



Algorytm wyznaczania wzorca alternatywnych stanów niezdatności systemu diagnozowanego metodą opiniowania diagnostycznego

ZBIGNIEW ZIELIŃSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Cybernetyki, Instytut Teleinformatyki i Automatyki,
00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2

Streszczenie. W artykule przedstawiono konstrukcję algorytmu wyznaczania wzorca alternatywnych stanów niezdatności systemu (diagnozowanego metodą opiniowania diagnostycznego). Wzorzec alternatywnych stanów niezdatności systemu jest bardzo wnikliwą własnością struktury opiniowania diagnostycznego i może być wykorzystywany, między innymi do wyznaczania miar jakości struktury, które są podstawą do wyboru najkorzystniejszej (w określonym sensie) struktury lub sposobu realizowania strategii eksploataowania systemu (diagnozowania, regeneracji i rekonfiguracji systemu). Dokonano także oceny złożoności czasowej algorytmu.

Słowa kluczowe: informatyka, diagnostyka systemowa, struktury opiniowania diagnostycznego, wnikliwość diagnostyczna, algorytm

Symbole UKD: 519.688

1. Wstęp

Artykuł prezentuje wyniki uzyskane w pracy, która jest kontynuacją prac przedstawionych w publikacji [10]. W [10] zdefiniowano, między innymi takie pojęcia jak wnikliwość diagnostyczna, status niezawodnościowy elementów systemu (diagnozowanego metodą opiniowania diagnostycznego) oraz przedstawiono sposób wyznaczania wzorca opinii diagnostycznych dla struktury opiniowania diagnostycznego. Warto przypomnieć w skrócie podstawowe pojęcia zdefiniowane w [10].

Strukturę opiniowania diagnostycznego (OD) systemu teleinformatycznego będziemy przedstawiać w postaci spójnego digrafu (unigrafu zorientowanego)

$G = \langle E, U \rangle$ bez pętli ($\langle e', e' \rangle \notin U, e' \in E$), w którym łuk $\langle e', e'' \rangle$ oznacza, że element e' systemu (komputer) wyraża opinię (na podstawie wyniku testowania) o stanie niezawodnościowym elementu (komputera) e'' .

Niech wektor $n = (n_1, \dots, n_{|E|})$ oznacza stan niezawodnościowy systemu, gdzie $n_i = 0$ oraz $n_i = 1$ ($i \in \{1, \dots, |E|\}$) oznacza odpowiednio stan zdatności oraz stan niezdatności elementu e_i . Symbolem $n_0 = (\mathbf{0})_{|E|}$ oznaczmy $|E|$ — wymiarowy wektor zer, reprezentujący stan pełnej zdatności systemu. Niech N^m oznacza zbiór takich stanów niezawodnościowych systemu, że $n_1 + \dots + n_{|E|} \leq m$, a E^0 oraz E^1 odpowiednio zbiór zdatnych oraz niezdatnych elementów systemu.

Określenia możliwych wyników testów dokonuje się na podstawie reguły właściwej dla danego modelu, zależnie od stanu niezawodnościowego jednostek uczestniczących w testach.

Opinia $d^{\&}(\langle e_i, e_j \rangle, n_i, n_j)$ elementu e_i o stanie niezawodnościowym elementu e_j zależy od stanów niezawodnościowych tych elementów i reguły opiniowania $\& \in \{P, B\}$, przy czym P oznacza symetryczną regułę opiniowania (regułę dla modelu typu PMC [15]), dla której spełniona jest zależność (1):

$$d^P(\langle e_i, e_j \rangle, 0, n_j) = n_j; d^P(\langle e_i, e_j \rangle, 1, n_j) = x, (x \in \{0, 1\}), \quad (1)$$

a B — asymetryczną regułę opiniowania (regułę dla modelu typu BGM [2]), dla której zachodzi:

$$d^B(\langle e_i, e_j \rangle, 0, n_j) = n_j; d^B(\langle e_i, e_j \rangle, 1, 1) = 1; d^B(\langle e_i, e_j \rangle, 1, 0) = x. \quad (2)$$

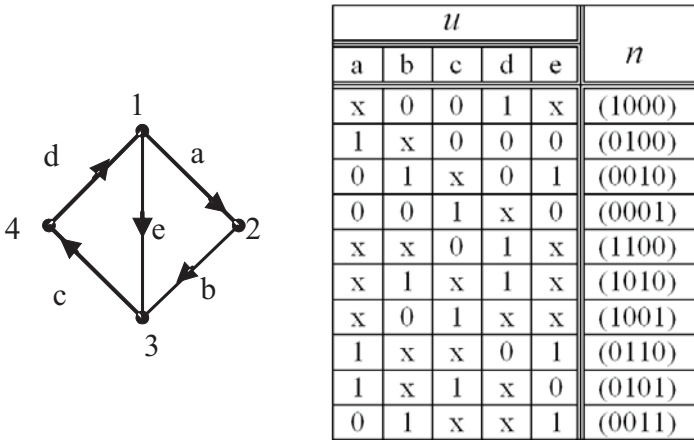
Po ponumerowaniu łuków grafu G dla znanych stanów niezawodnościowych elementów, które są początkiem oraz końcem łuku (o określonym numerze) w stanie niezawodnościowym n , wyznaczamy parę $\langle d(n), n \rangle$, gdzie $d(n) = (d_1(n), \dots, d_{|U|}(n))$, $d_i(n) \in \{0, 1, x\}$, $i \in \{1, \dots, |U|\}$, nazywaną wzorcem opinii diagnostycznych struktury G dla stanu niezawodnościowego n .

Wektor $d = (d_1, \dots, d_{|U|})$, $d_i \in \{0, 1\}$, $i \in \{1, \dots, |U|\}$, przedstawiający wszystkie możliwe opinie, wyrażone przez elementy systemu, nazywamy opinią globalną. Opinia globalna jest syndromem stanu niezawodnościowego systemu — stanowi podstawę do wnioskowania o rozpoznawanym stanie niezawodnościowym systemu. Taką opinię globalną, że $d = (\mathbf{0})_{|U|}$, zapisujemy jako d_0 .

Zbiór $D^{\&}(m, G)$ możliwych opinii globalnych (dla struktury G , krotności diagnostycznej m i reguły opiniowania $\&$) nie musi być zbiorem wszystkich ciągów binarnych o długości $|U|$.

Zbiór $W_{\&}^m(G) = \{\langle d^{\&}(n), n \rangle : n \in N^m \setminus n_0\}$ nazywamy wzorcem globalnych opinii diagnostycznych struktury G dla krotności diagnostycznej m i reguły opiniowania $\&$.

Wyznaczanie wzorca opinii diagnostycznych $W_p^m(G) = \{\langle d^p(n), n \rangle : n \in N^m \setminus n_0\}$ struktury OD dla modelu PMC przedstawiono w [10]. W podobny sposób, stosując regułę określania opinii diagnostycznych (2), można wyznaczyć wzorzec opinii diagnostycznych struktury dla modelu BGM. Przykładową strukturę oraz wzorzec opinii diagnostycznych tej struktury dla modelu PMC przedstawiono na rysunku 1 [10].



Rys. 1. Struktura G oraz wzorzec $W^2(G)$ opinii diagnostycznych dla tej struktury [10]

Zaobserwowana opinia globalna $d \in D^{\&}(m, G)$ implikuje zbiór $\dot{N}^{\&}(d) \subset N^m$ alternatywnych stanów niezawodnościowych systemu. Zbiór $\dot{N}^{\&}(d) = \{n \in N^m : d \otimes d(n) \neq \emptyset\}$, gdzie symbol \otimes oznacza taką operację złożenia wektorów d i $d(n)$, że $[d \otimes d(n) = \emptyset] \Leftrightarrow [\exists i \in \{1, \dots, |U|\} : (d_i(n) \neq x) \wedge (d_i = \bar{d}_i(n))]$ ($[(d \otimes d(n) \neq \emptyset)] \Rightarrow [d \otimes d(n) = d]$), można wyznaczyć na podstawie znajomości zbioru $W_{\&}^m(G)$, jednakże wymaga to każdorazowo rozpatrzenia wszystkich elementów zbioru $W_{\&}^m(G)$ dla każdej uzyskanej opinii globalnej d .

Zbiór $\dot{N}^{\&}(d)$ ($d \neq d_0$) alternatywnych stanów niezdatności systemu (dla opinii globalnej d , krotności diagnostycznej m i reguły opiniowania $\&$) nazywany jest również (odpowiednio) wnikliwością diagnostyczną, a zbiór $N^{\&}(m, G) = \{N^{\&}(d) : d \in D^{\&}(m, G) \setminus d_0\}$ — wnikliwością diagnostyczną struktury G (dla krotności diagnostycznej m i reguły opiniowania $\&$).

Niech $E^\alpha(d)$ ($\alpha \in \{0, 1\}$) oznacza zbiór tych elementów systemu, które w każdym z alternatywnych stanów niezdatności (dla opinii globalnej d) mają jednakowy stan niezawodnościowy α ($[e_i \in E^\alpha(d) (i \in \{1, \dots, |E|\})] \Leftrightarrow [\forall n \in N(d) : n_i = \alpha]$).

Opinia globalna d określa status niezawodnościowy elementów zbioru $E^1(d) \cup E^0(d)$. Elementy zbioru $\tilde{E}(d) = E \setminus \{E^1(d) \cup E^0(d)\}$ nie mają określonego statusu.

Wektor $n(d) = (n_1(d), \dots, n_{|E|}(d))$, $n_i(d) \in \{0, 1, x\}$, taki że $(e_i \in E^\alpha(d)) \Rightarrow (n_i(d) = \alpha)$ oraz $(e_i \in \tilde{E}(d)) \Rightarrow (n_i(d) = x)$ nazywamy bezpośrednią wnikliwością rozpoznania stanu niezdatności systemu przez opinię globalną d .

Celem artykułu jest przedstawienie algorytmu wyznaczania wzorca alternatywnych stanów niezdatności na podstawie wzorca opinii diagnostycznych $W_{\&}^m(G)$. Zadanie sprowadza się do znalezienia podziału zbioru $\Phi(D^{\&}(m, G) \setminus d_0) = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_v\}$, możliwie minimalnego (w sensie liczebności), który spełnia następującą własność:

$$(d \in \varphi_i) \Rightarrow (N^{\&}(\varphi_i) = N^{\&}(d)). \quad (3)$$

Do konstrukcji algorytmu wyznaczenia podziału wykorzystamy działania na sześcianach binarnych.

2. Działania na sześcianach binarnych

Jak pokazano w [11], zbiór Z wektorów binarnych $z = (z_1, \dots, z_k)$, ($z_i \in \{0, 1\}$, $1 \leq i \leq k$) można traktować jako zbiór wierzchołków k -wymiarowego sześcianu binarnego, oznaczonych zgodnie z przyjętą orientacją tego sześcianu.

Tak więc, wektor $s = (s_1, \dots, s_k)$, ($s_i \in \{0, 1, x\}$, $1 \leq i \leq k$, $k \geq 1$) można traktować jako r -wymiarowy ($r = |\{i \in I : s_i = x\}|$, $I \in \{1, \dots, k\}$, $0 \leq r \leq k$) sześcian binarny, który jest określonym podsześcianem k -wymiarowego sześcianu binarnego.

Niech S^k oznacza zbiór wszystkich możliwych podsześcianów k -wymiarowego hipersześcianu binarnego, a $Z(s)$ — zbiór podsześcianów 0-wymiarowych (zbiór wektorów $z = (z_1, \dots, z_k)$, ($z_i \in \{0, 1\}$, $1 \leq i \leq k$)) podsześcianu s , ($s \in S^k$).

Zauważmy, że wektor opinii diagnostycznej $d(n)$, $n \in N^m$ jest podsześcianem $r(d(n))$ -wymiarowym $|U|$ -wymiarowego sześcianu binarnego $H^{|U|}$, gdzie $r(d(n)) = |\{i \in \{1, \dots, |U|\} : d_i(n) = x\}|$.

Tak więc, jeżeli $(s' \in S^k) \wedge (s'' \in S^k)$, to działania na podsześcianach s' i s'' mają sens działań na zbiorach $Z(s')$ i $Z(s'')$, które są określonymi podzbiórmi zbioru Z .

Sześcian s' jest podsześcianem sześcianu s'' , ($Z(s') \subseteq Z(s'')$) wtedy i tylko wtedy, gdy $\forall i \in \{1, \dots, k\} : s'_i \leq s''_i$, przy czym $a < x, a \in \{0, 1\}$. Niech zapis $s' < s''$ oznacza, że sześcian s' jest podsześcianem sześcianu s'' .

Sześciany s' i s'' są rozłączne ($Z(s') \cap Z(s'') = \emptyset$) wtedy i tylko wtedy, gdy spełniony jest warunek: $\exists i \in \{1, \dots, k\} : (s'_i \neq x) \wedge (s''_i \neq x) \wedge (s'_i = s''_i)$.

Sześcian s nazywamy sześcianem bliźniaczym sześcianu s' , ($s, s' \in S^k$) względem zmiennej z_i , ($1 \leq i \leq k$) takiej, że $s'_i \neq x$, jeżeli:

$$s = (s'_1, \dots, s'_{i-1}, \overline{s'_i}, s'_{i+1}, \dots, s'_k).$$

Niech $s(s', z_i)$ oznacza sześcian bliźniaczy sześcianu s' względem zmiennej z_i .

Mówimy, że zbiór $S \subseteq S^k$ sześcianów jest pokryciem zbioru $Z^* \subseteq Z$, jeżeli $Z(S) = Z^*$, przy czym:

$$Z(S) = \bigcup_{s \in S} Z(s),$$

a pokrycie zbioru Z^* takie, że $|S| = \min$ nazywamy pokryciem minimalnym zbioru Z^* .

Celem pracy jest zatem skonstruowanie algorytmu, realizującego przekształcenie wzorca $W_{\&}^m(G)$ do postaci $\Phi^m(G) = \{\langle \varphi, N(\varphi) \rangle : \varphi \in \Phi(D^{\&}(m, G) \setminus d_0)\}$, gdzie $\Phi(D^{\&}(m, G) \setminus d_0)$ jest takim zbiorem rozłącznych podsześcianów sześcianu $H^{|U|}$, że $\{d(n) : n \in N^m \setminus n_0\} \doteq \Phi(D^{\&}(m, G) \setminus d_0)$ (symbol \doteq oznacza równość zbiorów w sensie podsześcianów 0-wymiarowych) oraz $[N(\varphi) = N'(N' \subseteq N^m \setminus n_0)] \Leftrightarrow [\forall n^* \in N' : d(n^*) \otimes \varphi \neq \emptyset]$.

Aby przekształcić wzorec $W_{\&}^m(G)$ do postaci $\Phi^m(G)$, wystarczy (konsekwentnie w każdej iteracji) dowolną parę takich podsześcianów s' i s'' , że $s' \otimes s'' \neq \emptyset$ zastąpić rozłącznymi składowymi $s' \setminus s^*$, $s'' \setminus s^*$ i s^* ($s^* = s' \otimes s''$) przyjmując, że $N(s' \setminus s^*) = N(s')$, $N(s'' \setminus s^*) = N(s'')$ i $N(s^*) = N(s') \cup N(s'')$.

Zauważmy, że składową $s' \setminus s^*$ można przedstawić w postaci $r(s') - r(s^*)$ rozłącznych podsześcianów

$$s' \setminus s^* = \{(s'_1, \dots, s'_{i-1}, \overline{s'_i}, s'_{i+1}, \dots, s'_{|U|}) : i \in I(s', s^*)\}, \tag{4}$$

gdzie $I(s', s^*) = \{i \in \{1, \dots, |U|\} : (s'_i = x) \wedge (s_i^* \neq x)\}$ ($|I(s', s^*)| = r(s') - r(s^*)$).

Dla przykładu, jeżeli $s' = (1x01x)$ i $s'' = (10x1x)$, to $s^* = (1001x)$, $s' \setminus s^* = \{(1101x)\}$, bowiem $I(s', s^*) = \{2\}$.

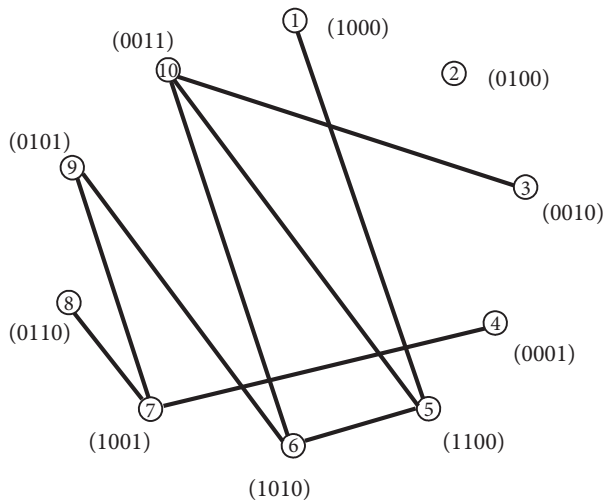
3. Algorytm wyznaczania wzorca alternatywnych stanów niezdatności systemu

Oznaczmy elementy zbioru $\{n : n \in N^m \setminus n_0\}$ jako $\{n^1, n^2, \dots, n^p\}$, gdzie $p = |N^m| - 1 = \sum_{i=1}^m \binom{|E|}{i}$ oraz odpowiednio $\{d(n^1), d(n^2), \dots, d(n^p)\}$, jako $D = \{d^1, d^2, \dots, d^p\}$.

Niech $G(D) = \langle D, A \rangle$, gdzie $(d', d') \notin A, d' \in D$, oznacza graf zwykły (unigraf niezorientowany bez pętli), w którym węzły odpowiadają poszczególnym elementom (podsześcianom) zbioru D , a krawędź $(d^i, d^j) \in A, (d^i, d^j \in D)$ oznacza, że podsześciany d^i, d^j nie są rozłączne tj. $d^i \otimes d^j \neq \emptyset$. Przykład grafu $G(D) = \langle D, A \rangle$ dla struktury z rysunku 1 przedstawia rysunek 2. Dla zwiększenia przejrzystości rysunku węzły grafu $G^*(D)$ ($\{d^1, d^2, \dots, d^p\}$) zostały oznaczone numerami $\{1, 2, \dots, p\}$.

Graf $G(D)$ określa alternatywne stany niezdatności systemu, którego strukturą OD jest graf G , bowiem, jeżeli $(d(n'), d(n'')) \in A$, to stany niezdatności n' i n'' są alternatywnymi stanami niezdatności systemu.

Zauważmy, że jeżeli w grafie $G(D)$ istnieje cykl, to maksymalna liczba alternatywnych stanów niezdatności $l_A(d')$ dla wszystkich opinii $d' \in D(m, G)$ spełnia zależność: $2 \leq l_A(d') \leq g_{\max}(G(D))$, gdzie $g_{\max}(G(D))$ jest długością najdłuższego cyklu w grafie $G(D)$. Przykładowo, graf przedstawiony na rysunku 2 zawiera cykl (5, 6, 10) zatem, maksymalna liczba alternatywnych stanów niezdatności dla tej struktury wynosi 3.



Rys. 2. Postać grafu $G(D) = \langle D, A \rangle$ dla struktury z rysunku 1

Przez $G^*(D)$ oznaczymy graf opisany grafu $G(D)$: $G^*(D) = \langle G(D); \{\alpha(d) : d \in D\}; \{\psi(u) : u \in A\} \rangle$ taki, że $\alpha(d)$ stanowi unię logiczną alternatywnych stanów niezdatności systemu oraz $[u = (d', d'')] \Rightarrow [\psi(u) = r(d' \otimes d'')]$. Początkowo dla każdego węzła $d' \in D$ przyporządkowujemy $\alpha(d') = n' \Leftrightarrow d(n') = d'$.

Niech $\mu(d')$ oznacza stopień węzła d' , to jest liczbę krawędzi grafu $G(D)$ incydentnych z węzłem d' , a $\Delta(G^*(D)) = \{(d', d'') : r(d' \otimes d'') = \max\} (d', d'') \in U^*$.

Konstrukcja algorytmu opiera się na konsekwentnym stosowaniu (w każdej iteracji) dwóch reguł: reguły podstawowej i reguły pośredniej. Reguła podstawowa

polega na zastępowaniu podsześcianów d' i d'' , dla których $d' \otimes d'' \neq \emptyset$, rozłącznymi składowymi. Rozróżnia się dwa przypadki:

- a) Sześcian d' jest podsześcianem sześcianu d'' , ($d' \prec d''$). W tym przypadku rozłącznymi składowymi są podsześciany d' oraz zbiór podsześcianów $\hat{D}(d'' \setminus d')$, który jest minimalnym rozłącznym dopełnieniem podsześcianu d' do sześcianu d'' . Dla węzła odpowiadającego składowej d' określana jest unia logiczna alternatywnych stanów niezdatności systemu wg następującej reguły $\alpha(d^z) \leftarrow \alpha(d') \cup \alpha(d'')$, a dla wszystkich składowych $d^z \in \hat{D}(d'' \setminus d') : \alpha(d^z) \leftarrow \alpha(d'')$;
- b) Sześcian d' nie jest podsześcianem sześcianu d'' . Wtedy przyjmujemy, że podsześciany d' i d'' zostaną zastąpione składowymi: $d' \setminus d^*$, $d'' \setminus d^*$ i d^* , gdzie $d^* = d' \otimes d''$. Wartości funkcji α dla tych składowych określone są zgodnie z następującymi regułami: $\alpha(d' \setminus d^*) \leftarrow \alpha(d')$, $\alpha(d'' \setminus d^*) \leftarrow \alpha(d'')$ i $\alpha(d^*) \leftarrow \alpha(d') \cup \alpha(d'')$.

Należy podkreślić, że w wyniku zastosowania reguły podstawowej po każdej iteracji generowany jest nowy graf $G^{*'}(D) = \langle G(D'); \{\alpha(d) : d \in D'\}; \{\psi(u) : u \in A'\} \rangle$.

Reguła pośrednia określa w każdej iteracji wybór takiej pary (d', d'') , dla której stopień koniunkcji jest maksymalny, tj. $r(d' \otimes d'') = \max$. Stosowanie tej reguły nie jest obligatoryjne, jest ona wykorzystywana jedynie do uzyskania zbioru $\Phi^m(G)$ o minimalnej liczebności.

Zauważmy, że we wzorcu $\Phi^m(G)$ mogą wystąpić takie podsześciany φ' i φ'' ($\varphi' \neq \varphi''$), że $N(\varphi') = N(\varphi'')$.

Algorytm 1 — wyznaczania minimalnego, rozłącznego dopełnienia podsześcianu d' do sześcianu d'' ($d' \prec d''$):

Krok 1.

$$\hat{D}(d'' \setminus d') \leftarrow \emptyset.$$

Krok 2.

- a. Wyznaczyć taki podsześcian d^q , że $r(d^q) = r(d'') - 1$ i $d^q \otimes d' = \emptyset$, tj. $d^q = (d'_1, \dots, d'_{i-1}, \overline{d'_i}, d''_{i+1}, \dots, d''_{|U|})$, gdzie $i \in \{1, \dots, U\} : (d'_i = x) \wedge (d'_i \neq x)$.
- b. $\hat{D}(d'' \setminus d') \leftarrow \hat{D}(d'' \setminus d') \cup \{d^q\}$.

Jeżeli $r(d^q) = r(d')$ koniec algorytmu 1, w przeciwnym przypadku przejść do kroku 3.

Krok 3.

- a. Wyznaczyć podsześcian d^{q-} , który jest podsześcianem bliźniaczym względem podsześcianu d^q , tj. taki, że $d^{q-} = (d_1^q, \dots, d_{i-1}^q, \overline{d_i^q}, d_{i-1}^q, \dots, d_{|U|}^q)$.

- b. Przyjąć za d'' nowy podsześcian d^{q-} tj. $d'' \leftarrow d^q$.
- c. Przejść do kroku 2.

Koniec **algorytmu 1**.

Algorytm 2 — wyznaczania rozłącznych składowych podsześcianów d' , d''
 $(\neg(d' \prec d'') \wedge \neg(d'' \prec d'))$:

Krok 1.

Wyznaczyć $d^* = d' \otimes d''$.

Krok 2.

- a. Wyznaczyć $I(d', d^*) = \{i \in \{1, \dots, |U|\} : (d'_i = x) \wedge (d_i^* \neq x)\}$;
- b. Wyznaczyć zbiór d^a rozłącznych podsześcianów:
 $d^a = d' \setminus d^* = \{(d'_1, \dots, d'_{i-1}, \overline{d}_i, d_{i+1}^*, \dots, d_{|U|}^*) : i \in I(d', d^*)\}$.

Krok 3.

- a. Wyznaczyć $I(d'', d^*) = \{i \in \{1, \dots, |U|\} : (d''_i = x) \wedge (d_i^* \neq x)\}$;
- b. Wyznaczyć zbiór d^b rozłącznych podsześcianów:
 $d^b = d'' \setminus d^* = \{(d''_1, \dots, d''_{i-1}, d_i, d_{i+1}^*, \dots, d_{|U|}^*) : i \in I(d'', d^*)\}$.

Koniec **algorytmu 2**.

Algorytm WWASN — wyznaczania wzorca alternatywnych stanów niezawodnościowych systemu i wnikliwości diagnostycznej struktury:

Krok 1.

- a. Wyznaczyć graf opisany $G^*(D)$ zbioru podsześcianów D , stanowiących składową wzorca $W^m(G)$.
- b. $\Phi^m(G) \leftarrow \emptyset$.

Krok 2.

- a. Wyznaczyć podzbiór węzłów ($d' \in D^0$) taki, że $\forall d' \in D^0, \mu(d') = 0$. Jeżeli $D^0 \neq \emptyset$, przepisać wszystkie pary $\langle d', \alpha(d') \rangle$ dla $d' \in D^0$ do wzorca tj. $\Phi^m(G) \leftarrow \Phi^m(G) \cup \{\langle d', \alpha(d') \rangle : d' \in D^0\}$.
- b. Przyjąć do dalszych obliczeń za $G^*(D)$ podgraf $\langle D' \rangle_{G^*}$, gdzie $D' = D \setminus D^0$.
- c. Jeżeli $D' = \emptyset$ – przejść do kroku 6, w przeciwnym przypadku przejść do kroku 3.

Krok 3.

Wyznaczyć zbiór $\Delta(G^*(D))$ i ze zbioru tego wybrać parę (d', d'') taką, że $\mu(d') = \max$.

Krok 4.

- Jeżeli zachodzi $d' \prec d''$, to wyznaczyć zbiór $\hat{D}(d'' \setminus d')$ wg algorytmu 1, w przypadku przeciwnym przejść do kroku 5.
- Usunąć z grafu $G^*(D)$ węzeł d'' ($D \leftarrow D \setminus \{d''\}$) i incydentne z nim krawędzie.
- Wykonać podstawienie: $\alpha(d') \leftarrow \alpha(d') \cup \alpha(d'')$.
- Do zbioru węzłów grafu $G^*(D)$ dodać węzły $d^z \in \hat{D}(d'' \setminus d')$ tj. $D \leftarrow D \cup \hat{D}(d'' \setminus d')$ oraz przyjąć $\forall d^z \in \hat{D}(d'' \setminus d') : \alpha(d^z) = \alpha(d'')$.
- Dodać krawędzie $\{(d^z, d^x) : d^z \in \hat{D}(d'' \setminus d'), d^x \in (\Gamma d' \cup \Gamma d'') \setminus \{d', d''\}$ grafu $G^*(D)$.
- Przejsć do kroku 2.

Krok 5.

- Wyznaczyć wg algorytmu 2 zbiory składowych $d^a = d' \setminus d^*$, $d^b = d'' \setminus d^*$, $d^* = d' \otimes d''$.
- Usunąć z grafu $G^*(D)$ węzły d' i d'' ($D \leftarrow D \setminus \{d', d''\}$) oraz incydentne z nimi krawędzie.
- Do zbioru węzłów grafu $G^*(D)$ dodać węzły: d^a , d^b i d^* tj. $D \leftarrow D \cup \{d^a, d^b, d^*\}$.
- $\alpha(d^a) \leftarrow \alpha(d')$, $\alpha(d^b) \leftarrow \alpha(d'')$, $\alpha(d^*) \leftarrow \alpha(d') \cup \alpha(d'')$.
- Dodać krawędzie $\{(d^v, d^x) : d^v \in \{d^a, d^b, d^*\}, d^x \in (\Gamma d' \cup \Gamma d'') \setminus \{d', d''\}$ grafu $G^*(D)$.
- Przejsć do kroku 2.

Krok 6.

Wyznaczyć status niezawodnościowy elementów systemu $n(\varphi) = (n_1(\varphi), \dots, n_{|E|}(\varphi))$ dla każdego $\varphi \in \Phi^m(G)$.

Koniec **algorytmu WWASN**.

Na rysunku 3 przedstawiono wyniki działania algorytmu dla dwóch początkowych iteracji wyznaczania zbioru $\Phi^2(G)$ dla struktury OD reprezentowanej przez graf G z rysunku 1.

Tabela 1 zawiera wzorzec $\Phi^2(G)$ struktury z rysunku 1, wyznaczony z wzorca $W^2(G)$ za pomocą algorytmu WWASN. W tabeli tej określono również status niezawodnościowy $n(\varphi)$ systemu, odpowiadający każdej opinii globalnej, należącej do podsześcianu φ .

TABELA 1

Wzorzec $\Phi^2(G)$ struktury G z rysunku 1

φ					$N(\varphi)$	$n(\varphi)$
1	x	0	0	0	(0100)	
x	0	0	1	x	(1000)(1100)	(1x00)
0	1	x	0	1	(0010)(0011)	(001x)
0	0	1	x	0	(0001)(1001)	(x001)
1	0	1	x	0	(1001)(0101)	(xx01)
1	1	1	1	0	(1010)(0101)	(xxxx)
0	1	1	1	0	(1010)	
1	1	1	1	1	(1010)	
1	1	1	0	0	(0101)	
1	0	1	0	1	(0110)(1001)	(xxxx)
1	0	0	0	1	(0110)	
1	1	x	0	1	(0110)	
0	0	1	0	1	(1001)	
x	0	1	1	1	(1001)	
0	1	0	1	1	(1100)(1010)(0011)	(xxxx)
0	1	0	1	0	(1100)(1010)	(1xx0)
1	1	0	1	x	(1100)(1010)	(1xx0)
0	1	1	1	1	(0011)(1010)	(x01x)

Wyniki iteracji	Postać grafu $G^*(D)$
<p><u>Kroki 1-2</u></p> <p>$D^0 = \{2\}$</p> <p>$\Phi^2(G) = \{<1x000>, (0010)>$</p>	
<p><u>Iteracja 1 (kroki 3-4, 2)</u></p> <p>$\Delta(G^*(D)) = \{(1,5), (5, 6)\}$,</p> <p>$1 < 5$ — wykonanie algorytmu 1:</p> <p>$\hat{D}(5 \setminus 1) = \{(x101x)\}$,</p> <p>$\alpha(1) = (1000)(1100)$,</p> <p>$D^0 = \{1\}$</p> <p>$\Phi^2(G) = \{<1x000>, (0010)>$,</p> <p>$<(x001x), (1000)(1100)>$</p>	
<p><u>Iteracja 2 (kroki 3-4, 2)</u></p> <p>$\Delta(G^*(D)) = \{(5', 6)\}$,</p> <p>$5' < 6$ — wykonanie algorytmu 1:</p> <p>$\hat{D}(6 \setminus 5') = \{(x101x)\}$,</p> <p>$\alpha(5') = (1100)(1010)$,</p> <p>$D^0 = \emptyset$</p> <p>$\Phi^2(G) = \{<1x000>, (0010)>$,</p> <p>$<(x001x), (1000)(1100)>$</p>	

Rys. 3. Ilustracja działania algorytmu dla dwóch początkowych iteracji wyznaczania zbioru $\Phi^2(G)$ dla struktury z rysunku 1

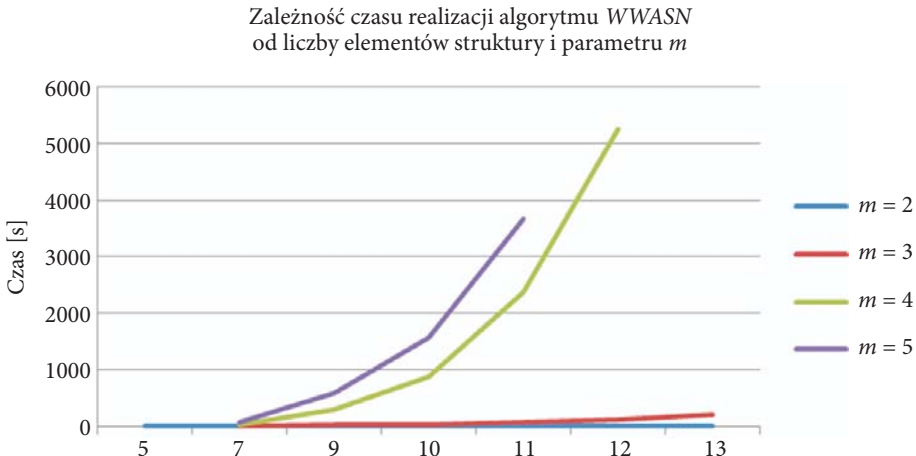
4. Złożoność czasowa algorytmu

Złożoność obliczeniowa określonego algorytmu jest liczbą elementarnych operacji potrzebnych do wykonania obliczeń za pomocą tego algorytmu. Elementarnymi operacjami dla algorytmu wyznaczania alternatywnych stanów niezdatności struktury są operacje porównania i złożenia opinii elementarnych (składowych podsześcianów sześcianu $H^{|U|}$).

Zauważmy, że algorytm realizowany jest iteracyjnie, a w każdej i -tej iteracji wykonywane są operacje na nowym grafie $G_i^* = \langle G(D_i); \{\alpha(d) : d \in D_i\}; \{\psi(u) : u \in A_i\} \rangle$.

Niech ω_i oznacza liczbę elementarnych operacji wykonywanych za pomocą algorytmu w i -tej iteracji tj. $\omega_i = O(G_i(D_i))$, $i \in \{0, 1, \dots, t\}$.

W i -tej iteracji realizowane są operacje dla pary podsześcianów (d', d'') zależnie od spełnienia relacji $d' \prec d''$ (wg algorytmu 1 lub algorytmu 2). Wobec trudności oszacowania liczby iteracji realizowanych wg algorytmów 1 i 2, a tym samym trudności w oszacowaniu złożoności obliczeniowej algorytmu ograniczymy się do przedstawienia jego złożoności czasowej. W tym celu dokonano pomiarów czasów realizacji algorytmu dla struktury typu cykl w zależności od liczby węzłów $|E|$ i wartości parametru m . Pomiary zostały przeprowadzone dla implementacji algorytmu w języku C++, na procesorze *Intel Centrino Duo* z zegarem 2 GHz w środowisku systemu *Microsoft Vista*. Wyniki pomiarów przedstawione zostały na rysunku 4.



Rys. 4. Wykres pomierzonych czasów realizacji algorytmu dla struktury typu cykl

5. Podsumowanie

W artykule przedstawiono algorytm wyznaczania wzorca alternatywnych stanów niezdatności systemu diagnozowanego metodą opiniowania diagnostycznego na podstawie wzorca opinii diagnostycznych tej struktury.

Wzorzec alternatywnych stanów niezdatności systemu jest bardzo wnikliwą własnością struktury opiniowania diagnostycznego, wykorzystywaną w różnych celach, między innymi do wyznaczania miar jakości struktury, które są podstawą do wyboru najkorzystniejszej (w określonym sensie) struktury lub sposobu realizowania strategii eksploatacji systemu (diagnozowania, regeneracji i rekonfiguracji systemu).

Z przeprowadzonych eksperymentów (rys. 4) wynika, że wyznaczanie wzorca alternatywnych stanów niezdatności systemu dla metody OD, na podstawie wzorca opinii diagnostycznych, według przedstawionego w artykule algorytmu, ma złożoność czasową (przy wydajności obliczeniowej współczesnych komputerów) do zaakceptowania dla praktycznie stosowanych krotności diagnostycznych ($m < 4$) i rzędów struktur ($|E| < 16$).

Dotychczas status niezawodnościowy elementów struktury wyznaczano metodami dedukcji na podstawie opinii globalnej (na przykład, z wykorzystaniem, tak zwanych drzew detekcyjnych [14] lub segmentacji grafu opinii globalnej [7]). Wadą tych metod jest to, że odnoszą się one tylko do specyficznych klas sekwencyjnie diagnozowalnych struktur OD, gdy tymczasem przedłożony algorytm nie ma takich ograniczeń.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2011 jako projekt badawczy Nr O N514051135.

Artykuł wpłynął do redakcji 25.07.2008 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w listopadzie 2008 r.

LITERATURA

- [1] T. ARAKI, Y. SHIBATA, *(t, k)-Diagnosable System: A Generalization of the PMC Models*, IEEE Trans. on Computers, vol. 52, no. 7, July 2003, 971-975.
- [2] F. BARSÌ, F. GRANDONI, P. MAESTRINI, *A Theory of Diagnosability of Digital Systems*, IEEE Transactions on Computers, 6, 1976.
- [3] A. CARUSO, S. CHessa, P. MAESTRINI, P. SANTI, *Diagnosability of Regular Systems*, J. Algorithms, vol. 1, no. 1, 2002, 1-12.
- [4] G. Y. CHANG, G. H. CHEN, G. J. CHANG, *(t, k)-Diagnosis for Matching Composition Networks*, IEEE Trans. on Computers, vol. 55, no. 1, Jan. 2006, 88-92.
- [5] C. P. CHANG, P. L. LAI, J. J. M. TAN, L. H. HSU, *Diagnosability of t-Connected Networks and Product Networks under the Comparison Diagnosis Model*, IEEE Trans. on Computers, vol. 53, 2004, 1582-1590.

- [6] S. L. HAKIMI, A. T. AMIN, *Characterization of Connection Assignment of Diagnosable Systems*, IEEE Trans. on Computers, vol. 23, no. 1, Jan. 1974, 86-88.
- [7] S. KHANNA, W. K. FUCHS, *A Graph Partitioning Approach to Sequential Diagnosis*, IEEE Trans. Computers, vol. 46, no. 1, Jan. 1997, 39-47.
- [8] R. KULESZA, *Struktury samodiagnozowalne w systemach cyfrowych*, Diag'2003: V Krajowa Konferencja Techniczna Urzędzeń i Systemów Ustroń, 13-17.10.2003.
- [9] R. KULESZA, Z. ZIELIŃSKI, J. CHUDZIKIEWICZ, *Reconfiguration of the Ring Structure in a Hypercube Computer Network with Faulty Links*, 9th IMEKO TC-10, International Conference on Technical Diagnostics, Wrocław, 22-24 September 1999, 159-164.
- [10] R. KULESZA, Z. ZIELIŃSKI, *Wyznaczanie wnikliwości diagnostycznej struktur opiniowania diagnostycznego*, Biul. IAiR, 24, 2007.
- [11] R. KULESZA, *Podstawy diagnostyki sieci logicznych i komputerowych*, WAT, Warszawa, 2000.
- [12] P. L. LAI, J. J. M. TAN, C. P. CHANG, L. H. HSU, *Conditional Diagnosability Measures for Large Multiprocessor Systems*, IEEE Trans. Computers, vol. 54, no. 2, Feb. 2005, 165-175.
- [13] J. MAENG, M. MALEK, *A Comparison Connection Assignment for Self-Diagnosis of Multiprocessor Systems*, Digest Int'l Symp. FTC, 1981, 173-175.
- [14] U. MANBER, *System Diagnosis with Repair*, IEEE Transactions On Computers, vol. C-29, no. 10, October 1980.
- [15] F. P. PREPARATA, G. METZE, R. T. CHIEN, *On the Connection Assignment Problem of Diagnosable Systems*, IEEE Transactions on Computers, vol. 6, 1967.

Z. ZIELIŃSKI

**An algorithm for determination of alternatives reliability states pattern
of a system for diagnostic opinion method**

Abstract. The paper presents an algorithm used for transformation of a pattern of diagnostic opinions for PMC and BGM structures to the pattern of alternatives reliability states of a diagnostic structure based on binary cubes operations. The pattern of alternatives reliability states of a diagnostic structure is a meaningful property of the diagnostic structure and may be used for determination of its several quality measures, which are the base for choosing a reasonable structure or for determination of the optimal method of system strategy exploitation (system diagnosis and reconfiguration). Moreover, a timed complexity of the algorithm was evaluated and depicted.

Keywords: informatics, system level diagnosis, diagnostic structures, diagnostic resolution, algorithm

Universal Decimal Classification: 519.688