



Analiza złożonych struktur promieniujących za pomocą hybrydowej metody FDTD/MoM-PO

TOMASZ TOPA, ARTUR NOGA, DARIUSZ WÓJCIK

Politechnika Śląska, Instytut Elektroniki, 44-100 Gliwice, ul. Akademicka 16

Streszczenie. W artykule przedstawiono hybrydową metodę analizy złożonych obiektów promieniujących i/lub rozpraszających fale elektromagnetyczne. Omówione podejście łączy w sobie zalety dwóch konwencjonalnych metod pełnofalowych: metody momentów (MoM) i metody FDTD. W celu zwiększenia efektywności analizy obiektów dużych elektrycznie metodę momentów połączono dodatkowo z asymptotycznym przybliżeniem optyki fizycznej (PO). Skuteczność proponowanego podejścia hybrydowego (FDTD/MoM-PO) pokazano na przykładzie analizy anteny reflektorowej.

Słowa kluczowe: elektromagnetyzm obliczeniowy, metoda FDTD, metoda momentów, metody hybrydowe, optyka fizyczna, anteny

Symbolne UKD: 537.86

1. Wprowadzenie

W literaturze dotyczącej inżynierii pola elektromagnetycznego dużo miejsca poświęca się ostatnio metodom hybrydowym łączącym co najmniej dwie, z gruntu odmienne metody pełnofalowe, np. metodę momentów — MoM (ang. *Method of Moments*) [1] z metodą FDTD (ang. *Finite-Difference Time-Domain*) [2, 3]. W przywołanej koncepcji „hybrydyzacji” każda z metod pełnofalowych stosowana jest z osobna do rozwiązania tego zagadnienia cząstkowego, do którego nadaje się najlepiej [5, 6, 8, 9]. Dla przykładu, metoda momentów doskonale sprawdza się w analizie obiektów wykonanych z materiałów dobrze przewodzących, zwykle jest jednak mało efektywna w analizie silnie niejednorodnych obiektów dielektrycznych [1]. Z drugiej strony, metoda FDTD doskonale nadaje się do analizy niejednorodnych obiektów dielektrycznych, nie sprawdza się natomiast w analizie struktur dobrze przewodzących [2, 3]. Zastosowanie hybrydyzacji pozwala pokonać ograniczenia nałożone na każdą

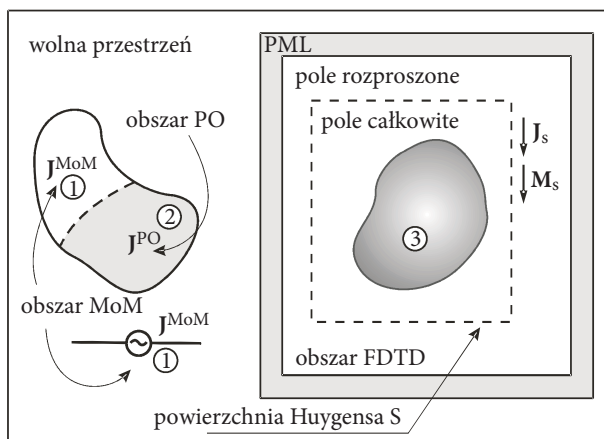
z metod, a w wielu przypadkach prowadzi dodatkowo do zmniejszenia ilości wymaganej pamięci operacyjnej komputera i skrócenia czasu obliczeń [10, 13].

Powszechnie znaną ułomnością metod pełnofalowych są duże wymagania odnośnie zasobów komputerowych (czas analizy, wielkość pamięci RAM). Wymagania te wyraźnie rosną wraz ze wzrostem rozmiarów elektrycznych analizowanych obiektów. Powoduje to, że konwencjonalna MoM czy FDTD może być stosowana w zasadzie dla struktur o małej i średniej wielkości elektrycznej. W tym kontekście duże zainteresowanie budzą podejścia hybrydowe, łączące metody pełnofalowe z asymptotycznymi technikami wielkoczęstotliwościowymi. Jedną z nich jest technika MoM-PO łącząca metodę momentów z przybliżeniem optyki fizycznej — PO (ang. *Physical Optics*) [12].

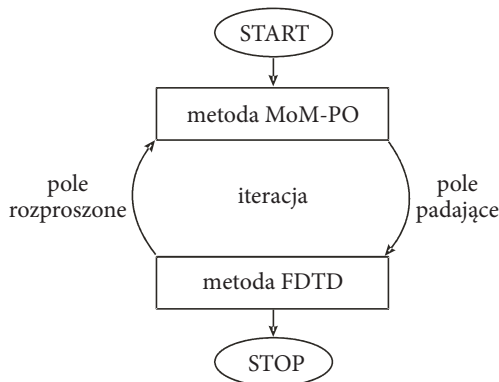
Niniejszy artykuł poświęcony jest omówieniu hybrydowej metody FDTD/MoM-PO, w której połączono FDTD z metodą momentów i przybliżeniem optyki fizycznej. Przedstawiony wariant dostosowany jest do wyznaczania odpowiedzi układu dla pojedynczej częstotliwości, a jego skuteczność zademonstrowano na przykładzie analizy anteny reflektorowej promieniującego w pobliżu stratnego dielektryka.

2. Idea

Istotą hybrydowej metody FDTD/MoM-PO jest dekompozycja analizowanego obiektu na trzy obszary, tj. obszar MoM — 1, obszar PO — 2 i obszar FDTD — 3 (patrz rys. 1) [13]. Zgodnie z przyjętą koncepcją hybrydyzacji, niejednorodne, stratne obiekty dielektryczne umieszczone są w obszarze FDTD, natomiast obiekty prze-



Rys. 1. Dekompozycja obszaru analizy w metodzie FDTD/MoM-PO



Rys. 2. Organizacja obliczeń dla metody hybrydowej FDTD/MoM-PO

wodzące w obszarach MoM i PO. Antena wraz z jej najbliższym otoczeniem tworzy obszar MoM, natomiast pozostała, duża elektrycznie, część przewodników należy do obszaru PO. Powiązanie pól między obszarami 1 i 2 a obszarem 3 realizowane jest za pośrednictwem źródeł wtórnych wzbudzonych na powierzchni Huygensa.

Założmy, że wszystkie źródła znajdują się w obszarze przypisanym metodzie momentów. W pierwszym kroku dokonywana jest analiza w dziedzinie częstotliwości za pomocą hybrydowej metody MoM-PO. Prądy w obszarach MoM (\mathbf{J}^{MoM}) i PO (\mathbf{J}^{PO}) wyznaczone są z pominięciem wpływu obszaru FDTD, czyli tak, jak gdyby obiekty w obszarach 1 i 2 umieszczone były w wolnej przestrzeni. Prądy \mathbf{J}^{MoM} i \mathbf{J}^{PO} są źródłem pola, które stanowi pobudzenie dla obszaru FDTD. Inaczej mówiąc, do wzbudzenia pola w obszarze 3 konieczne jest wyznaczenie metodą MoM-PO prądów, elektrycznego \mathbf{J}_s i magnetycznego \mathbf{M}_s , na powierzchni Huygensa otaczającej ten obszar. Po wykonaniu obliczeń metodą FDTD otrzymujemy pole rozproszone (wtórne). Pole to, poprzez transformację pole bliskie-pole bliskie, wykorzystuje się do modyfikacji pobudzenia obszaru MoM i PO. Następnie powtórnie wykonuje się obliczenia metodą MoM-PO i cały proces obliczeniowy rozpoczyna się od nowa [13]. Jak widać, istota działania metody hybrydowej sprowadza się do kilkukrotnego, dokonywanego iteracyjnie, przejścia pomiędzy metodami/obszarami MoM-PO i FDTD. Schematycznie proces ten przedstawiony został na rysunku 2. Cały cykl przejść MoM-PO→FDTD i FDTD→MoM-PO trwa dopóty, dopóki wkłady wnoszone do pola całkowitego w obszarze FDTD w kolejnych iteracjach są mniejsze od założonej wartości [7].

3. Metoda

Jak już wcześniej wspomniano analiza obiektów dobrze przewodzących realizowana jest za pomocą metody MoM-PO, a opisywane tutaj podejście jest oparte

na segmentowych funkcjach bazowych, co implikuje uprzednią dyskretyzację struktury przewodzącej. Wszystkim parom bezpośrednio sąsiadujących ze sobą elementów (elementarnych struktur źródłowych) przyporządkowywane są funkcje bazowe przybliżające rozkład prądu w obszarach MoM i PO. Prąd \mathbf{J}^{MoM} wzbudzony w obszarze 1 wyznaczamy konwencjonalną metodą momentów, natomiast rozkład prądu \mathbf{J}^{PO} w obszarze 2 — według asymptotycznego przybliżenia optyki fizycznej

$$\mathbf{J}^{\text{PO}} = \begin{cases} 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} & \text{obszar oświetlony,} \\ 0 & \text{obszar zacieniony,} \end{cases} \quad (1)$$

w którym \mathbf{H} oznacza zewnętrzne, „oświetlające” pole magnetyczne, natomiast $\hat{\mathbf{n}}$ to wektor jednostkowy lokalnie prostopadły do powierzchni obiektu. Prąd ten zdefiniowany jest polem magnetycznym pochodzącym od prądu \mathbf{J}^{MoM} , co możemy zapisać w notacji macierzowej jako

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{Z}_{21}^h \mathbf{I}_1, \quad (2)$$

gdzie bezwymiarowa macierz \mathbf{Z}_{21}^h opisuje oddziaływanie, poprzez pole magnetyczne, obszaru MoM na obszar PO, natomiast \mathbf{I}_1 i \mathbf{I}_2 to, odpowiednio, kolumnowy wektor współczynników rozwinięcia funkcji bazowych skojarzonych z obszarem 1 i 2. Prąd w obszarze PO jest źródłem dodatkowego pola elektrycznego, które wstecznie oddziałuje na obszar MoM. W związku z tym modyfikacji ulega warunek brzegowy dla składowej stycznej pola elektrycznego ($\mathbf{E}_{\text{tan}} = \mathbf{0}$) przy powierzchni przewodników w obszarze MoM. Ostatecznie możemy ten warunek zapisać w notacji macierzowej jako

$$\left[\mathbf{Z}_{11}^e + \mathbf{Z}_{12}^e \mathbf{Z}_{21}^h \right] \mathbf{I}_1 = \mathbf{V}_1, \quad (3)$$

gdzie \mathbf{Z}_{11}^e jest macierzą opisującą wzajemne sprzężenia elektromagnetyczne pomiędzy elementami w obszarze 1, natomiast macierz \mathbf{Z}_{12}^e ujmuje oddziaływanie, poprzez pole elektryczne, obszaru PO na obszar MoM. Wektor \mathbf{V}_1 to kolumnowy wektor odwzorowujący pobudzenie obszaru MoM. Podstawową zaletą takiego sformułowania jest powiązanie współczynników rozwinięcia prądu w obszarze PO ze współczynnikami rozwinięcia prądu w obszarze MoM, co w praktyce przekłada się na znaczącą redukcję stopnia zagadnienia opisanego równaniem (3).

Otrzymany za pomocą metody MoM-PO rozkład prądów \mathbf{J}^{MoM} oraz \mathbf{J}^{PO} pozwala wyznaczyć składowe pola elektrycznego $\mathbf{E}^{\text{MoM-PO}}$ oraz magnetycznego $\mathbf{H}^{\text{MoM-PO}}$, a następnie rozkłady zespolonych amplitud prądu elektrycznego \mathbf{J}_s i magnetycznego \mathbf{M}_s na powierzchni Huygensa:

$$\mathbf{J}_s = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^{\text{MoM-PO}}, \quad (4)$$

$$\mathbf{M}_S = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^{\text{MoM-PO}}, \quad (5)$$

gdzie $\hat{\mathbf{n}}$ jest wektorem jednostkowym lokalnie prostopadłym do powierzchni. Zakładając, że z każdą składową pola elektrycznego na zdyskretyzowanej powierzchni Huygensa skojarzona jest i -ta amplituda i faza prądu elektrycznego \mathbf{J}_S , natomiast z każdą składową pola magnetycznego j -ta amplituda i faza prądu magnetycznego \mathbf{M}_S , możemy napisać

— dla prądu elektrycznego

$$J_s(t) = J_{si} \sin(\omega t + \phi_i) \mathbf{B}(t), \quad (6)$$

— dla prądu magnetycznego

$$M_s(t) = M_{sj} \sin(\omega t + \phi_j) \mathbf{B}(t), \quad (7)$$

gdzie $\mathbf{B}(t)$ oznacza obwiednię modulującą. Zależności (6) i (7) opisują postać czasową przebiegów monochromatycznych wykorzystywanych w sformułowaniu pole całkowite/pole rozproszone do wzbudzenia pola pierwotnego w obszarze FDTD. W przypadku analizy dużych obiektów dielektrycznych rezygnuje się zazwyczaj z bezpośredniego wyznaczania metodą MoM-PO wszystkich składowych prądu \mathbf{J}_S i \mathbf{M}_S na powierzchni Huygensa, oblicza się jedynie ich niewielką liczbę w wybranych punktach przestrzeni na tzw. „rozrzedzonej” siatce Yee (ang. *coarse grid*) [10]. Brakujące wartości składowych prądu elektrycznego \mathbf{J}_S i magnetycznego \mathbf{M}_S w węzłach bazowej, „zagęszczonej” siatki Yee (ang. *finest grid*) obliczamy, korzystając z sformułowania zadania interpolacji powierzchniowej w postaci [11]

$$P_n(x) = P_n(x_0 + th) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \Delta^k f(x_0), \quad (8)$$

gdzie Δ jest operatorem różnicy zwykłej, t zmienną znormalizowaną, h odległością pomiędzy dwoma sąsiednimi węzłami interpolacji, natomiast $\binom{n}{k}$ jest tzw. uogólnionym symbolem Newtona. Po zakończeniu analizy metodą FDTD, otrzymane pole w obszarze pola rozproszonego traktowane jest następnie jako pobudzenie dla metody MoM-PO. Składowe wektora pobudzenia dla obszaru MoM i PO pochodzące od prądów zastępczych \mathbf{J}_S i \mathbf{M}_S wyznaczonych w obszarze pola rozproszonego opisane są wzorami [4]

$$\Delta \mathbf{E}'(\mathbf{r}) = -i \frac{\eta}{4k\pi} \left\{ \left[(kR)^2 - (1 + ikR) \right] \mathbf{J}_S \cdot - \left[(kR)^2 - 3(1 + ikR) \right] (\mathbf{J}_S \cdot \mathbf{1}_R) \mathbf{1}_R \right\} \frac{e^{-ikR}}{R^3} \Delta S', \quad (9)$$

$$\Delta \mathbf{H}'(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} (1 + ikR) (\mathbf{J}_S \times \mathbf{1}_R) \frac{e^{-ikR}}{R^2} \Delta S', \quad (10)$$

gdzie

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' \quad l_R = \frac{R}{|\mathbf{R}|}. \quad (11)$$

Wektor \mathbf{r} wskazuje punkt obserwacji, R jest odległością pomiędzy tym punktem a punktem źródłowym, zaś k oznacza liczbę falową. Składowe pochodzące od prądu magnetycznego można otrzymać ze wzorów (9) i (10), korzystając z dualności rozwiązań równań Maxwella, tj. zamieniając miejscami \mathbf{E} z \mathbf{H} , zamieniając \mathbf{J}_S na \mathbf{M}_S , i wstawiając $1/\eta$ zamiast η [4]. Stwarza to możliwość wykorzystania procedur implementujących wzory, również do wyznaczenia pól pochodzących od prądu magnetycznego. Całkowite pole elektryczne i magnetyczne otrzymujemy jako sumę pól wytwarzanych przez prądy płynące we wszystkich elementarnych obszarach $\Delta S'$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_i \Delta \mathbf{E}_i^J + \Delta \mathbf{E}_i^M, \quad (12)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_i \Delta \mathbf{H}_i^J + \Delta \mathbf{H}_i^M. \quad (13)$$

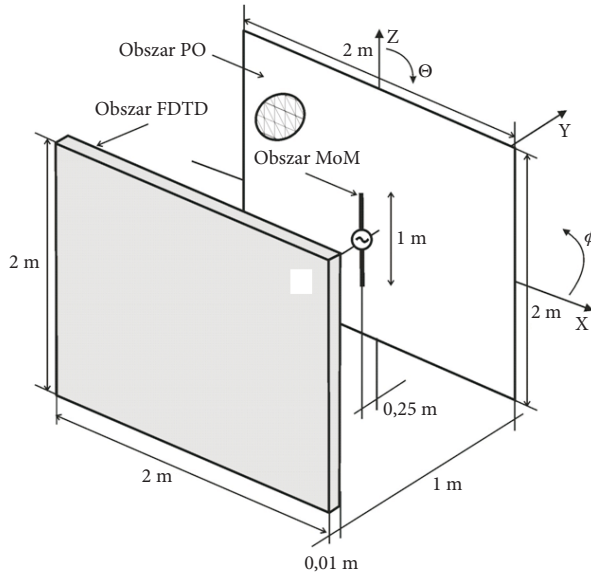
4. Metoda

Opisaną metodę zastosowano do wyznaczenia charakterystyki promieniowania anteny z reflektorem płaskim promieniującej w pobliżu stratnego dielektryka (patrz rys. 3). Antenę o długości 1 m umieszczono w odległości 0,25 m od ekranu o wymiarach 2 m \times 2 m. W odległości 0,75 m od anteny umieszczono warstwę dielektryczną o wymiarach 2 m \times 0,01 m \times 2 m i parametrach elektrycznych $\epsilon_r = 46$, $\mu_r = 1$, $\sigma = 0,1$ S/m.

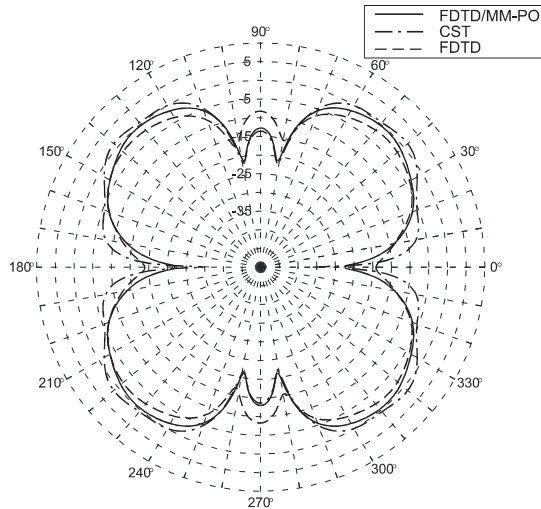
Dipol i reflektor skojarzone są z obszarem MoM i PO (patrz rys. 3). Do celów analizy numerycznej, strukturę zamodelowano za pomocą 42 segmentów (dipol — 41 funkcji bazowych w obszarze 1) i 1800 płatekó trójkątnych (ekran — 2640 funkcji bazowych w obszarze 2).

Na rysunkach 4 i 5 pokazano charakterystyki promieniowania analizowanej anteny dla częstotliwości $f = 500$ MHz w płaszczyźnie pionowej dla $\phi = 0^\circ$ i $\phi = 45^\circ$. Wyniki otrzymane za pomocą proponowanego podejścia (FDTD/MoM-PO) porównano z wynikami otrzymanymi metodą FDTD (oprogramowanie własne) i wynikami otrzymanymi za pomocą komercyjnego oprogramowania CST MWS [14]. Jak widać, opisywana metoda daje dobrą zgodność z wynikami odniesienia. W przypadku klasycznej metody FDTD zaangażowane jest ponad 495 MB pamięci RAM, podczas gdy dla proponowanej metody hybrydowej 185 MB. Czas obliczeń dla metody FDTD i FDTD/MoM-PO wyniósł, odpowiednio, 17 min i 10 min. Wygenerowanie wyników odniesienia za pomocą komercyjnego oprogramowania CST MWS

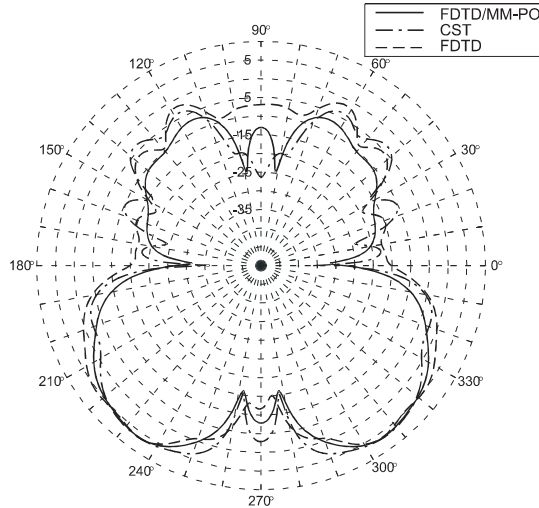
wymagało użycia 428 MB pamięci operacyjnej i trwało blisko 45 min (analizowaną strukturę zdyskretyzowano za pomocą 2,88 mln elementarnych komórek).



Rys. 3. Antena reflektorowa promieniująca w pobliżu kostki dielektrycznej



Rys. 4. Charakterystyka promieniowania w płaszczyźnie pionowej dla $\phi = 0^\circ$



Rys. 5. Charakterystyka promieniowania w płaszczyźnie pionowej dla $\phi = 45^\circ$

5. Podsumowanie

W artykule opisano metodę numerycznego modelowania złożonych obiektów promieniujących/rozpraszających fale elektromagnetyczne łączącą hybrydową metodę MoM-PO i FDTD. Prezentowane podejście umożliwia efektywne modelowanie sprzężeń między anteną i jej otoczeniem, włączając w to duże elektrycznie platformy (radiatory) oraz stratne dielektryki. Efektywność metody zademonstrowano na przykładzie analizy anteny reflektorowej promieniującej w pobliżu stratnego dielektryka. Wykazano, że hybrydowa metoda FDTD/MoM-PO umożliwia otrzymanie dokładnych wyników w czasie znacznie krótszym niż metodą FDTD, angażując przy tym kilka razy mniej pamięci operacyjnej komputera.

Praca naukowa częściowo finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2011 jako projekt badawczy Nr N N517 467934.

Artykuł wpłynął do redakcji 19.05.2009 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w maju 2009 r.

LITERATURA

- [1] R. F. HARRINGTON, *Field Computation by Moment Methods*, MacMillan, 1968.
- [2] K. S. KUNZ, R. J. LUEBBERS, *The Finite Time Domain Method for Electromagnetics*, CRC Press, 1993.
- [3] A. TAFLOVE, S. C. HAGNESS, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, (3rd ed.), Artech House, 2005.

- [4] C. A. BALANIS, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, 1989.
- [5] R. A. ABD-ALHAMEED, P. S. EXCELL, M. A. MANGOUD, *A Hybrid Computational Electromagnetics Formulation for Simulation of Antennas Coupled to Lossy Dielectric Volumes*, IEEE Trans. Broadcast., 50, 3, 2004, 253-259.
- [6] W. THIEL, K. SABET, L. P. KATEHI, *A Hybrid MoM/FDTD Approach for an Efficient Modeling of Complex Antennas on Mobile Platforms*, 2003 EuMC Conf. Proc, vol. 2, 2003, 719-722.
- [7] D. WEI, S. MOCHIZUKI, S. WATANABE, M. TAKI, Y. YAMANAKA, *A New Hybrid MoM/FDTD Method for Antennas Located off the Yee's Lattice*, 2004 URSI EMTS Conf. Proc., vol. 2, 2004, 436-438.
- [8] G. CERRI, P. RUSSO, A. SCHIAVONI, *Electromagnetic Coupling Between Arbitrarily Bent Wires and Scatterers by a Hybrid MoMTD/FDTD Approach*, IEEE Proc.-Microw. Antennas Propag., 147, 4, 2000, 261-266.
- [9] M. A. MANGOUD, R. A. ABD-ALHAMEED, P. S. EXCELL, *Simulation of Human Interaction with Mobile Telephones Using Hybrid Techniques Over Coupled Domains*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 48, 11, 2000, 2014-2021.
- [10] T. TOPA, A. KARWOWSKI, *Efficient Evaluation of Equivalent-Principle Sources in MoM-FDTD Hybrid Method by Employing Spatial Interpolation and Adaptive Sampling*, 2007 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, EMC 2007, Hawaii, 2007.
- [11] T. TOPA, A. KARWOWSKI, *Efficient 2D Interpolation Technique for Evaluation of Equivalence Principle-Sources in MoM-FDTD Method*, 2nd European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP 2007, Edinburgh, 2007.
- [12] U. JAKOBUS, F. M. LANDSTORFER, *Improved PO-MM Hybrid Formulation for Scattering from Three-Dimensional Perfectly Conducting Bodies of Arbitrary Shape*, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-43, 1995, 162-169.
- [13] A. NOGA, T. TOPA, A. KARWOWSKI, *FDTD/MoM-PO Hybrid Method for Analysis of Antennas Near Combinative Objects*, 3rd European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP 2009, Berlin, 2009, 2093-2096.
- [14] <http://www.cst.com>

T. TOPA, A. NOGA, D. WÓJCIK

Analysis of the complex radiating objects by using hybrid FDTD/MoM-PO method

Abstract. In this paper, the FDTD/MoM-PO hybrid technique is presented. The proposed approach is applied to complex electromagnetic problems such as those involving antennas radiating in the presence of dielectric bodies. The method combines the ability of the FDTD method to deal with arbitrary material properties, and versatility of the MoM-PO method for conducting structures. Numerical results show that the FDTD/MoM-PO hybrid technique offers a noticeable memory and CPU time saving.

Keywords: computational electromagnetics, FDTD method, method of moments, hybrid methods, physic optics, antennas

Universal Decimal Classification: 537.86

