



## Wspomaganie działania wyrzutni elektromagnetycznej magnesami trwałymi

ZDZISŁAW GOSIEWSKI, PIOTR KŁOSKOWSKI

Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, Katedra Automatyki i Robotyki,  
15-351 Białystok, ul. Wiejska 45c

**Streszczenie.** W artykule przedstawiona została analiza matematyczna zjawisk fizycznych wykorzystywanych w wyrzutniach typu *rail gun*. Przedstawiono opis matematyczny siły działającej na pocisk w stanie statycznym. Zaprezentowano również sposób wyznaczania siły elektromotorycznej indukowanej w obwodzie wyrzutni podczas procesu wystrzału. Przeprowadzono analizę możliwości wykorzystania obwodów magnetycznych z magnesami trwałymi w wyrzutniach typu *rail gun*.

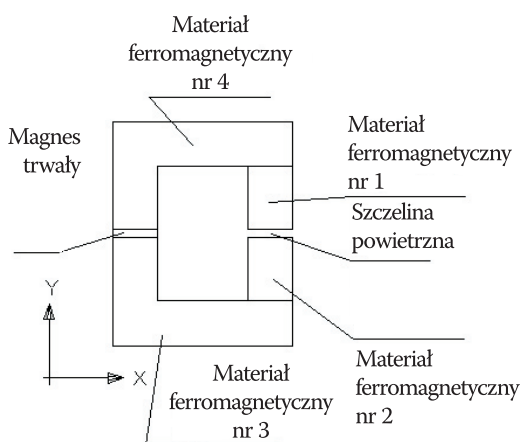
**Słowa kluczowe:** wyrzutnia magnetyczna, *rail gun*, siła elektromotoryczna, magnes trwały

**Symbole UKD:** 623.428.2

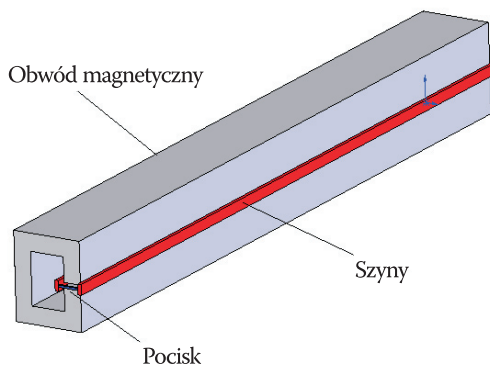
### 1. Wprowadzenie

Wyrzutnie magnetyczne stanowią obecnie obiekt licznych doświadczeń i badań naukowych. Jednym z problemów stojących na przeszkodzie w upowszechnieniu ww. wyrzutni jest konieczność stosowania prądu o bardzo wysokim natężeniu [3]. Prąd przepływający przez powierzchnie styku pomiędzy szynami i pociskiem powoduje ich szybką erozję.

Jednym ze sposobów, który pozwala na ograniczenie prądu przepływającego przez obwód wyrzutni lub/i zwiększenie siły działającej na pocisk w trakcie wystrzału jest zastosowanie zewnętrznego pola magnetycznego. Pole to powinno być stałe w całej przestrzeni przeznaczonej do przyspieszania pocisku, a wektor indukcji pola magnetycznego powinien mieć kierunek prostopadły do płaszczyzny szyn i pocisku. Takie ukształtowanie zewnętrznego pola magnetycznego pozwala na zwiększenie siły Lorentza. Źródłem zewnętrznego pola magnetycznego może być obwód magnetyczny z magnesem trwałym oraz ze szczeliną powietrzną (rys. 1).



Rys. 1. Schemat obwodu magnetycznego



Rys. 2. Przykład wyrzutni magnetycznej z zastosowaniem obwodu magnetycznego

Zwiększenie wartości indukcji magnetycznej w otoczeniu pocisku będącego w ruchu powoduje zwiększenie wartości siły elektromotorycznej, która wpływa na wartość prądu płynącego przez pocisk.

## 2. Statyczny model wyrzutni typu *rail gun*

Stan statyczny wyrzutni odnosi się do chwili początkowej procesu wystrzału. Zakładamy, że w chwili początkowej pocisk jest nieruchomy. W wyniku tego założenia możliwa jest analiza siły działającej na pocisk bez konieczności wyznaczania wartości siły elektromotorycznej indukowanej w obwodzie jaki tworzą: źródło zasilania, szyny oraz pocisk [2]. Dzięki powyższemu założeniu prąd płynący przez pocisk jest taki sam jak założony prąd przepływający przez szyny. Dodatkowo założono, celem uprosz-

czenia obliczeń, że zarówno szyny, jak i pocisk są reprezentowane przez cienkie linie, przez które płynie określona wartość prądu. Działanie wyrzutni magnetycznej typu *rail gun* wykorzystuje zjawisko generowania siły działającej na przewodnik umieszczony w polu magnetycznym, przez który płynie prąd. Zjawisko to jest opisane siłą Lorentza [4].

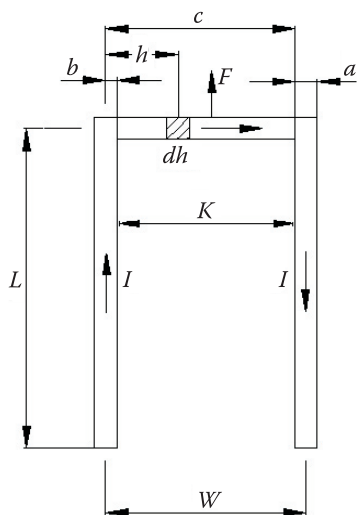
$$F = I \cdot (K \times B), \quad (1)$$

gdzie:  $I$  — prąd przepływający przez przewodnik umieszczony w polu magnetycznym;  
 $K$  — długość przewodnika;  
 $B$  — indukcja magnetyczna oddziałująca na przewodnik.

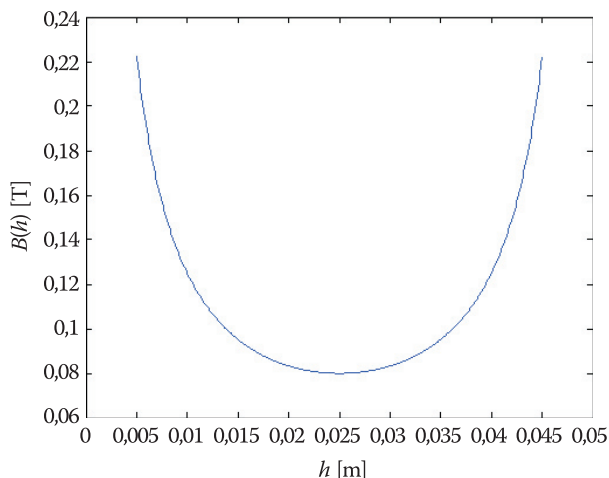
W przypadku wyrzutni typu *rail gun* wartość indukcji nie jest stała i zależy od odległości od źródła pola magnetycznego. Źródłem pola magnetycznego wyrzutni jest prąd przepływający przez szyny. Wartość indukcji magnetycznej w dowolnym punkcie odległym o wartość  $h$  od szyny, przez którą płynie prąd, jest określony jako [2]:

$$B(h) = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} \left( \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}} \right), \quad (2)$$

gdzie:  $\mu_0$  — przenikalność magnetyczna próżni.



Rys. 3. Schemat wyrzutni *rail gun* z zaznaczonymi charakterystycznymi wielkościami [2]



Rys. 4. Rozkład indukcji magnetycznej w obszarze pomiędzy szynami, na linii reprezentującej pocisk [2]

Znaczenia poszczególnych wielkości użytych zarówno w równaniu (2), jak i w późniejszych zależnościach, przedstawiono na rysunku 3. Wektor indukcji magnetycznej, w modelu teoretycznym, ma kierunek prostopadły do płaszczyzny, jaką tworzą linie reprezentujące szyny i pocisk. Wartość indukcji magnetycznej nie jest stała na całej długości pocisku, a jej typowy przebieg jest przedstawiony na rysunku 4. Na podstawie równań (1) i (2) oraz odpowiednich przekształceń matematycznych, wartość siły działającej na pocisk jest określona jako [2]:

$$F = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \left[ \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + b^2}}{b} \right| - \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + c^2}}{c} \right| + \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + (w-c)^2}}{(w-c)} \right| - \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + (w-b)^2}}{(w-b)} \right| \right]. \quad (3)$$

Przedstawione powyżej równania: (1), (2), (3) wykorzystane zostaną w dalszej części do określenia wartości siły elektromotorycznej, indukowanej w wyniku ruchu pocisku w wytworzonym przez szyny polu magnetycznym.

### 3. Zastosowanie obwodów magnetycznych z magnesami trwałymi w wyrzutniach typu *rail gun*

Uzyskanie wysokich wartości siły  $F$  działającej na pocisk (1) wiąże się z koniecznością zwiększenia wartości indukcji magnetycznej i prądu przepływającego przez pocisk. W konsekwencji skutkuje to zwiększeniem prędkości wylotowych pocisku. W praktyce w wyrzutniach magnetyczne *rail gun* sto-

sowane są prądy o natężeniu rzędu kilkuset tysięcy amperów. W celu zwiększenia indukcji magnetycznej w przestrzeni, służącej przyspieszeniu pocisku, możliwe jest stosowanie zewnętrznych źródeł pola magnetycznego. Jednym z przykładów zewnętrznego źródła pola magnetycznego jest obwód magnetyczny z magnesem trwałym. Układ taki umożliwia otrzymanie, w przybliżeniu, stałej wartości i odpowiednio ukształtowanego kierunku wektora indukcji magnetycznej. Szczelina w obwodzie magnetycznym odpowiada przestrzeni służącej do rozpędzenia pocisku. Wyznaczenie wspomnianej indukcji magnetycznej w szczelinie jest teraz głównym zadaniem dalszych rozważań. W tym celu wykorzystano prawo Kirchhoffa dla obwodów magnetycznych [1]. W przypadku magnesów trwałych ma ono postać (rys. 1):

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 + H_p l_p + H_m l_m = 0, \quad (4)$$

gdzie:  $H$  — natężenie pola magnetycznego w danym elemencie;  
 $l$  — średnia długość linii pola magnetycznego przebiegających przez dany element;  
 $H_p, l_p$  — wartości odnoszące się do szczeliny powietrznej;  
 $H_m, l_m$  — wartości odnoszące się do magnesu trwałego.

TABELA 1

Zależność natężenia pola magnetycznego od indukcji magnetycznej dla różnych ośrodków

	Szczelina powietrzna	Materiał ferromagnetyczny	Magnes trwały
$H = f(B)$	$H_p = \frac{B_p}{\mu_0}$	$H_n = \frac{B_n}{\mu_0 \mu_n}$	$H_m = \frac{B_m - B_r}{\mu_0}$

gdzie:  $\mu_n$  — przenikalność magnetyczna danego ferromagnetyka;  $B_r$  — indukcja remanencji.

Wartości natężenia pola magnetycznego można przedstawić zgodnie z zależnościami umieszczonymi w tabeli 1. W przypadku, gdy mniejszy z wymiarów przekroju poprzecznego elementów ferromagnetycznych, będących otoczeniem szczeliny powietrznej, jest co najmniej pięciokrotnie większy niż długość szczeliny powietrznej, to strumień rozproszenia w okolicy szczeliny jest pomijalnie mały [1]. Przy tym założeniu oraz na podstawie zasady ciągłości strumienia mamy:

$$B_n S_n = \text{const}, \quad (5)$$

gdzie:  $B_n$  — indukcja magnetyczna danego elementu;  
 $S_n$  — pole przekroju poprzecznego danego elementu.

Na podstawie powyższych założeń można wyznaczyć wartość indukcji magnetycznej w szczelinie:

$$B_p = \frac{B_r I_m}{S_p \frac{l_1}{S_1 \mu_1} + S_p \frac{l_2}{S_2 \mu_2} + S_p \frac{l_3}{S_3 \mu_3} + S_p \frac{l_4}{S_4 \mu_4} + l_p + S_p \frac{l_m}{S_m}}. \quad (6)$$

Przy dokładnym obliczaniu obwodów magnetycznych należy uwzględnić strumień rozproszenia, który zwiększa się wraz z wydłużeniem szczeliny powietrznej oraz nasyceniem ferromagnetyka wynikającym z rosnącej wartości reluktancji.

#### 4. Analiza siły elektromotorycznej indukowanej podczas wystrzału

Wyrzutnia elektromagnetyczna stanowi w ogólnym przypadku obwód elektryczny, który zmienia swoje wymiary wraz z postępującym procesem wystrzału (rys. 3). W przypadku, gdy zachodzi ruch przewodnika z prądem w polu magnetycznym wytwarzana jest siła elektromotoryczna zgodnie z prawem Faradaya, która ma zawsze taki kierunek, że wytworzone przez nią wtórne pole magnetyczne przeciwdziała przyczynie, która go wywołała (reguła Lenza) [4]:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (7)$$

gdzie:  $\Phi$  — strumień magnetyczny skojarzony z pociskiem (strumień pola magnetycznego przechodzący przez powierzchnię prostokąta, jaki tworzą: położenie pocisku  $L$  i długość pocisku  $K$ );  
 $t$  — czas.

Zakładając, że obwód elektryczny wyrzutni ma kształt prostokąta, którego dłuższe boki reprezentujące szyny są znacznie większe niż pozostałe dwa boki, mające długość równą szerokości pocisku, to jako źródło pola magnetycznego „wewnątrz” założonego obwodu można przyjąć wyłącznie dwie szyny. Zatem wartość strumienia magnetycznego można wyznaczyć z równania (2) w sposób następujący:

$$\Phi = 2L \int_b^c B(h) dh. \quad (8)$$

W wyniku odpowiednich przekształceń matematycznych otrzymujemy:

$$\Phi = 2L \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left\{ \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + b^2}}{b} \right| - \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + c^2}}{c} \right| \right\}. \quad (9)$$

Pomijając siły tarcia i oporu powietrza, położenie pocisku w danej chwili  $t$  możemy określić jako (rys. 3):

$$L = L_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad (10)$$

gdzie:  $L_0$  — początkowe położenie pocisku (początkowa odległość pocisku od brzegu szyn);

$v_0$  — prędkość początkowa pocisku;

$a$  — przyśpieszenie pocisku można wyznaczyć z drugiej zasady

dynamiki Newtona  $\frac{F}{m}$ ;

$m$  — masa pocisku.

Podstawiając powyższe wartości do równania (9), a następnie do równania (7), można wyznaczyć wartość siły elektromotorycznej:

$$E_1 = - \left\{ \left( 2 \frac{\mu_0 I L'}{4\pi} \right) \left( \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + b^2}}{b} \right| - \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + c^2}}{c} \right| \right) \right\} +$$

$$+ \left\{ \left( 2 \frac{\mu_0 I L}{4\pi} \right) \left( \frac{L' + \frac{LL'}{\sqrt{L^2 + b^2}}}{L + \sqrt{L^2 + b^2}} - \frac{L' + \frac{LL'}{\sqrt{L^2 + c^2}}}{L + \sqrt{L^2 + c^2}} \right) \right\}, \quad (11)$$

gdzie:  $L'$  stanowi pochodną wyrażenia  $L$  względem czasu ( $L' = v_0 + at$ ).

Inny sposób określenia siły elektromotorycznej umożliwiają następujące równanie (rys. 3):

$$E_2 = BvK, \quad (12)$$

gdzie:  $v$  — prędkość pocisku.

Przekształcając równanie (1) do postaci:  $KB = \frac{F}{I}$ , oraz wyznaczając iloraz  $\frac{F}{I}$  z równania (3), wartość indukowanej siły elektromotorycznej można określić wykorzystując zależność:  $E_2 = \frac{F}{I}v$ . Zatem siła elektromotoryczna, indukowana

w wyniku przemieszczanie się pocisku w trakcie wystrzału, wynosi:

$$E_2 = \left( \frac{v\mu_0 I}{4\pi} \right) \left\{ \begin{array}{l} \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + b^2}}{b} \right| - \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + c^2}}{c} \right| + \\ + \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + (w-c)^2}}{w-c} \right| - \ln \left| \frac{L + \sqrt{L^2 + (w-b)^2}}{w-b} \right| \end{array} \right\}. \quad (13)$$

Przedstawiona powyżej metoda oparta na równaniu (12) pozwala w łatwy sposób określić wartość siły elektromotorycznej przewodnika umieszczonego w szczelinie powietrznej zewnętrznego obwodu magnetycznego.

## 5. Analiza otrzymanych wyników oraz wnioski

W celu zbadania przedstawionych w artykule zależności przeprowadzona została analiza modelu wyrzutni typu *rail gun* o następujących parametrach:  $L = 1$  [m],  $a = 0,01$  [m],  $w = 0,04$  [m],  $I = 10$  [kA] (rys. 3). Założono, że poruszający się z prędkością 1000 [m/s] pocisk znajduje się w położeniu równoznacznym z końcem szyn. Uzyskane wyniki porównano z modelem wyrzutni wykorzystującej obwód magnetyczny, w którego szczelinie o szerokości 0,03 [m] i długości 1 [m] i wysokości  $l_p = 0,005$  [m] znajduje się przestrzeń przyspieszania pocisku (rys. 2). Model obwodu składa się m.in. z teoretycznego magnesu trwałego, o wymiarach  $100 \times 50 \times 5$  [mm] i indukcji remanencji  $B_r = 1,22$  [T], zajmującego całą długość obwodu magnetycznego (równoległe do szczeliny powietrznej) (rys. 1). Przyjęto, że elementy ferromagnetyczne charakteryzują się przenikalnością magnetyczną na poziomie  $\mu_n = 5000$ . Pozostałe parametry obwodu to:  $l_1 = 0,1$  [m],  $l_2 = 0,1$  [m],  $l_3 = 0,3$  [m],  $l_4 = 0,3$  [m],  $l_m = 0,005$  [m],  $S_1 = 0,03$  [m<sup>2</sup>],  $S_2 = 0,03$  [m<sup>2</sup>],  $S_3 = 0,05$  [m<sup>2</sup>],  $S_4 = 0,05$  [m<sup>2</sup>],  $S_m = 0,05$  [m<sup>2</sup>],  $S_p = 0,03$  [m<sup>2</sup>].

TABELA 2

Porównanie różnych konfiguracji wyrzutni magnetycznych

	Indukcja magnetyczna pomiędzy szynami [T]	Wartość indukowanej siły elektromotorycznej [V]	Wartość siły działającej na pocisk [N]
<i>Rail gun</i> bez zewnętrznego pola magnetycznego	Wartość uzależniona od położenia badanego punktu (rys. 4)	4,4	43,9
<i>Rail gun</i> wykorzystujący zewnętrzne pole magnetyczne	Stała wartość w całej szczelinie powietrznej: 0,75	22,5	225,6



W modelu wykorzystującym magnes trwały założono, że źródłem pola magnetycznego jest wyłącznie obwód magnetyczny tzn. pominięte zostało pole wytwarzane przez szyny. Na podstawie otrzymanych wyników (tab. 2) można stwierdzić, że zastosowanie zewnętrznego źródła pola magnetycznego ponad pięciokrotnie zwiększyło wartość siły działającej na pocisk i w podobnym stopniu zwiększyło wartość siły elektromotorycznej. Przy stosowaniu źródeł zasilania na poziomie kilku kilowoltów wpływ siły elektromotorycznej jest pomijalnie mały, co sprawia że przedstawione rozwiązanie może w znacznym stopniu poprawić wyniki uzyskiwane za pomocą wyrzutni typu *rail gun*. Ważnym aspektem projektowania rzeczywistego obwodu magnetycznego jest minimalizacja strumienia rozproszenia. Spowodowane jest to koniecznością minimalizowania sił deformujących szyny podczas wystrzału. Ważne jest, aby zewnętrzne pole magnetyczne oddziaływało w maksymalnym stopniu na pocisk a w minimalnym na szyny.

Artykuł wpłynął do redakcji 26.05.2008 r. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano w czerwcu 2008 r.

#### LITERATURA

- [1] S. BÓLKOWSKI, *Teoria obwodów elektrycznych*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2007.
- [2] Z. GOSIEWSKI, P. KŁOSKOWSKI, *Static Model of a Rail Launcher*, will be published in proceedings of 4<sup>th</sup> Int. Conf. "Mechatronics System and Materials", Białystok, 2008.
- [3] H. D. FAIR, *Progress in Electromagnetic Launch Science and Technology*, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 43, No. 1, January 2007.
- [4] H. RAWA, *Podstawy magnetyzmu*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1996.

Z. GOSIEWSKI, P. KŁOSKOWSKI

#### Support of work of electromagnetic gun by using permanent magnets

**Abstract.** This paper presents the mathematical analysis of magnetic phenomena which are used in a *rail gun*. Mathematical description of the force acting on the projectile in a static state was presented. The equation of the electromotive force (EMF) induced in the *rail gun* during the shoot process was derived. The magnetic circuit with permanent magnet and aerial gap was presented as an external source of magnetic field between both rails. The analysis of the possibilities of improving launcher achievements by using magnetic circuit was made. The influence of external magnetic field on EMF and force acting on the projectile in the assumed model was defined. The comparison permits to affirm that external magnetic field can considerably magnify the force acting on the projectile. The value of EMF is negligibly small compared to high velocity energy storage commonly used in *rail guns*.

**Keywords:** magnetic gun, *rail gun*, electromotive force, permanent magnet

**Universal Decimal Classification:** 623.428.2

