



Diagnostyka wibroakustyczna belek z pęknięciami wzdłużnymi

LESZEK MAJKUT

Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki,
Katedra Mechaniki i Wibroakustyki, 30-059 Kraków, Al. Mickiewicza 30

Streszczenie. W pracy zaproponowano model belki z pęknięciem poziomym, prostoliniowym. Zastosowanie proponowanego modelu ograniczone jest do pierwszej częstości drgań własnych, a w przypadku drgań wymuszonych do częstości wymuszenia poniżej drugiej częstości drgań własnych. Weryfikacji modelu dokonano poprzez porównanie pierwszych częstości drgań własnych wyznaczonych z wykorzystaniem MES i proponowanego modelu dla różnych głębokości, długości i położenia pęknięcia.

Po weryfikacji modelu analizowano zmiany częstości drgań własnych w funkcji położenia, głębokości i długości pęknięcia oraz zaproponowano nową metodę diagnostyczną opartą na obserwacji zmian trajektorii fazowych.

Słowa kluczowe: diagnostyka, trajektorie fazowe, częstości własne, modelowanie

Symbole UKD: 539.4

1. Wstęp

Badanie procesów dynamicznych obiektów rzeczywistych może być kosztowne, czasochłonne lub w pewnych sytuacjach niemożliwe, natomiast eksperymenty można w prosty sposób przeprowadzić na modelach, stosując je do symulacji zachowań dynamicznych. W tym celu należy zbudować model fizyczny i matematyczny obiektu, po czym przeprowadzić estymację parametrów modelu oraz jego weryfikację [5].

Praca dotyczy modelowania i poszukiwania symptomów uszkodzeń elementów konstrukcyjnych polegających na pęknięciach wzdłużnych (poziomych). Analizowane w pracy modelowanie dotyczy elementów, których modelem może być

belka Bernoulliego-Eulera. Taki rodzaj uszkodzenia elementu następuje w pewnych przypadkach obciążeń gigacyklowych elementu [13], jest to również model delaminacji w kompozytach warstwowych [4] oraz rozwarstwienia w materiałach warstwowych.

Powszechnie stosowane metody diagnostyczne oparte na metodach: magnetycznych, prądów wirowych czy metodach proszkowych, nie pozwalają na diagnostykę analizowanych pęknięć poziomych w belce. Metody te stosuje się tylko w przypadkach braku ciągłości struktury, a więc do pęknięć poprzecznych, krawędziowych [1]. Metody ultradźwiękowe polegają głównie na pomiarze fal powierzchniowych, które zanikają eksponentalnie wraz z głębokością [1], ich stosowanie jest więc również ograniczone do pęknięć o niewielkiej głębokości.

W przypadku pęknięć poziomych najlepszą metodą diagnostyki jest więc diagnostyka wibroakustyczna. Przy diagnostyce według modelu [7] niezbędny jest model analizowanego zjawiska, który pozwala m.in. na wyznaczenie modelu odwrotnego [2, 3] i co za tym idzie identyfikację stanu technicznego obiektu i wielkości uszkodzenia [10].

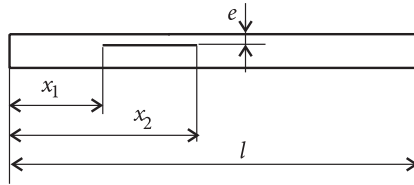
Weryfikacji zaproponowanego modelu dokonano poprzez porównanie pierwszych częstości drgań własnych wyznaczonych MES dla różnych głębokości, długości i położenia pęknięcia.

W pracy analizowano dwa symptomy pęknięcia poziomego w belce. Pierwszym analizowanym symptomem jest zmiana częstości drgań własnych w funkcji położenia, głębokości oraz długości pęknięcia. Jako drugi zaproponowano nową metodę diagnostyczną opartą na obserwacji zmian trajektorii fazowych.

Jedyną znaną autorowi pracą poruszającą problem modelowania pęknięcia poziomego w belce jest praca [6]. Opisana tam metoda modelowania wykorzystywana jest do analizy przebiegów drgań belki o nieskończonej długości w kilku pierwszych milisekundach po przyłożeniu siły impulsowej. Zastosowanie jej do wyznaczenia częstości drgań własnych czy amplitud wymuszonych belki o skończonej długości prowadzi do błędnych wyników w porównaniu z wynikami symulacji MES.

2. Model pęknięcia poziomego w belce

Przedmiotem pracy jest opis modelowania pęknięcia wykorzystywanego do analizy drgań i wibroakustycznej diagnostyki według modelu [9]. Model ten wykorzystać można do analizy wpływu pęknięcia na drgania własne i wymuszone belki oraz do diagnostyki stanu technicznego elementu (identyfikacji pęknięć) [8, 10, 11, 12]. W rozważaniach przyjęto belkę o stałym przekroju poprzecznym $A = b \cdot x \cdot h$ oraz momencie bezwładności przekroju I . Rozpatrywany w pracy problem opisany został modelem belki Bernoulliego-Eulera (tzw. techniczne równanie drgań). Analizowaną w pracy belkę z pęknięciem poziomym pokazano na rysunku 1.

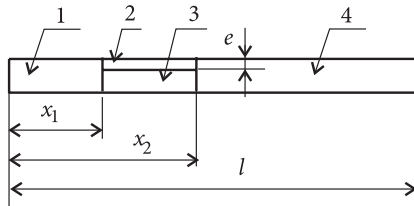


Rys. 1. Model fizyczny belki z pęknięciem poziomym

Na rysunku 1 przez l oznaczono długość belki, e — głębokość pęknięcia, x_1 i x_2 odpowiednio początek i koniec pęknięcia, w pracy wykorzystywana jest również długość pęknięcia $d = x_2 - x_1$.

3. Model „dwubelkowy” pęknięcia

W celu wyznaczenia modelu matematycznego autor proponuje by pęknięty element podzielić na cztery podukłady: 1 — dla $x \in \langle 0, x_1 \rangle$, 4 — dla $x \in \langle x_2, l \rangle$. Pęknięty odcinek $x \in \langle x_1, x_2 \rangle$, podzielono na dwa podukłady 2 i 3 (stąd nazwa — model dwubelkowy). Jeden z nich o wysokości równej głębokości pęknięcia e , drugi o wysokości $h - e$. Proponowany podział pokazano schematycznie na rysunku 2.



Rys. 2. Dwubelkowy model pęknięcia

Każdy podukład opisano równaniami różniczkowymi drgań, wynikającymi z przyjętego modelu Bernoulliego-Eulera belki.

Równania różniczkowe drgań belki mają postać;

— dla $x \in \langle 0, x_1 \rangle$ opisane funkcją $y_1(x, t)$ i $x \in \langle x_2, l \rangle$ opisane funkcją $y_4(x, t)$

$$EI \frac{\partial^4 y_i(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_i(x, t)}{\partial t^2} = 0, \quad i = 1, 4, \tag{1}$$

— dla $x \in \langle x_1, x_2 \rangle$

$$EI_2 \frac{\partial^4 y_2(x, t)}{\partial x^4} + \rho A_2 \frac{\partial^2 y_2(x, t)}{\partial t^2} = q(x, t), \tag{2}$$

$$EI_3 \frac{\partial^4 y_3(x, t)}{\partial x^4} + \rho A_3 \frac{\partial^2 y_3(x, t)}{\partial t^2} = -q(x, t), \quad (3)$$

gdzie: $q(x, t)$ jest obciążeniem wewnętrznym na kierunku normalnym, pomiędzy elementami 2 i 3 na odcinku pęknięcia.

W proponowanym modelu zakłada się, że belki 2 i 3 mają identyczne przemieszczenia poprzeczne i nie mają żadnych przeszkód w swobodnym ślizganiu się po sobie w kierunku osi belki (siły tarcia zostały pominięte).

Założona identyczność przemieszczeń poprzecznych oznacza, że $y_2(x, t) = y_3(x, t)$. Po wprowadzeniu funkcji $y_2(x, t)$ do równania (3) i dodaniu stronami równań (2) i (3), równanie drgań belki na pękniętym odcinku można zapisać w postaci:

$$E(I_2 + I_3) + \frac{\partial^4 y_2}{\partial x^4} + \rho(A_2 + A_3) \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} = 0. \quad (4)$$

W pracy [6] momenty bezwładności I_2 i I_3 liczone są względem osi obojętnych belek odpowiednio 2 i 3. To właśnie założenie prowadzi zdaniem autora do błędnych wyników przy analizie drgań belki o skończonych wymiarach.

3.1. Wyznaczenie momentów bezwładności pola przekroju

Jak zaznaczono w poprzednim punkcie pracy, modelowanie, w którym momenty bezwładności I_2 i I_3 wyznaczone są względem osi obojętnych belek odpowiednio 2 i 3, nie daje poprawnych wyników analizy drgań belki z pęknięciem poziomym. Warto zauważyć, że element pokazany na rysunku 2 drga względem jednej osi neutralnej. Momenty bezwładności powinny być więc wyznaczone względem tej osi.

Momenty bezwładności wzg. osi objętej elementu należy wyznaczyć z zależności (z wykorzystaniem twierdzenia Steinera):

$$I_2 = \frac{be^3}{12} + be \left(\frac{h}{2} - \frac{e}{2} \right)^2 \quad (5)$$

$$I_3 = \frac{b(h-e)^3}{12} + b(h-e) \left(\frac{e}{2} \right)^2. \quad (6)$$

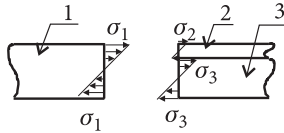
W takiej sytuacji suma $I_2 + I_3$ (z równania 4) po przekształceniach wynosi:

$$I_2 + I_3 = \frac{bh^3}{12}. \quad (7)$$

Z takiego rozwiązania wynika, że przy założeniu o równości przemieszczeń obu belek na pękniętym odcinku elementu ($y_2(x, t) = y_3(x, t)$) pęknięcie nie ma wpływu na drgania elementu (równania (1) i (4) mają w takim przypadku identyczną postać).

3.2. Ciągłość naprężeń

Kolejnym czynnikiem, który należy uwzględnić przy modelowaniu dwubelkowym pęknięcia wzdłużnego elementu, jest rozkład naprężeń wyznaczonych z takiego modelu. Na rysunku 3 pokazano rozkład naprężeń na początku pęknięcia (wsp. x_1 belki). Nieciągłość naprężeń w tym, jak również w przekroju x_2 , wynika z przyjętego modelu pęknięcia.



Rys. 3. Rozkład naprężeń normalnych pochodzących od zginania przekroju x_1

W celu zapewnienia ciągłości naprężeń (równości wartości maksymalnych) autor proponuje wprowadzenie i uwzględnienie w analizie sił osiowych (wzdłużnych) działających na odcinku pęknięcia w elemencie.

Siły N_2 i N_3 działające odpowiednio na belkę 2 i 3 modelu dwubelkowego pęknięcia wyznacza się z ciągłości (równości) maksymalnych naprężeń normalnych i tak:

$$\sigma_1^g = \sigma_2^g + \frac{N_2}{A_2}, \quad \sigma_1^g = \sigma_3^g + \frac{N_3}{A_3},$$

indeks g oznacza, że są to naprężenia pochodzące od zginania.

Tak zdefiniowane siły wzdłużne N_2 i N_3 wyznaczyć można z zależności:

$$N_2 = A_2 \left(\frac{M_{g1}(x_1)}{W_{g1}} - \frac{M_{g2}(x_1)}{W_{g2}} \right), \quad (8)$$

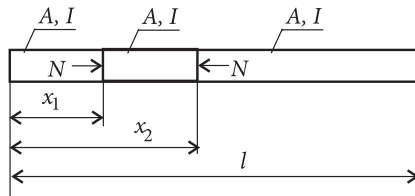
$$N_3 = A_3 \left(\frac{M_{g1}(x_1)}{W_{g1}} - \frac{M_{g3}(x_1)}{W_{g3}} \right), \quad (9)$$

gdzie: $M_{g1}(x_1)$ — wartość momentu gnącego na końcu przedziału 1 pękniętego elementu (rys. 2), $M_{g2}(x_2)$ i $M_{g3}(x_3)$ — wartości momentów gnących wyznaczonych, odpowiednio w belce 2 i 3 pękniętego elementu, w przekroju o współrzędnej $x = x_1$, W_{gi} — wskaźnik wytrzymałości na zginanie i -tej belki, $i = 1, 2, 3$.

Podobne zależności napisać można również dla przekroju x_2 pękniętego elementu, z tym że siły N_2 i N_3 w przekrojach x_1 i x_2 stanowić muszą dwójki zerowe.

4. Model zastępczy pękniętej wzdłużnie belki

Opierając się na zależnościach (7), (8) i (9) oraz wykorzystując założenie o równości przemieszczeń poprzecznych obu belek modelujących pęknięcie, tzn. $y_2(x, t) = y_3(x, t)$, autor proponuje budowę zastępczego modelu pękniętego wzdłużnie elementu. Taki model pokazano na rysunku 4.



Rys. 4. Model zastępczy pękniętego wzdłużnie elementu

W proponowanym modelu element ma stałe pole przekroju A i moment bezwładności pola I na całej swej długości, pęknięcie uwzględniane jest poprzez wprowadzenie siły N na długości pęknięcia.

W przypadku poszukiwania częstości drgań własnych wykorzystanie zależności (8) i (9) staje się niemożliwe ze względu na brak możliwości określenia wartości momentu gnącego. Moment gnący zależy od stałych całkowania, tych zaś nie można określić jednoznacznie, wyznaczyć można jedynie zależności pomiędzy nimi.

W takim przypadku siłę wzdłużną zidentyfikować można na podstawie wartości częstości drgań własnych wyznaczonych metodą elementów skończonych, dla kilku wartości długości pęknięcia $d = x_2 - x_1$, dla jednej założonej głębokości pęknięcia.

4.1. Identyfikacja siły wzdłużnej

W celu identyfikacji siły wzdłużnej przeprowadzono symulację z wykorzystaniem MES pękniętej wzdłużnie belki wspornikowej. Do obliczeń przyjęto belkę o danych materiałowych: moduł Younga $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Pa; gęstość materiału $\rho = 7860$ kg/m³ i geometrycznych: przekrój poprzeczny $b \times h = 0,04 \cdot 0,04$ m; długość belki $l = 1,2$ m.

Wartości częstotliwości drgań własnych wraz ze zidentyfikowanymi na ich podstawie siłami wzdłużnymi zamieszczono w tabeli 1.

TABELA 1

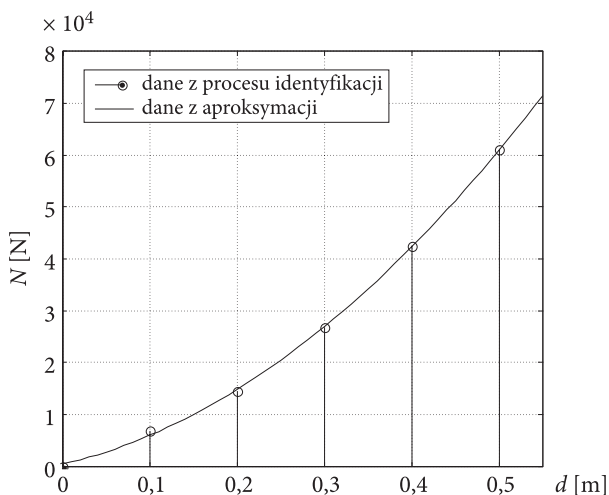
Wartości zidentyfikowanej siły wzdłużnej

x_1 [m]	d [m]	e	f_1 [Hz]	N [N]
0,40	0,1	$h/2$	23,184	6800
0,40	0,2	$h/2$	23,146	14500

cd. tabeli 1

0,40	0,3	$h/2$	23,015	26700
0,40	0,4	$h/2$	22,758	42400
0,40	0,5	$h/2$	22,371	61100

Zmianę siły wzdłużnej N w funkcji długości pęknięcia pokazano na rysunku 5, wartości z tabeli 1 oznaczono przez „o”.



Rys. 5. Zmiana siły wzdłużnej w funkcji długości pęknięcia

Na podstawie obserwacji danych pokazanych na rysunku 5 zaproponowano, by zmianę siły wzdłużnej N w funkcji długości pęknięcia d aproksymować funkcją w postaci:

$$N(d) = a_0 + a_1 d + a_2 d^2. \quad (10)$$

Stałe a_i wyznaczono z wykorzystaniem analizy regresji liniowej i dla analizowanego przypadku wynoszą one odpowiednio: $a_0 = 375,0$, $a_1 = 39\,589,3$, $a_2 = 163\,392,9$. Wyniki aproksymacji pokazano na rysunku 5 (linia ciągła).

5. Weryfikacja modelu

Weryfikacji modelu dokonano poprzez porównanie częstości drgań własnych belki z pęknięciem o różnych położeniach, długościach i głębokościach. Wyniki porównania częstości własnych wyznaczonych metodą elementów skończonych ω_{MES} i z wykorzystaniem proponowanego modelu ω_{mod} zamieszczono w tabelach 2 i 3.

Błąd względny wyznaczono z zależności:

$$\delta_{\omega} = \frac{|\omega_{\text{mod}} - \omega_{\text{MES}}|}{\omega_{\text{MES}}} \cdot 100 \% \quad (11)$$

W każdym przypadku weryfikacji identyfikację siły wzdłużnej przeprowadzono, jak to opisano w punkcie 4.1, przy modelowaniu pęknięcia na głębokości $e = h/2$. W tabeli 2 zebrano wyniki weryfikacji dla pęknięcia na tej samej głębokości co przy identyfikacji siły wzdłużnej.

TABELA 2

Wyniki weryfikacji modelu

x_1 [m]	d [m]	e	δ_{ω} [%]
0,10	0,05	$h/2$	0,0431
0,10	0,15	$h/2$	0,1642
0,10	0,25	$h/2$	0,5699
0,10	0,35	$h/2$	1,2972
0,10	0,45	$h/2$	2,3032
0,40	0,10	$h/2$	0,0129
0,40	0,20	$h/2$	0,0173
0,40	0,30	$h/2$	0,0131
0,40	0,40	$h/2$	0,0044
0,40	0,50	$h/2$	0,0045
0,90	0,10	$h/2$	0,0043
0,90	0,15	$h/2$	0,0259
0,90	0,20	$h/2$	0,0604
0,90	0,25	$h/2$	0,0950

W tabeli 3 pęknięcia modelowane są na innych głębokościach ($h/3$ i $h/4$). W celu wyznaczenia częstości drgań własnych belki z pęknięciem na innej głębokości niż ta, dla której dokonano identyfikacji, zaproponowano modyfikację siły wzdłużnej N . Wartość siły wzdłużnej powinna być pomnożona przez współczynnik α , który jest równy ilorazowi głębokości pęknięcia, modelowanej do głębokości pęknięcia, przy której dokonano identyfikacji. Na przykład dla głębokości $e = h/3$ współczynnik $\alpha = 2/3$.

TABELA 3

Wyniki weryfikacji modelu

x_1 [m]	d [m]	e	$\delta_{w,\omega}$ [%]	x_1 [m]	d [m]	e	$\delta_{w,\omega}$ [%]
0,10	0,10	$h/3$	0,0647	0,10	0,05	$h/4$	0,0388
0,10	0,20	$h/3$	0,2510	0,10	0,15	$h/4$	0,0993
0,10	0,30	$h/3$	0,6536	0,10	0,25	$h/4$	0,2728
0,10	0,40	$h/3$	1,2799	0,10	0,35	$h/4$	0,5665
0,10	0,50	$h/3$	2,0745	0,10	0,45	$h/4$	0,9558
0,40	0,10	$h/3$	0,0129	0,40	0,10	$h/4$	0,0173
0,40	0,20	$h/3$	0,0216	0,40	0,20	$h/4$	0,0259
0,40	0,30	$h/3$	0,0478	0,40	0,30	$h/4$	0,0997
0,40	0,40	$h/3$	0,0790	0,40	0,40	$h/4$	0,2094
0,40	0,50	$h/3$	0,1110	0,40	0,50	$h/4$	0,3386
0,80	0,10	$h/3$	0,0086	0,90	0,10	$h/4$	0,0216
0,80	0,15	$h/3$	0,0648	0,90	0,15	$h/4$	0,0043
0,80	0,20	$h/3$	0,1023	0,90	0,20	$h/4$	0,0129
0,80	0,25	$h/3$	0,1513	0,90	0,25	$h/4$	0,0259

Wyniki weryfikacji zawarte w tabelach 2 i 3 wskazują na poprawność proponowanego modelu.

Tak zweryfikowany model pęknięcia poziomego w belce wykorzystany został do poszukiwania symptomów drganiowych tego typu uszkodzenia.

6. Zmiana częstości drgań własnych

Równania różniczkowe drgań własnych modelu zastępczego pękniętej belki mają postać:

— dla $x \in \langle 0, x_1 \rangle$

$$EI \frac{\partial^4 y_1(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (12)$$

— dla $x \in \langle x_1, x_2 \rangle$

$$EI \frac{\partial^4 y_2(x,t)}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (13)$$

— dla $x \in \langle x_2, l \rangle$

$$EI \frac{\partial^4 y_3(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_3(x,t)}{\partial t^2} = 0. \quad (14)$$

Równania (12)-(14) rozwiązane zostały metodą Fouriera, rozdzielania zmiennych, tzn. założono, że wszystkie funkcje $y_i(x, t)$ zapisać można w postaci iloczynu funkcji amplitud drgań $X_i(x)$ i jednej (takiej samej dla wszystkich $i = 1, 2, 3$) funkcji czasowej $T(t)$.

Funkcja amplitud drgań będąca rozwiązaniem równań (12) i (14) ma postać ($i = 1, 3$):

$$X_i = P_i \cosh \lambda x + Q_i \sinh \lambda x + R_i \cos \lambda x + S_i \sin \lambda x. \quad (15)$$

Funkcja amplitud drgań dla równia (13) ma postać

$$X_2(x) = P_2 \cosh \kappa_1 x + Q_2 \sinh \kappa_1 x + R_2 \cos \kappa_2 x + S \sin \kappa_2 x, \quad (16)$$

gdzie:

$$\lambda^4 = \omega^2 \rho A / EI; \quad \beta = \frac{N}{EI}; \quad \kappa_1 = \sqrt{\frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\lambda^4}}{2}}; \quad \kappa_2 = \sqrt{\frac{\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\lambda^4}}{2}}.$$

Stałe całkowania — P_i, Q_i, R_i, S_i ($i = 1, 2, 3$) zależą od warunków ciągłości oraz warunków brzegowych skojarzonych z analizowanym problemem początkowo-brzegowym.

Warunki ciągłości w punkcie o współrzędnej $x = x_1$ opisują:

- ciągłość amplitud drgań: $X_2(x_1) - X_1(x_1) = 0$,
- ciągłość kątów obrotów przekrojów poprzecznych: $X_2'(x_1) - X_1'(x_1) = 0$,
- ciągłość momentów gnących: $X_2''(x_1) - X_1''(x_1) = 0$,
- ciągłość sił tnących: $X_2'''(x_1) - X_1'''(x_1) = 0$.

Warunki ciągłości w punkcie $x = x_2$ otrzymuje się, z powyższych równań przez zastąpienie odpowiednio X_1 i x_1 przez X_3 i x_2 .

Warunki brzegowe belki wspornikowej opisane są przez równania:

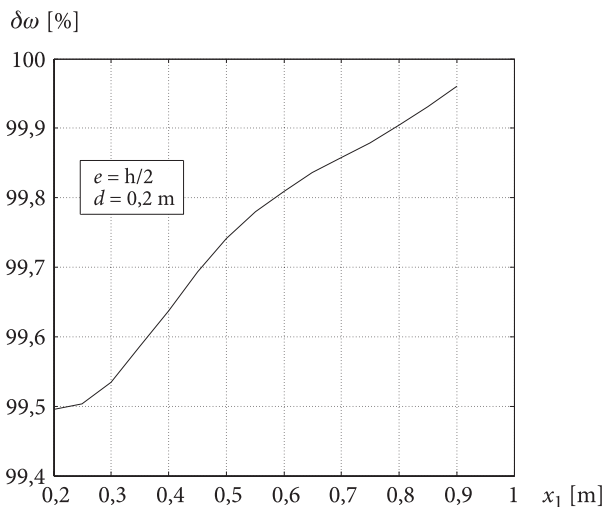
$$X_1(0) = 0; \quad X_1'(0) = 0; \quad X_3''(l) = 0; \quad X_3'''(l) = 0.$$

Zmiany częstości drgań własnych belki w funkcji odpowiednio położenia, długości i głębokości pęknięcia pokazano odpowiednio na rysunkach 6-8.

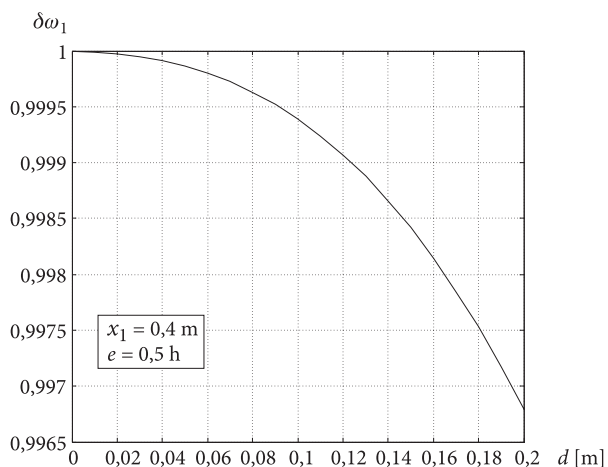
Na rysunku 6 pokazano zmianę pierwszej częstości drgań własnych belki z pęknięciem poziomym w funkcji położenia początku pęknięcia (pozostałe parametry pęknięcia: głębokość i długość są stałe).

Na rysunku 7 pokazano zmianę pierwszej częstości drgań własnych belki z pęknięciem w funkcji długości pęknięcia (położenie i głębokość pęknięcia są stałe).

Zmianę pierwszej częstości drgań własnych belki z pęknięciem w funkcji jego głębokości przy stałych: długości i położeniu pokazano na rysunku 8.

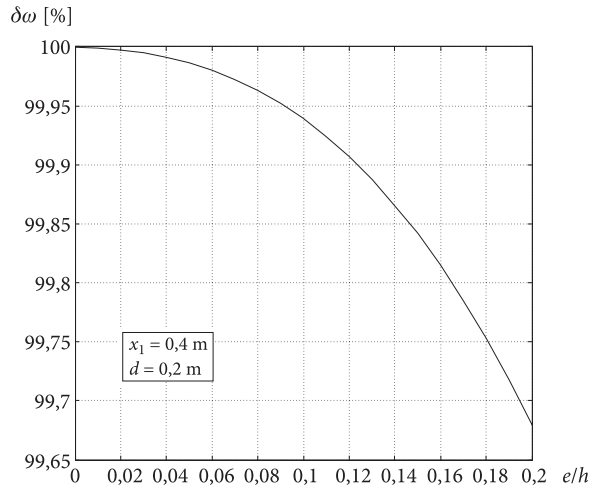


Rys. 6. Zmiana częstości drgań własnych w funkcji położenia pęknięcia



Rys. 7. Zmiana częstości drgań własnych w funkcji długości pęknięcia

Na rysunkach 6-8 zmianę pierwszej częstości drgań własnych oznaczono przez $\delta\omega_1 = \frac{\omega_{1z}}{\omega_{1u}} \cdot 100\%$, gdzie: ω_{1z} — pierwsza częstość drgań własnych belki „zdrowej” (nieuszkodzonej), ω_{1u} — pierwsza częstość drgań własnych belki uszkodzonej, d jest długością pęknięcia.



Rys. 8. Zmiana częstości drgań własnych w funkcji głębokości pęknięcia

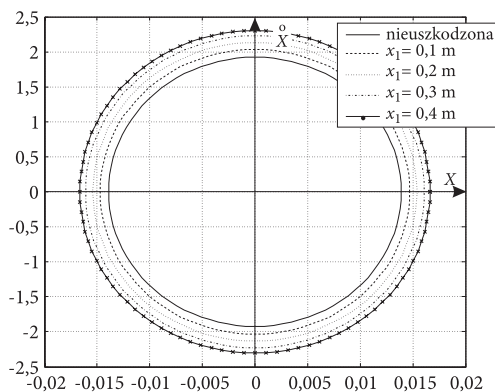
Z obserwacji przebiegów zmian częstości drgań własnych pokazanych na rysunkach 6-8 wynika bardzo niska czułość (wrażliwość) tego symptomu w funkcji uszkodzenia (zmiany częstości poniżej 1%).

7. Obserwacja trajektorii fazowych

Inną proponowaną metodą diagnostyczną jest obserwacja trajektorii fazowych odpowiedzi na wymuszenie monoharmoniczne belki. W analizowanym przypadku siłę wymuszającą przyłożono na swobodnym końcu belki. W eksperymencie numerycznym dla częstości siły wymuszającej przyjęto wartość $\omega = 138$ rad/s (pierwsza częstość drgań własnych belki nieuszkodzonej wynosi $\omega_0 = 145$ rad/s). Odpowiedź dynamiczną belki wyznaczono w punkcie o współrzędnej $x_m = 0,9$ m.

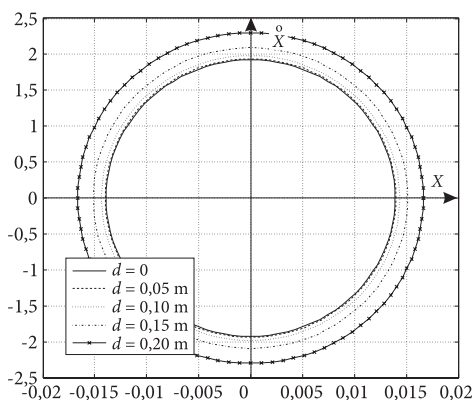
Na rysunkach 9-11 pokazano przebiegi trajektorii fazowych belki o różnym stopniu uszkodzenia. Stopień uszkodzenia belki oznaczono przez zmianę długości, położenia i głębokości pęknięcia.

Zmianę trajektorii fazowych belki z pęknięciem poziomym w funkcji jego położenia, przy stałych: głębokości i długości, pokazano na rysunku 9.



Rys. 9. Zmiana trajektorii fazowej w funkcji położenia pęknięcia

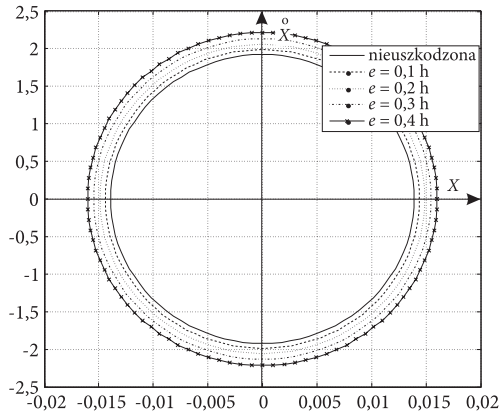
Na rysunku 10 pokazano zmiany trajektorii fazowych w funkcji długości pęknięcia.



Rys. 10. Zmiana trajektorii fazowej w funkcji długości pęknięcia

Zmianę trajektorii fazowych belki z pęknięciem poziomym, w funkcji jego głębokości, przy stałych: długości i położeniu, pokazano na rysunku 11.

W obu metodach diagnostycznych modelowano identyczne uszkodzenia, dlatego też czułość obu metod porównać można, analizując odpowiednio przebiegi pokazane na rysunkach 6 i 9 dla analizy wpływu położenia pęknięcia. Analizę czułości obu metod diagnostycznych na długość pęknięcia przeprowadzić można na podstawie rysunków 7 i 10. Na rysunkach 8 i 11 pokazano wrażliwość obu symptomów na zmianę głębokości pęknięcia.



Rys. 11. Zmiana częstości drgań własnych w funkcji głębokości pęknięcia

8. Podsumowanie

W pracy pokazano pewien sposób modelowania pęknięcia wzdłużnego w elemencie, którego modelem może być prostoliniowa belka. W proponowanym modelu założono, że oba sektory belki na odcinku pęknięcia mają takie same przemieszczenia poprzeczne. Założenie to ogranicza zastosowanie proponowanego modelu do wyznaczenia pierwszej częstości drgań własnych, a w przypadku drgań wymuszonych do częstości wymuszenia o wartości mniejszej od drugiej częstości drgań własnych.

Sposób wyznaczenia siły wzdłużnej ogranicza stosowanie proponowanego modelu do analizy stanów ustalonych (częstości drgań własnych, wektorów własnych, wektorów drgań wymuszonych).

Weryfikacji modelu dokonano poprzez porównanie pierwszych częstości drgań własnych wyznaczonych MES i z wykorzystaniem proponowanego modelu dla różnych głębokości, długości i położeń pęknięcia. Wyniki weryfikacji zawarte w tabelach 2 i 3 wskazują na poprawność proponowanego modelu.

Tak zweryfikowany model pęknięcia poziomego w belce wykorzystany został do poszukiwania symptomów drganiowych tego typu uszkodzenia. W pracy zaproponowano dwie różne metody diagnostyki wibroakustycznej.

Pierwsza metoda oparta jest na obserwacji zmiany częstości drgań własnych w funkcji położenia (rys. 6), długości (rys. 7) i głębokości pęknięcia (rys. 8). Jest to najprostsza spośród metod wibroakustycznych, ze względu na łatwość pomiaru i ich dokładność. Niestety z obserwacji przebiegów zmian częstości drgań własnych pokazanych na rysunkach 6-8 wynika bardzo niska czułość (wrażliwość) tego symptomu w funkcji uszkodzenia (zmiany częstości poniżej 1%).

Druga proponowana metoda diagnostyczna polega na obserwacji trajektorii fazowych odpowiedzi dynamicznej układu na wymuszenie monoharmoniczne.

Obserwacja trajektorii pokazanych na rysunkach 9-11 pozwala na stwierdzenie, że trajektorie fazowe są bardziej czułe na uszkodzenie elementu. Problemem przy zastosowaniu tej metody diagnostycznej jest wybór częstości wymuszenia.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2011 jako projekt badawczy: N N504 403835.

Artykuł wpłynął do redakcji 14.12.2009 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w grudniu 2009 r.

LITERATURA

- [1] D. ADAMS, *Health monitoring of structural materials and components: methods with applications*, Wiley, 2007.
- [2] W. CHOLEWA, *Modele odwrotne i modelowanie diagnostyczne*, Diagnostyka, 30, 2004, 111-114.
- [3] W. CHOLEWA, J. KICIŃSKI, *Diagnostyka Techniczna. Metody odwracania nieliniowych modeli obiektu*, Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Śląska, 2001.
- [4] Ł. DOLIŃSKI, *Porównanie wybranych modeli delaminacji w kompozytach warstwowych*, Modelowanie Inżynierskie, 32, 2006, 113-118.
- [5] J. GIERGIEL, T. UHL, *Identyfikacja układów mechanicznych*, PWN, Warszawa, 1990.
- [6] S. I. ISHAK, G. R. LIU, S. P. LIM, *Study on characterization of horizontal cracks in isotropic beams*, Journal of Sound and Vibration, 238, 2000, 661-671.
- [7] J. KICIŃSKI, *Model Based diagnostics — today and tomorrow*, Diagnostyka, 30, 2004, 241-248.
- [8] G. KLEKOT, *Globalne miary wibroakustyczne jako narzędzie oceny stanu na przykładzie zmiennego stopnia uszkodzenia sprężonej belki betonowej*, Przegląd Mechaniczny, 12, 2006, 11-14.
- [9] L. MAJKUT, *Wibroakustyczne symptomy pęknięcia belki*, Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, 144, 2005, 165-181.
- [10] L. MAJKUT, *Identyfikacja pęknięcia w belkach o znanych warunkach brzegowych* Diagnostyka, 32, 2004, 107-116.
- [11] L. MAJKUT, *Identyfikacja pęknięcia w belkach na podstawie pomiaru częstości drgań własnych*, Kwartalnik AGH Mechanics, 24, 2005, 21-28.
- [12] L. MAJKUT, *Identyfikacja pęknięcia na podstawie amplitud drgań wymuszonych*, Kwartalnik AGH Mechanics, 24, 2005, 199-204.
- [13] F. NOWY, O. BOKUVA, *Gigacycle fatigue at highfrequency loading*, Materiały 7th International seminar of Technical Systems Degradation, Liptowski Mikulas, 2008, 111-114.

L. MAJKUT

Vibroacoustical diagnostics of beams with horizontal cracks

Abstract. The new model of a horizontal crack in a beam like structure is proposed. Application of the proposed model is limited to the first natural frequency determination and in case of forced vibration to all frequency of excitation below the second natural frequency. Verification of the proposed model was done by comparison of natural frequency determined by FEM and from proposed model for different crack locations, lengths, and depths.

After verification of the proposed model, it has been used to determination of the first natural frequency variation as a function of the horizontal crack depth, length, and location. As variations of natural frequency were very small, the new diagnostic method was proposed. The new method is based on phase trajectories observation. Proposed method is more sensitive to element damage.

Keywords: diagnostics, phase trajectories, natural frequency, modelling

Universal Decimal Classification: 539.4