



BIULETYN WAT  
VOL. LVII, Nr 3, 2008

## **Analiza kinematyki i dynamiki lotu bomby kierowanej z giroskopowym układem poszukiwania i śledzenia celu**

ZBIGNIEW KORUBA, KONRAD STEFAŃSKI,  
KRZYSZTOF OGONOWSKI\*

Politechnika Świętokrzyska, Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn,  
Katedra Pojazdów i Sprzętu Mechanicznego, 25-314 Kielce, Al. Tysiąclecia P.P. 7

\*Wyższa Szkoła Oficerska Sił Powietrznych, Katedra Uzbrojenia,  
08-521 Dęblin, ul. Podchorążych Lotnictwa 4

**Streszczenie.** W pracy dokonano analizy numerycznej dynamiki giroskopowego układu skanującego przestrzeń i śledzącego wykryty w niej cel, stanowiącego integralny obiekt kierowanej bomby lotniczej.

**Słowa kluczowe:** bomba kierowana, giroskopowy sterowany, optymalna trajektoria

**Symbole UKD:** 623.451

### **Wstęp**

We współczesnych bombach kierowanych coraz większego znaczenia nabiera minimalizacja czasu przechwycenia i identyfikacji celu naziemnego, emitującego promieniowanie podczerwone lub „odbijającego” wiązkę promieniowania laserowego. Uzyskać to można dzięki giroskopowemu urządzeniu skanującemu umieszczonemu w bombie. Pozwala to na zrzut bomby jeszcze przed przechwyceniem celu przez jej układ śledzący i tym samym szybsze oddalenie się nosiciela z niebezpiecznej strefy. W trakcie poszukiwania celu, bomba porusza się lotem balistycznym lub programowym. Po wykryciu celu natomiast, włącza się minimalno-czasowy układ samonaprowadzania, którego zadaniem jest doprowadzenie bomby do celu w najkrótszym czasie.

W pracy dokonano analizy numerycznej kinematyki i dynamiki lotu bomby podczas etapu poszukiwania celu oraz po jego wykryciu, ze szczególnym uwzględ-

nieniem procesu przejściowego, towarzyszącego chwili włączenia układu sterowania. Pokazano ponadto algorytm skanowania powierzchni ziemi przez układ giroskopowy, a także metodę minimalno-czasowego samonaprowadzania bomby na wykryty cel.

## 1. Model matematyczny ruchu bomby kierowanej

Na podstawie rysunku 1 wyprowadzone zostały równania ruchu układu bomba kierowana — giroskop sterowany. Pełny model matematyczny ruchu wspomnianego układu przedstawiony został w pracy [1]. Na rysunku tym poszczególne wielkości oznaczają:  $O_0'x_0'y_0'z_0'$  — inercjalny układ odniesienia;  $Ox_0y_0z_0$  — układ współrzędnych o środku w masie pocisku raketowego i osiach równoległych do układu inercjalnego;  $Oxyz$  — układ współrzędnych związany z bryłą bomby;  $Ox_1y_1z_1$  — układ współrzędnych związany z ramką zewnętrzną giroskopu;  $Ox_2y_2z_2$  — układ współrzędnych związany z ramką wewnętrzną giroskopu;  $Ox_3y_3z_3$  — układ współrzędnych związany z wirnikiem giroskopu;  $\vartheta_0, \psi_0$  — kąty określające położenie osi podłużnej bomby w przestrzeni (kąt pochylenia i odchylenia, odpowiednio);  $p^*, q^*, r^*$  — składowe wektora prędkości kątowej bomby;  $u^*, v^*, w^*$  — składowe wektora prędkości liniowej bomby  $A^s$  — wypadkowa sił aerodynamicznych działających na bombę;  $\vec{G}$  — siła ciężkości;  $L, M, N$  — składowe momentu wypadkowej sił aerodynamicznych;  $\varepsilon, \sigma$  — kąty określające położenie linii poszukiwania i obserwacji celu (LPOC) w przestrzeni (kąt pochylenia i odchylenia LPOC, odpowiednio);  $\Phi_g, \vartheta_g, \psi_g$  — kąty obrotu własnego, obrotu ramki wewnętrznej obrotu raki zewnętrznej, odpowiednio;  $m_2$  — masa wirnika i ramki wewnętrznej;  $m_3$  — masa ramki zewnętrznej;  $g$  — przyspieszenie ziemskie;  $l_g$  — odległość środka masy giroskopu od środka jego obrotu;  $K$  — kręt giroskopu;  $M_k, M_b, M_c$  — momenty sił działających na wirnik, na ramkę wewnętrzną i na ramkę zewnętrzną, odpowiednio;  $M_{rk}, M_{rb}, M_{rc}$  — reakcje momentów sił działających na wirnik, na ramkę wewnętrzną i na ramkę zewnętrzną, odpowiednio.

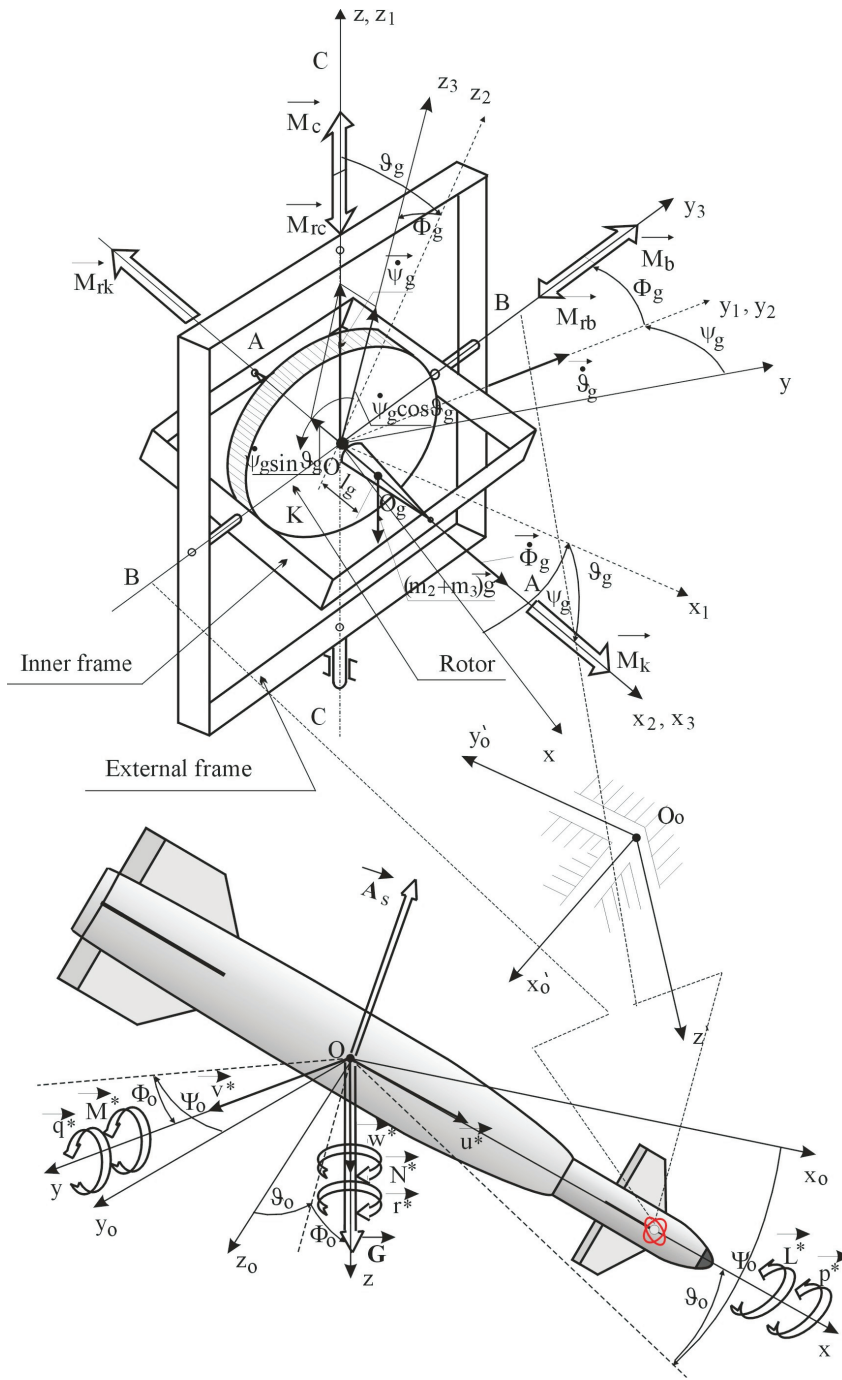
Biorąc pod uwagę poniższy rysunek, ogólne równania ruchu bomby wyprowadzono na podstawie podstawowych zasad dynamiki ruchu bryły sztywnej.

— pochodna pędu względem czasu:

$$\frac{d\bar{\Pi}_0}{dt} = \bar{F}; \quad (1.1)$$

— pochodnej krętu względem czasu:

$$\frac{d\bar{K}_0}{dt} = \bar{M}. \quad (1.2)$$



Rys. 1. Kierowana bomba lotnicza i giroskop wraz z układami współrzędnych

W układzie  $Oxyz$  związanym sztywno z bombą (rys. 1), z początkiem w punkcie  $O$ , nie będącym ani środkiem masy, ani środkiem aerodynamicznym, otrzymano:

$$\frac{\partial \bar{\Pi}_0}{\partial t} + \bar{\Omega} \times \bar{\Pi}_0 = \bar{F}, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \bar{K}_0}{\partial t} + \bar{\Omega} \times \bar{K}_0 + \bar{V}_0 \times \bar{\Pi}_0 = \bar{M}. \quad (1.4)$$

Uwzględniając składowe wektora chwilowej prędkości liniowej i kątowej, sił zewnętrznych i momentu sił zewnętrznych, iloczyny wektorowe z równań (1.3 i 1.4) przyjmą postać:

$$\bar{\Omega} \times \bar{\Pi}_0 = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ P & Q & R \\ \Pi_x & \Pi_y & \Pi_z \end{vmatrix} = \bar{i} \times (Q\Pi_z - R\Pi_y) + \bar{j} \times (R\Pi_x - P\Pi_z) + \bar{k} \times (P\Pi_y - Q\Pi_x); \quad (1.5)$$

$$\bar{\Omega} \times \bar{K}_0 = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ P & Q & R \\ K_x & K_y & K_z \end{vmatrix} = \bar{i} \times (QK_z - RK_y) + \bar{j} \times (RK_x - PK_z) + \bar{k} \times (PK_y - QK_x); \quad (1.6)$$

$$\bar{V}_0 \times \bar{\Pi}_0 = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ U & V & W \\ \Pi_x & \Pi_y & \Pi_z \end{vmatrix} = \bar{i} \times (V\Pi_z - W\Pi_y) + \bar{j} \times (W\Pi_x - U\Pi_z) + \bar{k} \times (U\Pi_y - V\Pi_x). \quad (1.7)$$

Podstawiając do równania (1.3) powyższe związki oraz do równania (1.4) związki (1.6) i (1.7) otrzymano następujące równania ruchu:

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}_x + Q\Pi_z - R\Pi_y &= X, \\ \dot{\Pi}_y + R\Pi_x - P\Pi_z &= Y, \\ \dot{\Pi}_z + P\Pi_y - Q\Pi_x &= Z; \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \dot{K}_x + QK_z - RK_y + V\Pi_z - W\Pi_y &= L, \\ \dot{K}_y + RK_x - PK_z + W\Pi_x - U\Pi_z &= M, \\ \dot{K}_z + PK_y - QK_x + U\Pi_y - V\Pi_x &= N. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Po uwzględnieniu związków zachodzących między energią kinetyczną układu  $T^*$  a pędem  $\bar{\Pi}_0$  i krętem  $\bar{K}_0$  w postaci:

$$\Pi_x = \frac{\partial T^*}{\partial U} \quad K_x = \frac{\partial T^*}{\partial P}$$

$$\Pi_y = \frac{\partial T^*}{\partial V} \quad K_y = \frac{\partial T^*}{\partial Q}$$

$$\Pi_z = \frac{\partial T^*}{\partial W} \quad K_z = \frac{\partial T^*}{\partial R}$$

układy równań (1.8) i (1.9) można zapisać:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial U} \right) + Q \frac{\partial T^*}{\partial W} - R \frac{\partial T^*}{\partial V} &= X \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial V} \right) + R \frac{\partial T^*}{\partial U} - P \frac{\partial T^*}{\partial W} &= Y \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial W} \right) + P \frac{\partial T^*}{\partial V} - Q \frac{\partial T^*}{\partial U} &= Z \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial P} \right) + Q \frac{\partial T^*}{\partial R} - R \frac{\partial T^*}{\partial Q} + V \frac{\partial T^*}{\partial W} - W \frac{\partial T^*}{\partial V} &= L, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial Q} \right) + R \frac{\partial T^*}{\partial P} - P \frac{\partial T^*}{\partial R} + W \frac{\partial T^*}{\partial U} - U \frac{\partial T^*}{\partial W} &= M, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial R} \right) + P \frac{\partial T^*}{\partial Q} - Q \frac{\partial T^*}{\partial P} + U \frac{\partial T^*}{\partial V} - V \frac{\partial T^*}{\partial U} &= N. \end{aligned} \quad (1.11)$$

W równaniach ruchu (1.10) i (1.11) energia kinetyczna została wyrażona przez quasi-prędkości liniowe i kątowe. Po uwzględnieniu sił i momentów sił działających na bombę w locie, ogólny model matematyczny obiektu w ruchu przestrzennym można przedstawić za pomocą następujących równań:

— równanie ruchów podłużnych:

$$\begin{aligned} m(\dot{U} + QW - RV) - S_x(Q^2 + R^2) - S_y(\dot{R} - PQ) + S_z(\dot{Q} + PR) = \\ = -mg \sin \theta - \frac{1}{2} \rho S V_0^2 (C_{xa} \cos \beta \cos \alpha + C_{ya} \sin \beta \cos \alpha - C_{za} \sin \alpha) + X_Q Q; \end{aligned} \quad (1.12)$$

— równanie ruchów bocznych:

$$\begin{aligned} m(\dot{V} + RU - PW) + S_x(\dot{R} + PQ) - S_y(P^2 + R^2) - S_z(\dot{P} - QR) = \\ = mg \cos \theta \sin \phi + \frac{1}{2} \rho S V_0^2 (-C_{xa} \sin \beta + C_{ya} \cos \beta) + Y_P P + Y_R R; \end{aligned} \quad (1.13)$$

— równanie ruchów wznoszących:

$$\begin{aligned} m(\dot{W} + PV - QU) - S_x(\dot{Q} - PR) + S_y(\dot{P} + QR) - S_z(Q^2 + P^2) = \\ = mg \cos \theta \cos \phi - \frac{1}{2} \rho S V_0^2 (C_{xa} \cos \beta \sin \alpha + C_{ya} \sin \beta \sin \alpha + C_{za} \cos \alpha) + Z_Q Q; \end{aligned} \quad (1.14)$$

— równanie ruchów przechylających:

$$\begin{aligned} I_x \dot{P} - (I_y - I_z) QR - I_{xy}(\dot{Q} - PR) - I_{xz}(\dot{R} + PQ) - I_{yz}(Q^2 - R^2) + \\ + S_y(\dot{W} + PV - QU) + S_z(PW - UR - \dot{V}) = \\ = mg(y_c \cos \theta \cos \phi - z_c \cos \theta \sin \phi) - \frac{1}{2} \rho S V_0^2 [-y_a (C_{xa} \cos \beta \sin \alpha + C_{ya} \sin \beta \sin \alpha + C_{za} \cos \alpha) \\ - z_a (-C_{xa} \sin \beta + C_{ya} \cos \beta) - C_a (C_{mxa} \cos \beta \cos \alpha + C_{mya} \sin \beta \cos \alpha - C_{mza} \sin \alpha)] + L_P P + L_R R; \end{aligned} \quad (1.15)$$

— równanie ruchów pochyłających:

$$\begin{aligned} I_z \dot{Q} - (I_z - I_x) PR - I_{xy}(\dot{P} + QR) - I_{yz}(\dot{R} - PQ) - I_{xz}(R^2 - P^2) - S_x(\dot{W} - PV + QU) + \\ - S_z(\dot{U} - RV + QW) = -mg(z_c \sin \theta + x_c \cos \theta \cos \phi) + \\ + \frac{1}{2} \rho S V_0^2 [-z_a (C_{xa} \cos \beta \cos \alpha + C_{ya} \sin \beta \cos \alpha - C_{za} \sin \alpha) + \\ + x_a (C_{xa} \cos \beta \sin \alpha + C_{ya} \sin \beta \sin \alpha - C_{za} \cos \alpha) + \\ + C_a (C_{mxa} \sin \beta + C_{mya} \cos \beta)] + M_Q Q; \end{aligned} \quad (1.16)$$

— równanie ruchów odchylających:

$$\begin{aligned}
 I_z \dot{R} - (I_x - I_y)PQ - I_{yz}(\dot{Q} + PR) - I_{xz}(\dot{P} - QR) - I_{xy}(P^2 - Q^2) + S_x(\dot{V} - PW + RU) + \\
 -S_y(\dot{U} - RV + QW) = mg(x_c \cos \theta \sin \phi + y_c \sin \theta) + \\
 + \frac{1}{2} \rho S V_0^2 [x_a (-C_{xa} \sin \beta + C_{ya} \cos \beta) + y_a (C_{xa} \cos \beta \cos \alpha + C_{ya} \sin \beta \cos \alpha - C_{za} \sin \alpha) + \\
 -C_a (C_{mxa} \cos \beta \sin \alpha + C_{mya} \sin \beta \sin \alpha + C_{mza} \cos \alpha)] + N_p P + N_R R;
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

— związki kinematyczne prędkości liniowych:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= U \cos \theta \cos \psi + V (\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) + \\
 &+ W (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\
 \dot{y}_1 &= U \cos \theta \sin \psi + V (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \phi \cos \psi) + \\
 &+ W (\sin \theta \cos \phi \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\
 \dot{z}_1 &= -U \sin \theta + V \cos \theta \sin \phi + W \cos \theta \cos \phi;
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

— związki kinematyczne prędkości kątowych:

$$\begin{aligned}
 \dot{\phi} &= P + Q \sin \phi \operatorname{tg} \theta + R \cos \phi \operatorname{tg} \theta \\
 \dot{\theta} &= Q \cos \phi - R \sin \phi \\
 \dot{\psi} &= Q \sin \phi \sec \theta + R \cos \phi \sec \theta;
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

— wysokość lotu:

$$H = -z_1; \tag{1.20}$$

— prędkość lotu:

$$V_0^2 = U^2 + V^2 + W^2; \tag{1.21}$$

— kąt natarcia:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{W}{U}; \tag{1.22}$$

— kąt ślizgu:

$$\beta = \operatorname{arc} \sin \frac{V}{V_0}; \tag{1.23}$$

— zmiana gęstości powietrza:

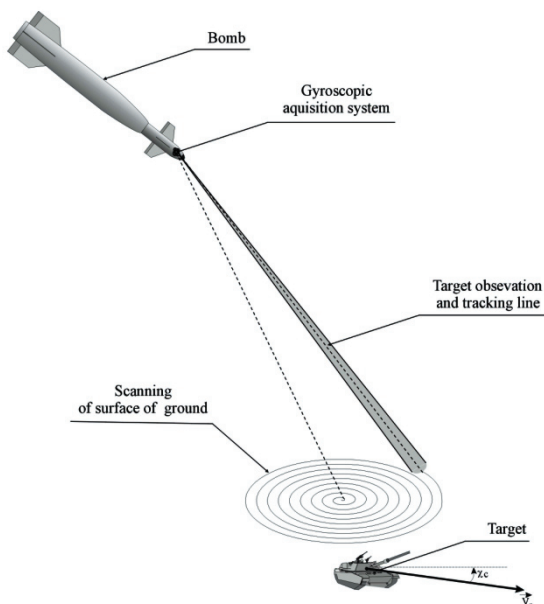
$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{z_1}{44300} \right)^{4,256}; \tag{1.24}$$

— liczba Macha:

$$Ma = \frac{V_0}{a}; \quad (1.25)$$

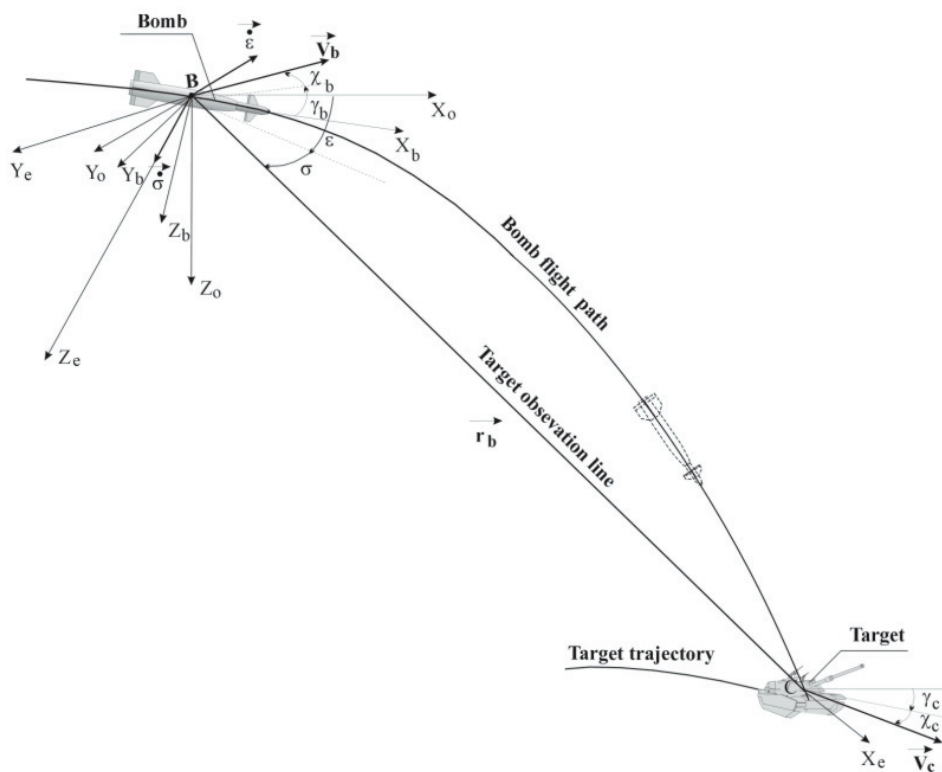
## 2. Równania ruchu linii poszukiwania i obserwacji celu (LPOC)

Cechą charakterystyczną ataku bombowego jest to, że cel ataku jest najczęściej znany tylko w postaci obrazu. Jeśli emituje on fale elektromagnetyczne lub promieniowanie podczerwone, to o tak znikomym natężeniu, że ich wykorzystanie staje się praktycznie niemożliwe. Cel ataku bombowego powinien być zatem dostatecznie zwizualizowany. Aktualne rozwiązania bomb sterowanych można podzielić na trzy zasadnicze grupy: bomby wymagające oznaczenia celu przez jego oświetlenie promieniem laserowym nadawanym z odrębnego urządzenia, bomby mające własny system wizualizacji celu oraz bomby kierowane na cel z wykorzystaniem układu nawigacji satelitarnej typu GPS. We wszystkich tych grupach podstawowym problemem jest niezawodne i precyzyjne doprowadzenie bomby do celu po optymalnej trajektorii ze względu na minimum czasu oraz pod odpowiednim kątem. Urządzeniem mogącym zapewnić wspomniane wymagania wydaje się być giroskop sterowany. Należy podkreślić, że giroskop nie jest podatny na zakłócenia i może w awaryjnych sytuacjach zastąpić system GPS.



Rys. 2. Widok ogólny procesu skanowania powierzchni ziemi przez głowicę bomby kierowanej





Rys. 3. Kinematyka samonaprowadzania bomby kierowanej po wykryciu celu

Tuż przed zrzuceniem bomby z nosiciela, oś giroskopu sterowanego zostaje wymierzona na cel i od tej chwili stanowi linię obserwacji celu (LOC), która dla autopilota bomby jest odniesieniem do wypracowywania założonego sposobu naprowadzania.

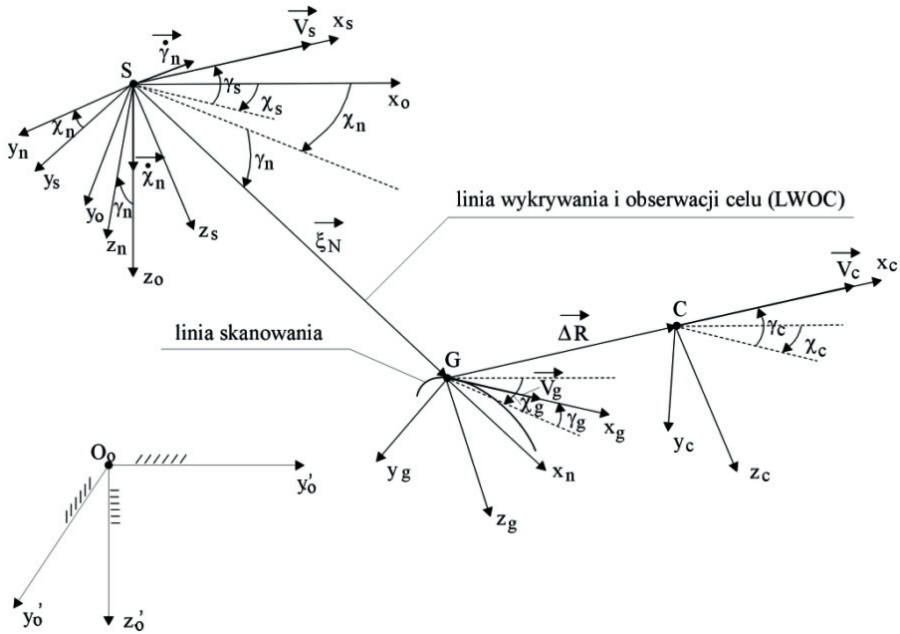
Giroskop sterowany może także być zastosowany w telewizyjnym systemie naprowadzania bomby na cel naziemny. Obraz otoczenia celu jest przekazywany do monitora operatora drogą telemetryczną lub za pomocą przewodu światłowodowego. Za pomocą tego monitora operator wskazuje cel ataku, tym samym nakierowuje odpowiednio oś giroskopu. Od tej chwili kierowanie bombą może odbywać się w sposób automatyczny według z góry zadanego algorytmu samonaprowadzania.

Postępując analogicznie, jak w przypadku kinematycznych równań ruchu BAL, otrzymamy następujące równania ruchu LPOC:

$$\frac{d\xi_N}{dt} = \Pi(t_0, t_w) \times (V_{sxn} - V_{gxn}) + [\Pi(t_w, t_s) + \Pi(t_s, t_k)] \times (V_{sxn} - V_{cxi}) \quad (2.1)$$

$$-\frac{d\chi_n}{dt} \xi_N \cos \gamma_n = \Pi(t_0, t_w) \times (V_{syn} - V_{gn}) + [\Pi(t_w, t_s) + \Pi(t_s, t_k)] \times (V_{syn} - V_{cyn}) \quad (2.2)$$

$$\frac{d\gamma_n}{dt} \xi_N = \Pi(t_0, t_w) \times (V_{szn} - V_{gzn}) + [\Pi(t_w, t_s) + \Pi(t_s, t_k)] \times (V_{szn} - V_{czn}). \quad (2.3)$$



Rys. 4. Kinematyka ruchu LPOC

Składowe wektorów prędkości  $\vec{V}_S, \vec{V}_G$  i  $\vec{V}_C$  w układzie względnym  $Sx_n y_n z_n$  przedstawiają się następująco:

$$V_{sxn} = V_s [\cos(\chi_n - \chi_s) \cos \gamma_n \cos \gamma_s - \sin \gamma_n \sin \gamma_s] \quad (2.4a)$$

$$V_{syn} = -V_s \sin(\chi_n - \chi_s) \cos \gamma_s \quad (2.4b)$$

$$V_{szn} = V_s [\cos(\chi_n - \chi_s) \sin \gamma_n \cos \gamma_s - \cos \gamma_n \sin \gamma_s] \quad (2.4c)$$

$$V_{gxn} = V_g (\cos(\chi_n - \chi_g) \cos \gamma_n \cos \gamma_g - \sin \gamma_n \sin \gamma_g) \quad (2.5a)$$

$$V_{gyn} = -V_g \sin(\chi_n - \chi_g) \cos \gamma_g \quad (2.5b)$$

$$V_{gz_n} = V_g \left( \cos(\chi_n - \chi_g) \sin \gamma_n \cos \gamma_g - \cos \gamma_n \sin \gamma_g \right) \quad (2.5c)$$

$$V_{cxn} = V_c \left[ \cos(\chi_n - \chi_c) \cos \gamma_n \cos \gamma_c - \sin \gamma_n \sin \gamma_c \right] \quad (2.6a)$$

$$V_{cyn} = -V_c \sin(\chi_n - \chi_c) \cos \gamma_c \quad (2.6b)$$

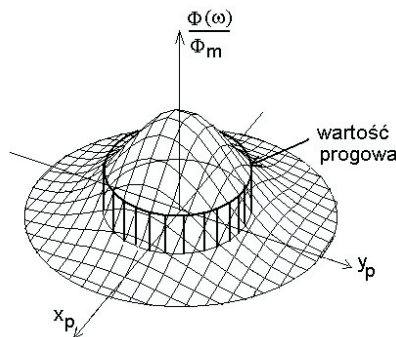
$$V_{czn} = V_c \left[ \cos(\chi_n - \chi_c) \sin \gamma_n \cos \gamma_c - \cos \gamma_n \sin \gamma_c \right] \quad (2.6c)$$

### 3. Skanowanie powierzchni ziemi i śledzenie wykrytego na niej nieruchomego celu

Zaproponowany system będzie posiadał umieszczony na pokładzie bomby zespół optyczny, umocowany w osi giroskopu. Założenie jest takie, że sygnały sterujące powodują, iż os giroskopu zatacza pewną powierzchnię stożkową o zmiennym kącie wierzchołkowym, w ten sposób, aby „rysowała” ona na powierzchni ziemi spiralę Archimedesesa lub figurę zwaną „rozetą”. Praca tego urządzenia podzielona jest na dwa zakresy: pierwszy — skanowanie w poszukiwaniu celu i drugi — po wykryciu celu namierzenie jego współrzędnych i kontrolowanie położenia.

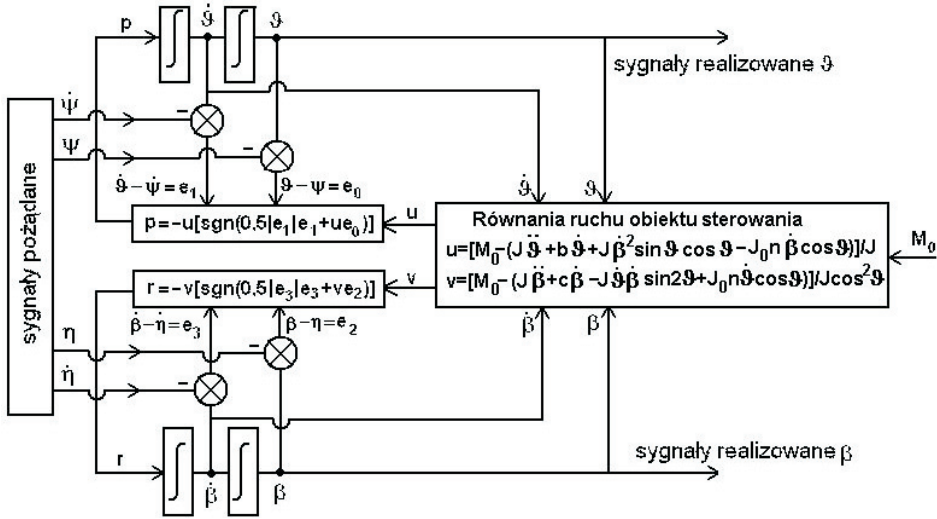
Ponieważ cel emituje promieniowanie, jest „widziany” przez układ optyczny jako „plamka”, której kształt można przyjąć jako koło o promieniu zależnym w przybliżeniu od odległości celu od systemu skanującego. Operacja wstępna sterowania urządzeniem polega na tym, aby gałąź figury, według której porusza się oś giroskopu osiągnęła krawędź tej „plamki”, co jest sygnalizowane w układzie optycznym przechwyceniem odpowiedniej wartości energii promieniowania.

Z chwilą osiągnięcia granicy „plamki” (wartości progowej) (rys. 5), sterowanie ulega zmianie i oś optyczna układu optycznego, niezależnie od wartości odbieranej energii promieniowania, jest naprowadzana na środek „plamki”.



Rys. 5. Wartość progowa przechwytywania celu

Sterowanie ruchem osi giroskopu zostało zrealizowane za pomocą regulatora uchybów sterowania, w którym owe uchyby zmierzają do zera. Schemat tego sterowania pokazano na rysunku 6.



Rys. 6. Schemat blokowy skanowania i śledzenia celu

Równania ruchu osi giroskopu przyjęto w zakresie nieliniowym, dla dowolnie dużych kątów odchylenia, przy liniowych charakterystykach sił oporu w łożyskach przegubu Cardana.

$$\begin{aligned} M_B &= J\ddot{\vartheta} + bb\dot{\vartheta} + J\dot{\beta}^2 \sin \vartheta \cos \vartheta - J_0 n \dot{\beta} \cos \vartheta \\ M_C &= J \cos^2 \vartheta \ddot{\beta} + bc\dot{\beta} - J\dot{\vartheta}\dot{\beta} \sin 2\vartheta + J_0 n \dot{\vartheta} \cos \vartheta, \end{aligned} \quad (3.1)$$

gdzie  $J$  i  $J_0$  [kgm<sup>2</sup>] są momentami bezwładności wirnika giroskopu (wraz z układem optycznym) względem osi poprzecznej i podłużnej (osi wirowania),  $M_{rB} = -bb\dot{\vartheta}$  i  $M_{rC} = -bc\dot{\beta}$  [Nm] są momentami sił tłumienia w łożyskach ramek giroskopu,  $\vartheta$ ,  $\beta$  są kątami obrotu osi giroskopu (realizowanymi w trakcie sterowania),  $M_B$  i  $M_C$  są momentami sił obciążających ramki zawieszenia giroskopu. Przyjęto, że prędkość kątowa wirowania krążka jest stała i niezależna od kątów odchylenia jego osi. Prędkość ta wynosi  $n$  [rad/s].

Uchyby sterowania dla skanowania można sformułować w następujący sposób (zakres 1):

$$e_{\vartheta} = \vartheta - \psi, \quad e_{\beta} = \beta - \eta. \quad (3.2)$$

Z równań giroskopu (3.1) wyznaczamy:

$$\begin{aligned}\ddot{\vartheta} &= M_B - (bb\dot{\vartheta} + J\dot{\beta}^2 \sin \vartheta \cos \vartheta - J_0 n \dot{\beta} \cos \vartheta) / J \\ \ddot{\beta} &= M_C - (bc\dot{\beta} + J\dot{\vartheta}\dot{\beta} \sin 2\vartheta + J_0 n \dot{\vartheta} \cos \vartheta) / (J \cos^2 \vartheta)\end{aligned}\quad (3.3)$$

i wprowadzamy oznaczenia zgodne z [8]:

$$\begin{aligned}u &= M_0 - (bb\dot{\vartheta} + J\dot{\beta}^2 \sin \vartheta \cos \vartheta - J_0 n \dot{\beta} \cos \vartheta) / J \\ v &= M_0 - (bc\dot{\beta} + J\dot{\vartheta}\dot{\beta} \sin 2\vartheta + J_0 n \dot{\vartheta} \cos \vartheta) / (J \cos^2 \vartheta),\end{aligned}\quad (3.4)$$

gdzie  $M_0 = \text{const}$  jest inicjującym momentem sił. Według [1] formułujemy algorytm sterowania ruchem osi giroskopu:

$$\begin{aligned}\ddot{\vartheta} &= -u \operatorname{sgn}\left(0,5 \left| \frac{de_{\vartheta}}{dt} \right| \frac{de_{\vartheta}}{dt} + u e_{\vartheta}\right) \\ \ddot{\beta} &= -v \operatorname{sgn}\left(0,5 \left| \frac{de_{\beta}}{dt} \right| \frac{de_{\beta}}{dt} + v e_{\beta}\right).\end{aligned}\quad (3.5)$$

Scałkowanie układu równań (3.5) pozwala wyznaczyć kąty odchylenia osi giroskopu w trakcie skanowania powierzchni ziemi. Algorytm ten pozwala na generowanie różnych linii skanowania.

Zakładamy, że znajdujący się na ziemi cel ma współrzędne  $\vartheta = \vartheta_0$  i  $\beta = \beta_0$ . Dla wyznaczenia współrzędnych celu należy sformułować nowe uchyby (3.6):

$$e_{\vartheta 0} = \vartheta - \vartheta_0, \quad e_{\beta 0} = \beta - \beta_0, \quad (3.6)$$

które wykorzystujemy w równaniach (3.5), dzięki czemu możliwe jest wyznaczenie współrzędnych  $\vartheta_0, \beta_0$ . Chwilę osiągnięcia wartości progowej promieniowania wyznaczymy dzięki uchybowi całkowitemu (3.7):

$$uch = \sqrt{e_{\vartheta 0}^2 + e_{\beta 0}^2}. \quad (3.7)$$

Poniższe rysunki przedstawiają wyniki symulacji pracy zaproponowanego systemu. Rysunek 7a przedstawia przypadek, gdy oś giroskopu realizuje skanowanie za pomocą spirali Archimedesesa o równaniach (3.8):

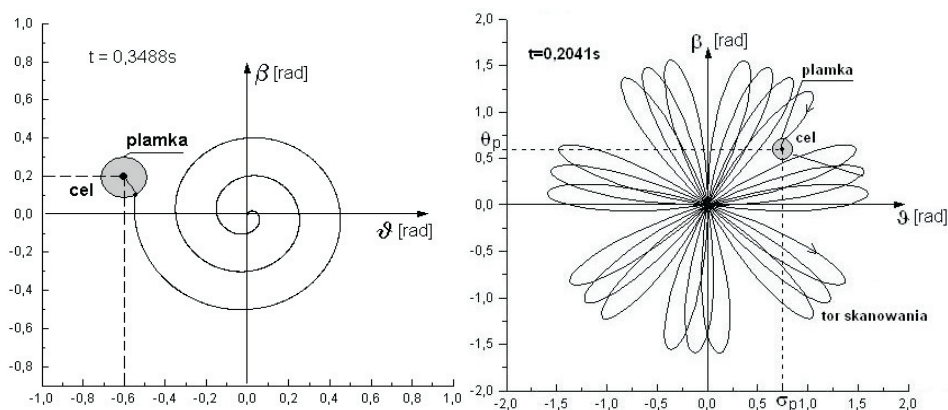
$$\psi = at \sin \omega t, \quad \eta = at \cos \omega t, \quad (3.8)$$

gdzie:  $a = b = 0,1$  [rad],  $\omega = 16$ ,  $R = 0,1$  [m] (zakładana średnica „plamki”), natomiast na rysunku 7b realizowana jest figura w kształcie „rozety” (3.9):

$$\psi = a \sin \omega_1 t \sin \omega t, \quad \eta = a \sin \omega_1 t \cos \omega t, \quad (3.9)$$

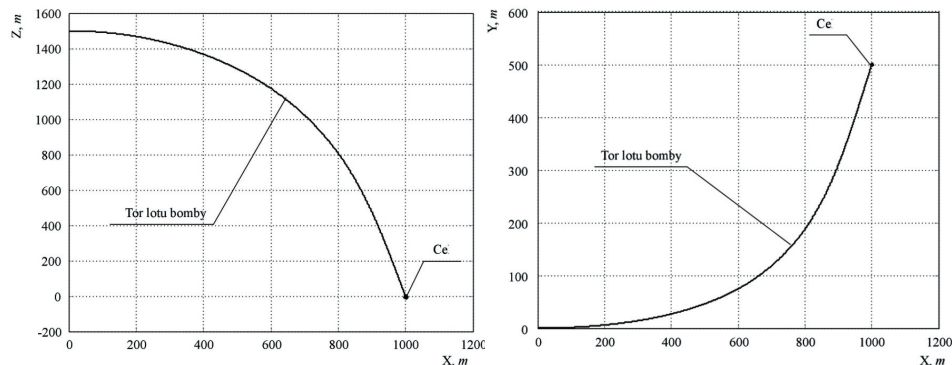
gdzie:  $a = 1,6$  [rad],  $\omega = 50,27$  [rad/s],  $\omega_1 = \frac{20}{3}\omega$  [rad/s].

Parametry giroskopu:  $J = 0,025$  [kgm<sup>2</sup>],  $J_0 = 0,05$  [kgm<sup>2</sup>],  $M_0 = 1500$  [Nm],  $bb = bc = 1 \cdot 10^{-4}$  [Nm/s].

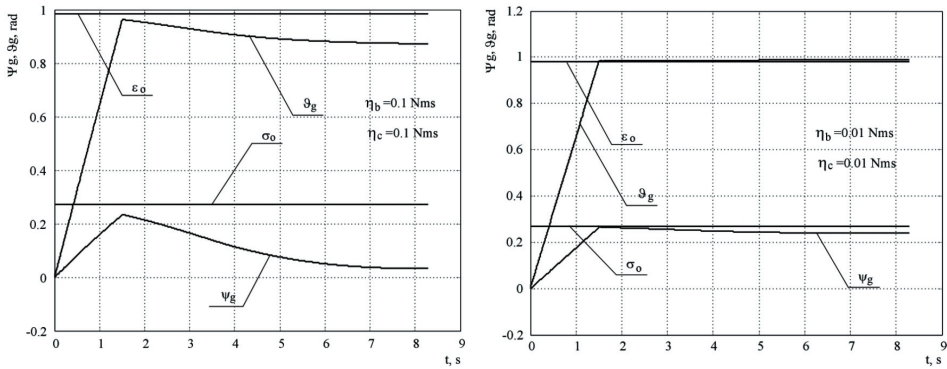


Rys. 7a, b. Wyniki symulacji cyfrowej skanowania i namierzenia celu

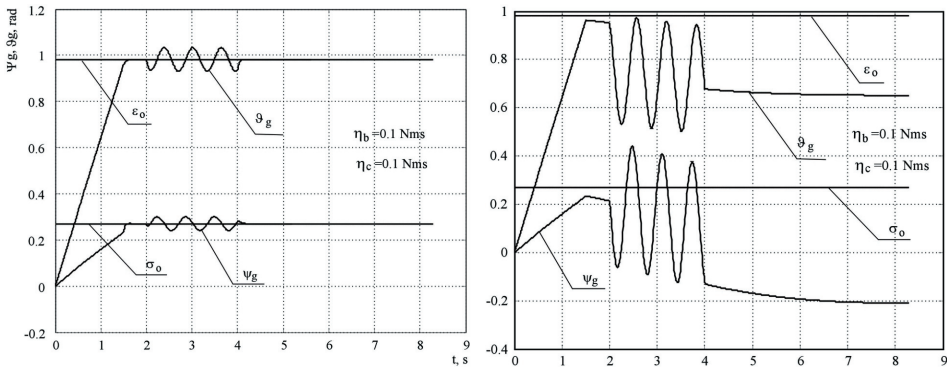
#### 4. Symulacja numeryczna ruchu bomby kierowanej



Rys. 8. Tor lotu hipotetycznej bomby w płaszczyźnie pionowej i poziomej



Rys. 9. Zmiany w funkcji czasu kątów, określających położenie osi girokopu w przestrzeni bez momentów korekcyjnych dla różnych wartości współczynnika tarcia w łożyskach girokopu



Rys. 10. Zmiany w funkcji czasu kątów, określających położenie osi girokopu w przestrzeni bez momentów korekcyjnych: a) przy zadziałaniu zakłóceń; b) zastosowaniu momentów korekcyjnych

## Wnioski

Girokop sterowany może być zastosowany w skanującym koordynatorze celu kierowanej bomby lotniczej. Automatyczne poszukiwanie celu przez bombę w początkowej fazie lotu skraca znacznie czas i prawdopodobieństwo przechwycenia celu.

Należy zastosować w girokopie układ korekcji optymalnej, który zminimalizuje do wartości wystarczających dla praktyki szkodliwe oddziaływanie ruchu bomby na położenie osi girokopu.

Optymalne parametry układu girokopowego pozwalają na stabilne i ciągłe utrzymywanie celu w polu widzenia obiektywu układu śledzącego.

Od dokładności działania giroskopu silnie zależec będzie precyzja lokalizacji i samonaprowadzania bomby na nieruchomy cel naziemny, emitujący promieniowanie podczerwone lub laserowe.

Zastosowanie giroskopu zapewnia:

- niezawodność działania,
- stabilność naprowadzania w warunkach oddziaływania zakłóceń zewnętrznych,
- prostotę i niewysokie koszty tego systemu.

Artykuł wpłynął do redakcji 26.05.2008 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w czerwcu 2008 r.

#### LITERATURA

- [1] Z. KORUBA, *Dynamics and Control of Gyroscope on the Board of Aerial Vehicle* (in Polish), Monographs, Studies, Dissertations, 25, University of Technology, Kielce, 2001, 285.
- [2] Z. ДЗИОРА, *Samobieżny zestaw przeciwlotniczy jako układ determinujący początkowe parametry lotu rakiety*, *Mechanika w Lotnictwie ML-XII 2006*, PTMTiS, Warszawa, 2006, 223-241.
- [3] Z. ДЗИОРА, *The dynamics of a rocket launcher placed on a self-propelled vehicle*, *Mechanical Engineering*, 3 (81), Lviv, 2004, 23-30.
- [4] J. C. HSU, A. U. MEYER, *Modern control principles and applications*, in: McGraw-Hill B. C.
- [5] Z. KORUBA, *A mathematical model of the dynamics and control of a gyroscopic platform mounted on board of an aerial vehicle*, *Journal of Technical Physics*, 46, 1, Polish Academy of Sciences, Institute of Fundamental Technological Research, Military University of Technology, Warsaw, 2005.
- [6] Z. KORUBA, *Dynamics and Control of Gyroscope on the Board of Aerial Vehicle* (in Polish), Monographs, Studies, Dissertations, 25, University of Technology, Kielce, 2001, 285.
- [7] Z. KORUBA, *Model of final navigation segment for combat unmanned aerial vehicle*, *Journal of Technical Physics*, 44, 1, 2003, Polish Academy of Sciences, Institute of Fundamental Technological Research, Warsaw Military University of Technology, Warsaw 2003
- [8] Z. KORUBA, *A mathematical model of the dynamics and control of a gyroscopic platform mounted on board of an aerial vehicle*, *Journal of Technical Physics*, 46, 1, Polish Academy of Sciences, Institute of Fundamental Technological Research, Military University of Technology, Warsaw, 2005.
- [9] Z. KORUBA, J. W. OSIECKI, *Inverse dynamics problem in free gyroscope*, in: XVI Machines and Mechanism Theory Conference, vol. II, Rzeszów-Jawor, 22-25 september 1998, 499-506.
- [10] K. MAGNUS, *Kreisel. Theorie und Anwendungen*, „Springer-Verlag”, Berlin-Heidelberg-New York, 1971 (translated into Russian: Магнус К.: Гироскоп. Теория и применение, „Мир”, Москва, 1974).
- [11] J. W. OSIECKI, K. STEFAŃSKI, *Controlling of the course and Bering indicato on the basis of phasis trajectories*, in: IX Science&Teaching Conference “Automation and Operation of control and communication systems”, Chapter of monography Naval University of Gdynia, vol. II, Gdynia-Władysławowo, 15-17 October 2003, 421-428.



Z. KORUBA, K. OGONOWSKI, K. STEFAŃSKI

**Kinematics and dynamic analysis of flying guided bomb unit  
equipped with target search and track gyroscopic system**

**Abstract.** In this article, the author describes numerical analysis of the dynamics of the detected target searched and tracked by gyroscopic search and track system. This system is an integral part of a guided bomb unit.

**Keywords:** guided bomb unit, gyroscopic, control, optimal trajectory

**Universal Decimal Classification:** 623.451

