1}{4}h^{2}\ddot{\mathbf{q}}_{j}).$$
(22)

Macierz **D** jest odwracana jednokrotnie. Warunki początkowe (dla j = 0) określono we wzorach (17).

Zastosowano predykcję liniową sił uogólnionych, tzn.

$$F_{r,j+1}^{p} = 2F_{r,j} - F_{r,j-1}$$

$$F_{j+1}^{p} = 2F_{j} - F_{j-1},$$
(23)

przy czym $F_{r,-1}=F_{r,0},$ <br/> $\mathbf{F}_{-1}=\mathbf{F}_0$ ze względu na równowagę statyczną układu w przedzial<br/>e $t\leq 0.$ 

Algorytm całkowania niejawnego równań (1, 14) składa się z następujących etapów:

- 1. predykcja  $F_{r,j+1}^p$ ,  $\mathbf{F}_{j+1}^p$  ze wzorów (23);
- 2. obliczenie  $\ddot{q}_{r,j+1}$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_{j+1}$  ze wzorów (21);
- 3. obliczenie  $q_{r,j+1}$ ,  $\dot{q}_{r,j+1}$ ,  $\mathbf{q}_{j+1}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_{j+1}$  ze wzorów (20);
- 4. korekcja  $F_{r,j+1}^{c}$ ,  $\mathbf{F}_{j+1}^{c}$  według wzorów wynikających ze wzorów (1, 12, 15, 16);
- 5. sprawdzenie warunku zakończenia iteracji:

6.

$$\begin{aligned} \left| F_{r,j+1}^{c} - F_{r,j+1}^{p} \right| &\leq \varepsilon \\ \left| F_{i,j+1}^{c} - F_{j,j+1}^{p} \right| &\leq \varepsilon, \ i = 5, \ 6, \ 7, \end{aligned}$$
(24)

gdzie  $\varepsilon > 0$  jest parametrem dokładności, jeśli warunek (24) jest spełniony, to przejście do następnego kroku całkowania, jeśli warunek (24) nie jest spełniony, to podstawienie

$$F_{r,j+1}^{p} \coloneqq F_{r,j+1}^{c}$$

$$F_{i,j+1}^{p} \coloneqq F_{i,j+1}^{c}, \quad i=5, 6, 7$$
(25)

i powrót do etapu 2.

W dynamicznej odpowiedzi układu MPWFP występują m.in. oscylacje z najwyższą częstotliwością  $\hat{f}$ . Krok całkowania należy dobrać z warunku dokładności nałożonego na błąd okresu oscylacji z najwyższą częstotliwością  $\hat{f}$ .

Krok całkowania przyjęto

$$h \le 10^{-2} \hat{T},$$
 (26)

gdzie  $\hat{\mathbf{T}} = 1/\hat{f}$  jest okresem drgań oscylacji z częstotliwością  $\hat{f}$  [Hz]. Tłumienie drgań obniża dokładność rozwiązania, jednak w przypadku tłumienia podkrytycznego do 20% obniżenie dokładności jest pomijalne.

Najwyższa częstotliwość  $\hat{f}$  jest wybierana jako największa spośród częstotliwości lokalnych podukładów separowanych [3]:

częstotliwość lokalna trawersy stałej:

$$f_t = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{c2}}{m_t}},\tag{27}$$

częstotliwość lokalna odcinka sprężyny:

$$f_{s} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{s1} + k_{s2}}{m_{s}}},$$
(28)

 częstotliwość lokalna trawersy ruchomej w przypadku kontaktu z podkładkami elastomerowymi:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{m_r}},\tag{29}$$

częstotliwość lokalna wsporników:

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{c1} + k_{c2}}{m_c}},$$
(30)

częstotliwość lokalna płyty dolnej:

$$f_{p} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{c1} + k_{v}}{m_{c}}},$$
(31)

częstotliwość lokalna fundamentu blokowego:

$$f_f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_v + k_s}{m_f}}.$$
(32)

Na podstawie wzorów (1-32) opracowano algorytm obliczeniowy, który zaprogramowano w języku Pascal, tworząc program KESHA v2. Układ danych wejściowych do jednej serii obliczeń jest następujący:  $n_0, c_v, h_c, h_r, s, E, h_0, d_w, d_z, R_0, \varepsilon, h, T_p$ . Układ wielkości wynikowych stanowią: prędkość uderzenia, energia uderzenia, ekstremalne przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia poszczególnych podukładów, długość niszczenia progresywnego elementu KEE oraz przebiegi drgań w przemieszczeniach. Dopuszczalną liczbę iteracji przyjęto równą 15. Drgania symulowano przez 3 sek. Wykonano testy numeryczne w celu określenia parametrów numerycznych  $h, \varepsilon$ . Wartości  $h = 10^{-6}$  s,  $\varepsilon = 0,0001$  N gwarantują stabilność numeryczną i dokładność techniczną wyników (3 cyfry znaczące).

Na rysunkach 4-11 pokazano wyniki uzyskane w ramach wstępnych badań numerycznych.



Rys. 4. Prędkość uderzenia bijaka trawersy w element KEE przy braku obciążników (n = 0) i przy sześciu parach obciążników (n = 6), w funkcji skrócenia wstępnego sprężyn głównych



Rys. 5. Energia uderzenia bijaka trawersy w element KEE przy braku obciążników (n = 0) i przy sześciu parach obciążników (n = 6), w funkcji skrócenia wstępnego sprężyn głównych



Rys. 6. Długość niszczenia progresywnego elementów CE-1, CE-4 przy braku obciążników (n = 0) i przy sześciu parach obciążników (n = 6) w funkcji skrócenia wstępnego sprężyn głównych



Rys. 7. Dynamiczna reakcja sprężysta czterech wibroizolatorów GERB w przypadku elementów CE-1, CE-4 przy braku obciążników (n = 0) i przy sześciu parach obciążników (n = 6) w funkcji skrócenia wstępnego sprężyn głównych



Rys. 8. Ekstremalne przemieszczenie pionowe stalowej płyty dolnej urządzenia w przypadku elementów CE-1, CE-4 przy braku obciążników (n = 0) i przy sześciu parach obciążników (n = 6)w funkcji skrócenia wstępnego sprężyn głównych



Rys. 9. Ekstremalne przemieszczenie pionowe fundamentu blokowego w przypadku elementów CE-1, CE-4 przy braku obciążników (n = 0) i przy sześciu parach obciążników (n = 6) w funkcji skrócenia wstępnego sprężyn głównych



Rys. 10. Przebiegi czasowe przemieszczeń pionowych wybranych elementów układu MPWFP w przypadku próbki CE-1 i braku obciążników (n = 0) przy skróceniu wstępnym sprężyn głównych s = 75 mm



Rys. 11. Przebiegi czasowe przemieszczeń pionowych wybranych elementów układu MPWFP w przypadku próbki CE-1 i braku obciążników (n = 0) przy skróceniu wstępnym sprężyn głównych s = 150 mm

Na podstawie rysunków 4-11 sformułowano następujące wnioski:

- 1. Zastosowanie obciążników trawersy ruchomej powoduje nieznaczne zmniejszenie prędkości uderzenia, monotonicznie wzrastające wraz ze wzrostem skrócenia wstępnego sprężyn głównych. Ekstremalne zmniejszenie  $v_u$  wynosi 6,3% dla n = 12, s = 300 mm (rys. 4). Jest to związane z dużą masą własną sprężyn głównych.
- 2. Zastosowanie obciążników powoduje znaczne zwiększenie energii uderzenia, monotonicznie wzrastające wraz ze wzrostem skrócenia wstępnego sprężyn głównych. Ekstremalne zwiększenie  $E_u$  wynosi 140% dla n = 12, s = 300 mm (rys. 5).
- 3. Długość niszczenia progresywnego elementów KEE wzrasta monotonicznie wraz ze wzrostem skrócenia wstępnego sprężyn głównych. Największe oscylacje w przebiegu  $L_{pd}(s)$  występują dla najsłabszego elementu i najlżejszej trawersy ruchomej. Wykresy na rysunku 6 stanowią podstawę projektowania eksperymentów niszczenia progresywnego KEE.
- 4. Wykresy na rysunku 7 służą do kontroli dopuszczalności danej próby udarowej z punktu widzenia nośności zastosowanych wibroizolatorów GERB.

- 5. Wykresy na rysunkach 8 i 9 służą do oceny skuteczności zastosowanych wibroizolatorów GERB, do oceny szkodliwości drgań, a także do oceny stopnia zaburzenia próby udarowej przez drgania układu. Wykresy na rysunku 8 wskazują na preferencję wartości skrócenia wstępnego sprężyn głównych  $s \in [75, 150]$  mm. Amplitudy drgań płyty dolnej są wówczas w zakresie 5-15 mm.
- 6. Wykresy na rysunku 9 również wskazują na preferencję wartości skrócenia wstępnego sprężyn głównych  $s \in [75, 150]$  mm . Drgania podłoża w tym przedziale są bardzo małe, a amplitudy przyspieszeń drgań pionowych wynoszą [0,92; 1,93] m/s<sup>2</sup>.
- 7. Wykresy przebiegów czasowych drgań elementów młota udarowego, pokazane na rysunkach 10 i 11, wskazują na preferencję niższych wartości skrócenia wstępnego sprężyn głównych, rzędu 75 mm. Proces niszczenia progresywnego KEE jest wówczas bardzo stabilny (rys. 10).
- 8. Przy skróceniu wstępnym sprężyn głównych 150 mm występują intensywne drgania urządzenia i podskoki trawersy ruchomej na sprężystych podkładkach elastomerowych (rys. 11).
- 9. W przeprowadzonych wstępnych próbach eksperymentalnych niszczenia progresywnego KEE zaobserwowano znacznie mniejsze wartości podskoków trawersy ruchomej. Wynika to z uproszczeń w modelowaniu trawersy. W układzie rzeczywistym kompozytowa belka trawersy jest odkształcalna, a więc po uderzeniu w podkładki elastomerowe następuje zginanie tej belki i pojawienie się znacznych sił tarcia półcylindrycznych prowadnic teflonowych trawersy o kolumny prowadzące.

## 4. Podsumowanie

Opracowany model dynamiczny młota udarowego sprężynowego, równania ruchu, algorytmy obliczeniowe i program obliczeniowy KESHA v2 okazały się efektywnym narzędziem do badań numerycznych energochłonności KEE oraz do oceny skuteczności wibroizolacji GERB. Badany młot udarowy należy do klasy młotów o średnich prędkościach uderzenia i i średniej energii uderzenia ( $v_u = 2,5-11$  m/s;  $E_u = 0,1-6,0$  kJ). Jest zatem przydatny do badań energochłonności próbek KEE o średniej energii absorpcji. Skuteczność wibroizolacji zaprojektowanej przez firmę GERB ocenia się jako wysoką.

Opracowany model dynamiczny młota RG-1 będzie poddany walidacji po przekazaniu urządzenia do eksploatacji. W szczególności zweryfikowane zostanie założenie o braku tarcia półcylindrycznych podkładek teflonowych prowadnic trawersy ruchomej względem wypolerowanych walcowych kolumn prowadzących. Wprowadzenie ewentualnego tarcia do teorii drgań jest możliwe. Badania będą kontynuowane w kierunku oceny szkodliwości drgań w odniesieniu do budynków i ludzi, a także w kierunku opracowania nomogramów do stosowania w planowaniu eksperymentów badań energochłonności KEE z wykorzystaniem młota RG-1.

Do badań energochłonności KEE wskazane jest stosowanie wartości skrócenia wstępnego sprężyn głównych rzędu 75 mm. Liczba obciążników powinna być dobierana z warunku żądanej wartości energii uderzenia. Wartości skrócenia wstępnego sprężyn głównych powyżej 150 mm powinny być stosowane tylko w uzasadnionych przypadkach paneli KPP o dużej sile niszczenia progresywnego.

Artykuł wpłynął do redakcji 22.12.2009 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w lipcu 2010 r.

#### LITERATURA

- [1] R. GIELETA i in., *Wielofunkcyjna maszyna wytrzymałościowa do badań udarowych i statycznych*, zgłoszenie patentowe Nr P390885, Warszawa, 2010.
- [2] PN-80/B-3040, Fundamenty i konstrukcje wsporcze pod maszyny. Obliczenia i projektowanie.
- [3] J. LIPIŃSKI, Fundamenty pod maszyny, Arkady, Warszawa, 1985.
- [4] J. LANGER, Dynamika budowli, WPWr, Wrocław, 1980.
- [5] Dokumentacja geotechniczna dotycząca warunków gruntowo-wodnych w rejonie budynków 34, 34a Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie, Zespół Badań Geotechnicznych GEOTEST, Warszawa, 2008.
- [6] R. GIELETA, *Obliczenia statyczne i projekt techniczny młota udarowego*, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2007.
- [7] M. KLASZTORNY, *Modelowanie i obliczenia dynamiczne młota udarowego*, ekspertyza techniczna, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2008.
- [8] Federelement KV-452-247 03, GERB Schwingungsisolierungen GmbH & Co KG, Berlin, 2009.
- [9] GERB Pipework Dampers, GERB Essen, 1986.
- [10] Dokumentacja wykonawcza fundamentu pod młot udarowy instalowany w budynku 34a Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie, Biuro Projektowe CONSTRUCTA M. Susek, Poznań, 2009.
- [11] P. GOTOWICKI, *Wpływ struktury wybranych kompozytów na zdolność pochłaniania energii*, praca doktorska, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2008.

## M. KLASZTORNY, T. NIEZGODA, R. GIELETA, P. TALAREK

### Modelling and numerical simulation of RG-1 spring stroke hammer

**Abstract.** The study presents modelling and numerical simulation of the RG-1 spring stroke hammer, using the multi-body dynamics approach. The device has been designed and erected at the Laboratory of Strength of Materials of the Department of Mechanics and Applied Computer Science of Military University of Technology, Poland. The study develops a nonlinear discrete dynamic model of the hammer-examined specimen–vibroisolation–foundation–subsoil system as well as determines the

values of the system parameters. A nonlinear matrix equation of motion of the system has been formulated partly in the implicit form, taking into consideration subsequent/simultaneous stages of the dynamic process, i.e., rapid release of the ram catch, expansion of the mainsprings, impact of the ram onto the examined specimen, shock absorption by the elastomeric pads, reduction of the forced vibrations by GERB vibroisolators, propagation of the vibrations in the subsoil, free damped vibrations of the system.

An implicit algorithm for numerical integration of equations of motion, based on Newmark's average acceleration method, has been formulated. The problem has been reflected by a computer programme written in Pascal. The study presents numerical simulations reflecting dynamic tests of energy-absorbing composite cylindrical specimens.

The ram fixed to the moving traverse is able to induce progressive failure up to the specimen length minus 15 mm. A distance of 15 mm is reserved for gathering the material of the destroyed part of the specimen. If this distance is achieved, the moving traverse strikes onto the elastomeric pads fixed to the cantilevers. All possible breakings away are taken into consideration in the matrix equation of motion.

In order to reduce vibrations, induced by rapid releasing of the ram catch and by the main impact, the device has been connected to RC block foundation with four viscoelastic KV-452-247 03 GERB vibroisolation units. The fundamental natural frequency of the system is close to  $f_1 = 3.4$  Hz. The exemplary time histories of vibrations of select subsystems, corresponding to the initial shortening of the mainsprings equal to s = 75 mm and 150 mm, number of bobs n = 0, and the carbon/epoxy specimen CE-1, are shown in Figs. 10 and 11.

The multi-body dynamic model of the device, the dynamic equation of motion, the computer algorithms and the computer programme constitute an effective tool for predicting energy absorption of composite specimens and for assessment of vibration isolation effectiveness. The GERB vibroisolation has appeared to be very effective. The investigated device belongs to the hammers class of the medium impact velocities ( $v_{\mu} = 2.5$ -11 m/s) and the medium impact energy ( $E_{\mu} = 0.1$ -6.0 kJ).

Keywords: dynamics of machines, stroke hammer, energy absorbing elements, vibroisolation, modelling, numerical simulation

Universal Decimal Classification: 531.8